

रवि कांत

कितना मुश्किल है आसान चीजों को समझना और समझाना भी

“भिन्न की अवधारणा मुश्किल है और इसे बच्चों को सिखाने में काफी मुश्किलें आती हैं, यह बात तो कोई भी व्यक्ति आसानी से मान लेता है लेकिन जोड़, बाकी, गुणा, भाग जैसी संक्रियाएं मुश्किल हैं और इन्हें बच्चों को सिखाते वक्त शिक्षकों के सामने मुश्किलें आती हैं, इस बात को मानने को कोई तैयार नहीं होता जबकि संक्रियाओं को समझने व सिखाने में भी उतनी ही मुश्किलें आती हैं”, कुछ इसी तरह की बात आर. रामानुजन ने तब कही जब चार-पांच व्यक्तियों का एक छोटा-सा समूह भिन्न की अवधारणात्मक मुश्किलों और उसे सिखाने में आने वाली दुश्वारियों पर बहस करने में जुटा हुआ था। टिप्पणी पर कुछ ने हां हूं तो किया, कुछ इस पर शायद बात भी हुई लेकिन इसमें चूंकि भिन्न और संक्रियाओं को समझने व समझाने में आने वाली मुश्किलों को लगभग एक ही बटखरे से तोल दिया था, नतीजन यह बात दिमाग के किसी कोने में दर्ज होकर रह गई। वजह शायद यह भी रही हो कि कहां तो भिन्न और कहां संक्रियाएं यानी कहां राजा भोज और कहां गंगू तेली।

इस टिप्पणी की तहें तब खुलनी शुरू हुई जब **लिपिंग मा** की “गणित जानना व सिखाना- अमेरिकी व चीनी शिक्षकों में गणित की बुनियादी समझ” नामक किताब हाथ में आई और उसकी प्रस्तावना और परिचय से गुजरते हुए पहले अध्याय : दोबारा समूहीकरण के साथ घटाना- किसी प्रकरण को सिखाने के तरीके, तक पहुंचा। इस किताब में चीनी व अमेरिकी शिक्षकों की प्रारंभिक शिक्षा से संबंधित गणित के बारे में तुलनात्मक अध्ययन किया गया है और यह पाया गया है कि अमेरिकी शिक्षकों की औपचारिक शिक्षा चीनी शिक्षकों से पांच

लेखक परिचय

प्रारंभिक शिक्षा में शिक्षक शिक्षा, शिक्षण सामग्री, पाठ्यपुस्तक निर्माण, शिक्षाक्रम और अनुवाद के क्षेत्र में कार्य। हाल-फिलहाल विभिन्न संस्थाओं के साथ बतौर शैक्षिक सलाहकार कार्यरत।

संपर्क

190/82, कुंभा मार्ग, प्रताप नगर, सांगानेर, जयपुर-302033 राजस्थान
e-mail : ravikaant@gmail.com

से सात साल ज्यादा होने के बावजूद प्रारंभिक गणित से जुड़ी उनकी समझ ज्यादा बेहतर होती है और यह फर्क मामूली नहीं काफी ज्यादा है। उदाहरण के लिए, घटाने के प्रकरण की अवधारणात्मक समझ 86 प्रतिशत चीनी शिक्षकों की तुलना में सिर्फ 17 प्रतिशत अमेरिकन शिक्षकों में पाई गई। इस किताब में चीनी शिक्षकों की बेहतर गणितीय समझ के कारणों की विस्तार से छानबीन की गई है (इस किताब की विस्तृत समीक्षा फिर कभी, लेकिन यह पूरा लेख इस किताब के पहले अध्याय की भरपूर मदद लेते हुए लिखा गया है)।

