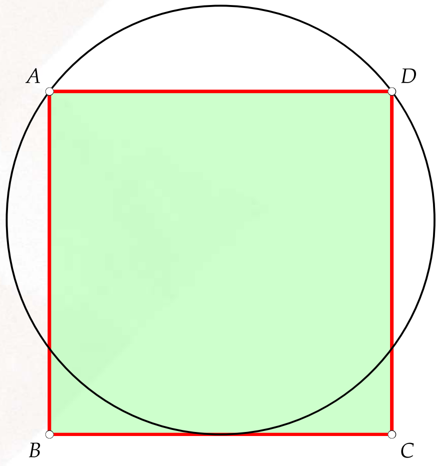
ಮತ್ತೆ ದಾಳಿಯಿಟ್ಟ 3-4-5...

ಗಣಿತ ಚೋದ್ಯ

ಕೋಮ್ಯಾಕ್

ಕೆಲವು ದಿನಗಳ ಹಿಂದೆ ಡ್ಯಾನ್ ಮೆಯರ್ರವರ ಡಿವೈ/ಡಿಎಎನ್ ಎಂಬ ಬ್ಲಾಗ್ನಲ್ಲಿ (ದಾಖಲಿಸಿದ ದಿನಾಂಕ ಅಕ್ಟೋಬರ್‌ರ 27, 2016. ಶೀರ್ಷಿಕೆ “ನಾನು ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಲಿಡುವುದನ್ನು ಕಲಿಯುತ್ತಿರುವ ರೀತಿ”; ಆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನನ್ನ ಪದಗಳಲ್ಲೇ ನಿಮ್ಮ ಮುಂದಿರಿಸಿದ್ದೇನೆ) ದಾಖಲಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಯೊಂದು ನನ್ನ ಗಮನ ಸೆಳೆಯಿತು. ಸಮಸ್ಯೆ ಹೀಗಿದೆ: *ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 1) ಕಾಣುವಂತೆ, ವೃತ್ತವು ಚೌಕಾಕಾರದ ಕೆಳಬಾಹುವಾದ BC ಯನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಶೃಂಗಗಳಾದ A ಮತ್ತು D ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತದೆ. ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಯ ನಡುವೆ ಇರುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.*



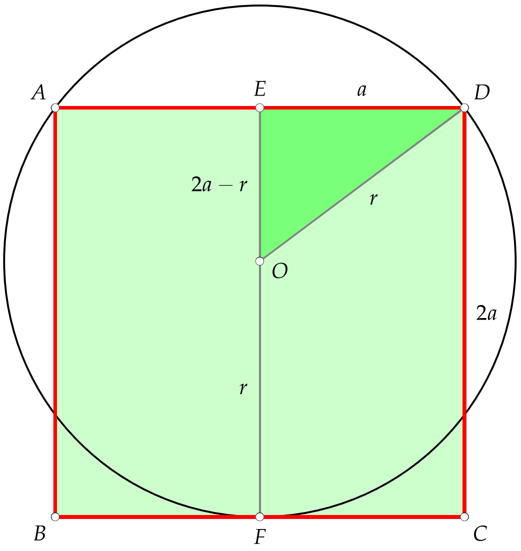
ಚಿತ್ರ 1

ಇದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಯೊಂದಿದೆ: *ಈ ವಿಧದ ಚಿತ್ರವೊಂದನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.* (ಎಂದರೆ: ಚೌಕವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿರುವಾಗ, ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಬಗೆ ಹೇಗೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ; ಅಥವಾ : ವೃತ್ತವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದ್ದರೆ, ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.)

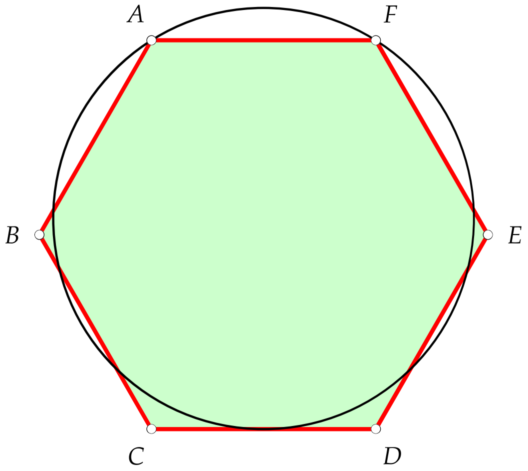
ಪರಿಹಾರ: ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು r ಎಂದು ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು ಚೌಕದ ಬಾಹುವನ್ನು $2a$ ಎಂದು ಕರೆಯಿರಿ (‘2’ ಎಂದು ಬಳಸಿರುವುದು ಅನಗತ್ಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ತಪ್ಪಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಅಷ್ಟೆ). ಚಿತ್ರ 2 ನೋಡಿರಿ.

ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು O ಎಂದು ಕರೆಯೋಣ ಮತ್ತು ಚೌಕದ ಬಾಹುಗಳಾದ AD ಮತ್ತು BC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವಾದ O ಮೂಲಕ ಸಾಗುವ ರೇಖೆಯನ್ನು EF ಎಂದು ಹೆಸರಿಸೋಣ. (EF ರೇಖೆಯಲ್ಲಿಯೇ O ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದೇಕೆ ಹೀಗೆಯೇ ಇರಬೇಕು? ಇದನ್ನು ಹೀಗೂ ಹೇಳಬಹುದು: ವೃತ್ತವು ತಳಬಾಹುವಾದ BC ಯನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಶೃಂಗಗಳಾದ A ಮತ್ತು D ಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಮಾಹಿತಿ ಮಾತ್ರ ನೀಡಲ್ಪಟ್ಟಿರುವಾಗ,

ಮುಖ್ಯಪದಗಳು: ಪೈಥಾಗೊರಸ್, ಸಮಸ್ಯೆ ಬಗೆಹರಿಸುವಿಕೆ, ರಚನೆ, ವೃತ್ತ, ಚೌಕ



ಚಿತ್ರ 2



ಚಿತ್ರ 3

ಚೌಕದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಯಾದ EF ರೇಖೆಯು ಇಡೀ ಆಕೃತಿಯ ಸಮಮಿತಿಯ ಅಕ್ಷವಾಗಿ ಪರಿಣಮಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದೆ? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಓದುಗರೇ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲೆಂದು ಬಿಟ್ಟಿದ್ದೇವೆ.) ಈಗ ನಮಗೆ ದೊರೆತಿರುವ ಅಂಶಗಳೆಂದರೆ: $OF = r$, $OE = 2a - r$, $DE = a$, $OD = r$. ಆದ್ದರಿಂದ, ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸುವುದರ ಮೂಲಕ ΔODE ಯಿಂದ ಲಭ್ಯವಾಗುವ ವಿಷಯಗಳೆಂದರೆ:

$$a^2 + (2a - r)^2, \quad \therefore 4ar = 5(a^2), \quad \therefore a/r = 4/5.$$

ಇದರಂತೆ

$$2a - r : a : r = 3 : 4 : 5$$

i.e, ΔODE ಒಂದು 3-4-5 ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ !

ಒಮ್ಮೆ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡ ಮೇಲೆ ಮುಂದಿನ ಹಂತಗಳು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತವೆ. ಈಗ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು $EO : OF = 3 : 5$ ಹಾಗೂ $FC : r = 4 : 5$ ಎಂಬುದನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ..

ಟಿಪ್ಪಣಿ: ಮೇಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಲು ಚೌಕದ ಬದಲು ಸಾಮಾನ್ಯ ಷಟ್ಕೋನವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರ ೩ರಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಷಟ್ಕೋನದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಯ ನಡುವೆ ಇರುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನಾವು ಓದುಗರಿಗೆ ಬಿಡುತ್ತೇವೆ. ಇದೇ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಉಪಾಧ್ಯಾಯರ ಟಿಪ್ಪಣಿ:

ಇವು ಜಿಯೋಝೀಬ್ರಾ (ಭೌಗೋಳಿಕಬೀಜಗಣಿತ) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಉತ್ತಮವಾದ ಅಭ್ಯಾಸ ಸಾಧನಗಳಾಗಿದ್ದು, ಇವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲ್ಪನಾ ಕೌಶಲ, ತರ್ಕಬದ್ಧ ಅನುಕ್ರಮಣ, ಪರಸ್ಪರ ಹೊಂದಿಸುವಿಕೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮೇಯ ಮರುಸ್ಮರಣೆಗಳಿಗೆ ಪೂರಕವೂ, ಪ್ರೇರಕವೂ ಆಗಿವೆ.

ದ ಕಮ್ಯುನಿಟಿ ಮ್ಯಾಥಮಾಟಿಕ್ಸ್ ಸೆಂಟರ್ (ಕೋಮ್ಯಾಕ್) ಎಂಬುದು ಋಷಿ ವ್ಯಾಲಿ ಎಜುಕೇಶನ್ ಸೆಂಟರ್ (ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶ) ಮತ್ತು ಸಹ್ಯಾದ್ರಿ ಸ್ಕೂಲ್ (ಕೆಎಫ್ಐ) ಸಂಸ್ಥೆಗಳ ವಿಸ್ತೃತ ಅಂಗವಾಗಿದೆ. ಅದು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ಶಿಬಿರಗಳನ್ನು ಹಮ್ಮಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ರಾಜ್ಯ ಸರ್ಕಾರ ಹಾಗೂ ಸರ್ಕಾರೇತರ ಸಂಸ್ಥೆಗಳಿಗೆ ಬೋಧನ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಡುವ ಕೈಂಕರ್ಯದಲ್ಲಿಯೂ ತೊಡಗಿದೆ. ಕೋಮ್ಯಾಕ್‌ನ ಸಂಪರ್ಕ ಕೊಂಡಿ: shailesh.shirali@gmail.com.

ಅನುವಾದ : ಎನ್. ರಾಮನಾಥ್