Translation of Arrow Cards_From Azim premji University At Right Angles_July, 2020

समीक्षा : एरो कार्ड

मैथस्पेस

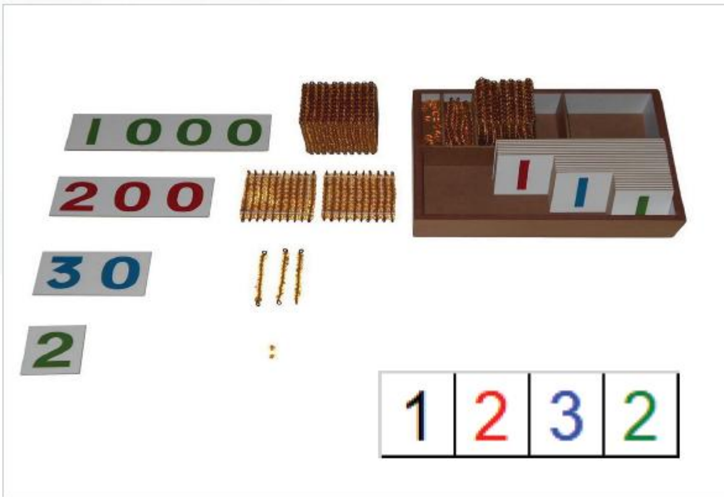
मुख्य शब्द *: युक्तियाँ, एरो कार्ड, संख्याएँ, स्थानीय मान*

एरो कार्ड स्थानीय मान या सबके द्वारा प्रयोग की जाने वाली प्रचलित दस पर आधारित संख्या लेखन प्रणाली को समझने हेतु एक सरल युक्ति (manipulative) है। **चित्र-1** में दर्शाए गए स्थैतिक कार्ड (static cards) का आविष्कार डॉक्टर मारिया मोंटेसरी ने किया है। संख्याओं की समझ (यानी कि जिन मानों को यह दर्शाती हैं और जो अंक इन्हें निरूपित करते हैं वे आपस में किस तरह जुड़े हैं) विकसित करने के लिए इन कार्डों का उपयोग कुछ अनुरूप सामग्री जैसे स्थैतिक मोतियों के साथ किया जाता है। जब इन कार्डों को एक-दूसरे के ऊपर रखा जाता है तो यह बहुअंकीय संख्या बनाते हैं, जैसे कि **चित्र-2** में दर्शाई गई 1232 संख्या। स्थैतिक मोतियों का मान इस तरह होता है :

- इकाई = एक मोती,
- दहाई = एक साथ पिरोए गए 10 मोतियों की एक लड़ी,
- सैकड़ा = एक साथ पिरोई गई 10 दहाइयों का एक समूह जो एक वर्ग के रूप में हो,
- हज़ार = एक साथ पिरोए गए 10 सैकड़ों का एक समूह जो एक घन के रूप में हो।

1	10	100
2	20	200
3	30	300
4	40	400
5	50	500
6	60	600
7	70	700
8	80	800
9	90	900
1000		

चित्र - 1 स्थैतिक कार्ड – मोंटेसरी



चित्र - 2 स्थैतिक कार्ड के संयोजन से प्राप्त एक बहुअंकीय संख्या

स्कूल के सन्दर्भ में बात की जाए तो इन कार्डों में एक तीरनुमा आकृति (arrow) जोड़ दी, गई ताकि कार्डों को इस तरह से पकड़ा जा सके कि पूरी कक्षा उन्हें देख पाए। इन कार्डों को तीर की आकृति की तरफ़ से एक साथ एक ही हाथ से पकड़ा जाना चाहिए। इससे यह सुनिश्चित हो सकेगा कि 327 जैसी संख्या को 300, 2 (20 की बजाय) और 7 के कार्ड से प्राप्त नहीं किया जा सकता। अगर कोई विद्यार्थी ऐसा करने की कोशिश करता है और सफल हो जाता है तो भी कार्डों के बीच घर्षण की वजह से हाथ के हल्के धक्के से 2 बाहर की ओर चला जाएगा। इसलिए, 327 प्राप्त करने का एकमात्र तरीक़ा होगा 300, 20 और 7 के कार्ड का उपयोग करना। वास्तव में यह ऐरो कार्ड की स्व-सुधारक विशेषता है, जो मोंटेसरी सामग्रियों में आमतौर पर होती है। **चित्र-3** एरो कार्ड को दर्शा रहा है। आदर्श रूप में इन्हें कुछ अनुरूप सामग्रियों, जैसे कि (i) गणितमाला, (ii) बण्डल और छड़ियाँ या फ्लैट्स-लॉन्ग्स-यूनिट्स (flats-longs-units-flu) नाम से पुकारे जाने वाले आधार 10 के द्विविमीय ब्लॉक के साथ और शून्य की अवधारणा से परिचय के बाद उपयोग में लाना चाहिए।