पिछले एक-दो दशकों से हमारे देश में सामग्री का इस्तेमाल करते हुए गतिविधि के जरिए सिखाने की बातें बहुत जोर-शोर से की जाती रही हैं। जिसमें मोटा-मोटा तरीका यह रहता आया है कि कुछ सामग्री उपलब्ध करवा दी जाए और उसे इस्तेमाल करने का तरीका जैसे-तैसे करके शिक्षकों को बता दिया जाए, लेकिन क्या सिर्फ सामग्री उपलब्ध करवाना और इस्तेमाल करने का ज्यादातर एक या कभी-कभार दो-तीन तरीके बता देना ही काफी है और उन तरीकों को भी शिक्षकों को सिखाने का तरीका ज्यादातर शिक्षकों को उन तरीकों के बारे में कुछ व्यक्तियों द्वारा करके दिखा देना रहता आया है। वैसे तो हमारे यहां घटाने को मोटे तौर पर एक ही तरीके से सिखाने की परंपरा है जिसमें घटाने की प्रक्रिया सिखाई जाती है। कुछ शिक्षक जो घटाने के एकाधिक तरीके काम लेते हैं उनमें से भी कई शिक्षक जब सामग्री की मदद से दोबारा समूहीकरण करके घटाना सिखाने की कोशिश कर रहे होते हैं तब सामग्री के साथ किए गए काम का दोबारा समूहीकरण से कोई ताल्लुक ही नहीं होता जैसा कि दो शिक्षिकाओं ने 52 - 25 और 23 - 17 वाले सवाल के साथ कुछ इस तरह किया,

शिक्षक बेलिंडा ने बताया कि '52 बच्चों को एक लाइन में खड़ा कर दो और उनमें से 25 को बाहर निकाल दो और देखो क्या होता है।'

सुश्री लोरेंस ने बताया कि वे बीजों को 'डायनोसौर के अंडों' की तरह इस्तेमाल करेंगी जो शायद बच्चों को रोचक लगे :

मैं कुछ घटाने के सवालों से शुरुआत करूंगी, शायद उन्हें 23 चीजों के चित्र दूं और कहूं कि वे उनमें से 17 को काट दें और फिर बचे हुए को गिन लें। ...मैं शायद डायनोसौर के अंडों के साथ कुछ करूं या ऐसा कुछ करूं जो उनके लिए थोड़ा ज्यादा सार्थक हो। शायद उन्हें डायनोसौर के अंडों की मदद से ठोस चीजों के साथ घटाने का कुछ काम करवाऊं, शायद बीजों को डायनोसौर के अंडों की तरह काम लेते हुए या कुछ और किताब में इसका विश्लेषण कुछ इस तरह से किया गया है,

52 - 25 या 23 - 17 जैसे सवाल दरअसल दोबारा समूहीकरण के साथ घटाने के सवाल हैं, लेकिन जोड़-तोड़ वाली गतिविधियों जैसे 52 बच्चों में से 25 बच्चों को बाहर निकाल लेने या 23 में से 17 डायनोसौर के अंडों को बाहर निकाल लेने से बच्चे जो बात सीखेंगे उसका दोबारा समूहीकरण के साथ घटाने से कुछ भी लेना देना नहीं है। इसके उलट, जोड़-तोड़ का इस्तेमाल दोबारा समूहीकरण की जरूरत को ही खत्म कर देता है।

बहुत साफ है कि सिर्फ गतिविधियों को जैसे-तैसे जान लेने वाले शिक्षक कई बार अमूमन उस गतिविधि से बनने वाली गणितीय समझ पर काम नहीं कर पाते जबकि समझ बनाने के लिए यह जरूरी है कि शिक्षक सामग्री के इस्तेमाल या गतिविधि के साथ गणितीय विचारों में संबंध बनाने में भी मदद करें और यह काम शायद वे शिक्षक ही कर सकते हैं जिनकी किसी प्रकरण से जुड़े गणितीय विचारों की समझ साफ-सुथरी तो हो ही, इसके साथ-साथ वह गहरी व व्यापक भी हो। और वैसे भी दोबारा समूहीकरण करने की अवधारणा हमारे लिए भी कुछ नई ही है। कुछ वक्त पहले तक हमारी पाठ्यपुस्तकों में दोबारा समूहीकरण का नामोनिशां तक आम तौर पर नहीं मिलता था।