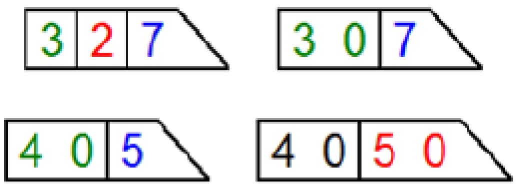
1	1 0	1 0 0	1 0 0 0
2	2 0	2 0 0	2 0 0 0
3	3 0	3 0 0	3 0 0 0
4	4 0	4 0 0	4 0 0 0
5	5 0	5 0 0	5 0 0 0
6	6 0	6 0 0	6 0 0 0
7	7 0	7 0 0	7 0 0 0
8	8 0	8 0 0	8 0 0 0
9	9 0	9 0 0	9 0 0 0

चित्र - 3

सामान्यत: इसके दो प्रारूप उपलब्ध होते हैं : (i) रंग-कोडित प्रारूप (जैसा कि दर्शाया गया है) (ii) रंग-रहित प्रारूप जहाँ फॉन्ट के लिए केवल काला रंग ही है। दूसरे प्रारूप की उपयोगिता कुछ इस प्रकार है : सारे कार्डों को विद्यार्थियों के सामने बिखेर दें और फिर एक ख़ास कार्ड चुनने को कहें, उदाहरण के लिए 40 लें। उन्हें 40 को 4, 40, 400, 4000 इत्यादि में से पहचानना है।

रंग-कोडित प्रारूपों के कई उपयोग हो सकते हैं :

1. एक बहुअंकीय-संख्या जैसे, 327 = 300 + 20 + 7 का विस्तार बेहद आसान और अपने आप ही हो जाता है।
2. इसे किसी संख्या, जिसमें बीच के अंक के रूप में 0 शामिल हो, के किसी ख़ास 'बण्डल' की अनुपस्थिति से जोड़कर देखा जा सकता है। **चित्र-4** देखें। उदाहरण, 307 में दहाई का रंग (लाल) ग़ायब है। गौर करें कि इस संख्या में सारी 30 दहाइयाँ 3 सैकड़ों के अन्तर्गत ही हैं, और कोई भी दहाई अपने आप किसी सैकड़े के बाहर नहीं है। दहाई की अनुपस्थिति (अपने आप में) संख्या के एरो कार्ड निरूपण में इससे सम्बन्धित रंग की अनुपस्थिति से जुड़ी है। इसी प्रकार 4050 के लिए, सारे सैकड़े हज़ार के अन्तर्गत हैं और कोई भी सैकड़ा हज़ार के बाहर नहीं है। इसी प्रकार सारी इकाइयाँ दहाई या हज़ार के अन्तर्गत हैं और अपने आप में कोई इकाई मौजूद नहीं है। इकाई और सैकड़े की अनुपस्थिति एरो कार्ड के निरूपण में इनसे सम्बन्धित रंगों की अनुपस्थिति के अनुरूप है।

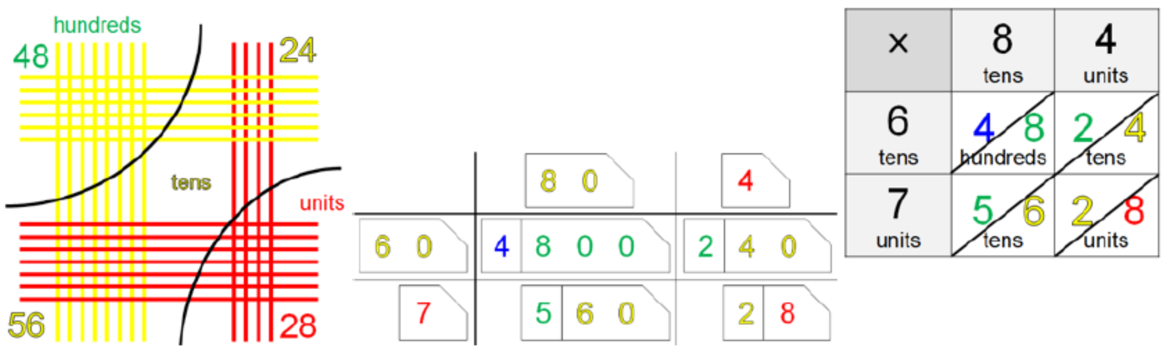


चित्र - 4

3. रंग इस बात का महत्त्वपूर्ण संकेत देते हैं कि स्टिक गुणन या नेपियर बोर्ड की तकनीक क्यों कारगर है (**चित्र-5** देखें)। इस पर विस्तृत जानकारी के लिए पाठक यहाँ दी गई लिंक पर नीचे दिए गए पावर पाइंट प्रस्तुतियाँ देख सकते हैं :

   क) **Initiating multiplication** FLU और एरो कार्ड से गुणन की शुरुआत करना

   ख) **Multi-Digit Multiplication** – एरो कार्ड और रंग-कोडित स्टिक से स्टिक गुणन



चित्र - 5 एरो कार्ड से स्टिक गुणन

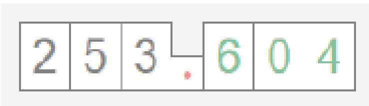
इसके अलावा स्थानीय मान पर आधारित किसी भी एल्गोरिद्म को समझने के लिए एरो कार्ड काफ़ी उपयोगी हैं। यह वर्गमूल ज्ञात करने की विभाजन एल्गोरिद्म समझने में भी मदद कर सकते हैं!

हालाँकि, इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि एरो कार्ड स्वत: ही 240 को 24 दहाई या 1500 को 15 सैकड़े के रूप में देखने की समझ पैदा नहीं करते हैं। इस पहलू की बेहतर समझ फ्लू (FLU) जैसी समानुपातिक सामग्री (proportional material) से हो सकती है। एरो कार्ड यह समझने में मदद करते हैं कि 32 का मतलब 3 और 2 नहीं है, बल्कि 30 + 2 है।

1 0 0.	1 0.	1.	0.1	0.0 1	0.0 0 1
2 0 0.	2 0.	2.	0.2	0.0 2	0.0 0 2
3 0 0.	3 0.	3.	0.3	0.0 3	0.0 0 3
4 0 0.	4 0.	4.	0.4	0.0 4	0.0 0 4
5 0 0.	5 0.	5.	0.5	0.0 5	0.0 0 5
6 0 0.	6 0.	6.	0.6	0.0 6	0.0 0 6
7 0 0.	7 0.	7.	0.7	0.0 7	0.0 0 7
8 0 0.	8 0.	8.	0.8	0.0 8	0.0 0 8
9 0 0.	9 0.	9.	0.9	0.0 9	0.0 0 9

चित्र - 6

लेकिन और भी रोचक बात यह है कि 4 अंकों से बड़ी संख्याओं के लिए भी आप ऐरो कार्ड को जितना चाहें उतना विस्तारित कर सकते हैं। साथ ही इसे दशमलव से जुड़ी संख्याओं को शामिल करने के लिए संशोधित भी किया जा सकता है (**चित्र-6**)। दशमलव बिन्दु के लिए एरो की जगह खाँचे का प्रयोग किया जा सकता है। इसलिए, दशमलव बिन्दु पर कार्डों को एक साथ रखना होगा (**चित्र-7**)। यह संख्याओं को एक लाइन में रखने के विचार को आसान बनाता है ताकि दशमलव बिन्दु एक सीध में रहें। दशमलव बिन्दुओं का एक सीध में होना दशमलव संख्याओं को स्तम्भवार तरीक़े से जोड़ने-घटाने में एक महत्त्वपूर्ण क़दम है। दशमलव वाले एरो कार्ड से परिचय फ्लू (FLU) के दशमलव प्रारूप के साथ कराना चाहिए।



चित्र - 7

ध्यान रहे कि दशमलव एरो कार्ड को बाईं ओर सैकड़े से भी आगे और दाईं ओर हज़ार से भी आगे विस्तारित किया जा सकता है। इस प्रकार किसी भी दशमवलव संख्या के निरूपण के लिए इसका उपयोग किया जा सकता है।

दोनों प्रकार के कार्डों को कई संस्थाओं से प्राप्त किया जा सकता है। साथ ही इन्हें किसी चार्ट पेपर या A3 (या उससे अधिक) माप के पोस्टर की मदद से आसानी से बनाया जा सकता है।

'इसे कैसे बनाएँ' के बारे में और अधिक जानकारी तथा सुझाए गए आकार और सम्भावित लेआउट यहाँ उपलब्ध हैं।

मैथ स्पेस अज़ीम प्रेमजी विश्वविद्यालय में स्थापित एक गणित प्रयोगशाला है। यह स्कूलों, शिक्षकों, अभिभावकों, विद्यार्थियों, शिक्षक-प्रशिक्षकों और स्कूल-शिक्षण में कार्यरत एनजीओ को सहायता प्रदान करती है। यह गणित की विभिन्न शिक्षण-अधिगम सामग्रियों की छानबीन करती है। यह उनकी उपयोगिता और कम लागत वाले रूपों (जो बॉक्स आदि से बनाए जा सकते हैं) की सम्भावना पता लगाने की कोशिश करती है। साथ ही यह गणित से जुड़े भय, नफ़रत और नापसन्दगी को दूर करने की कोशिश करती है। यह गणित में रुचि रखने वालों को इस विषय में सोचने के लिए प्रेरित भी करती है। यह एक ऐसी जगह है जहाँ कई लोगों के साथ अन्त:क्रिया के माध्यम से विचार उत्पन्न होते हैं और विकसित होते हैं । मैथ स्पेस से mathspace@apu.edu.in पर सम्पर्क किया जा सकता है।

अनुवाद : कुमार गन्धर्व मिश्र
पुनरीक्षण एवं कॉपी एडीटिंग : कविता तिवारी
सम्पादन : राजेश उत्साही