तो अपने स्कूलों में न जाने किस जमाने से हम सिखाते चले आ रहे हैं कि एक तो होती है सादी बाकी (घटाव) और एक और होती है उधार वाली बाकी (घटाव)। जब उधार वाली बाकी के सवाल हल करने हों तो पड़ोसी से उधार लो और सवाल हल कर लो। बस आपको उधार लेना ठीक से आना चाहिए। इस उधार के लेन (देन ??) का बैंड बाजा बच्चे कुछ इस तरह से बजा देते हैं। एक शिक्षिका के शब्दों में सुनिए :

मेरे शिक्षार्थी मुझसे पूछते हैं कि हम दहाई से उधार कैसे ले सकते हैं ? अगर हम उधार लेते हैं तो हमें बाद में उसे वापस लौटाना चाहिए। हम उसे कब और कैसे लौटाएंगे ? और तो और, उधार लेते समय हमें कोई न कोई इंसान मिलना चाहिए जो हमें उधार देने का इच्छुक हो। दहाई की जगह हमें इकाई की जगह के लिए उधार देने से इंकार कर दे तो क्या होगा ? आप इन सभी सवालों का जवाब नहीं दे पाएंगे जो कि शिक्षार्थी पूछ सकते हैं।

लेकिन अपने से उम्र, हैसियत, जाति, रंग, लिंग आदि में कमतर माने जाने वाले इंसानों द्वारा सवाल उठाए जाने की प्रवृत्ति को "परंपरा विरुद्ध" मानते हुए, हममें से ज्यादातर व्यक्ति खुद के सिखाने के तरीके व घटाने की हमारी समझ के बज रहे बैंड बाजे की सुरीली आवाज सुनने से इंकार कर देते हैं। यदि हम सुनते तो शायद किसी चीनी शिक्षिका की तरह से कुछ यूं सोचते,

में उन्हें समझाती हूँ कि हम एक दहाई उधार नहीं ले रहे हैं बल्कि एक दहाई को तोड़ रहे हैं। 'उधार लेना' इस बात को नहीं बता सकता कि आप एक दहाई को इकाई की जगह पर कैसे ला सकते हो ? लेकिन 'तोड़ना' इस बात को समझा सकता है। जब आप कहते हैं कि हम तोड़ रहे हैं तो इसका मतलब यह होता ही है कि ज्यादा कीमत वाली जगहों पर रखे गए अंक दरअसल कम कीमत वाली जगहों पर रखे अंकों को मिलाने से बनते हैं। उनमें अदला-बदली की जा सकती है। 'उधार लेने' की शब्दावली में तोड़ने और जोड़ने/मिलाने का मतलब बिलकुल भी शामिल नहीं होता। 'एक इकाई को उधार लेना और उसे 10 में बदल देना सुनने में मनमाना लगता है'।

बाकी/घटाना सिखाने को समझाने को लेकर कुछ हमारी मशहूर मान्यताएं हैं जिनका इस्तेमाल ज्यादातर व्यक्ति बच्चों को समझाते वक्त गाहे-बगाहे करते रहते हैं। जैसे, आप छोटी संख्या में से बड़ी संख्या को घटा नहीं सकते, आपके पास नहीं है तो अपने दोस्त या पड़ोसी के पास जाओ और उससे उधार मांग लाओ, इन दोनों मान्यताओं का किताब में किया गया विश्लेषण हमारे दिमाग की खिड़कियों के पल्ले थोड़े और खोल देता है,

'हम छोटी संख्या में से बड़ी संख्या नहीं घटा सकते' यह एक असत्य या झूठा गणितीय बयान है। यद्यपि दूसरी कक्षा का बच्चा यह नहीं सीख रहा है कि बड़ी संख्या को छोटी संख्या में से कैसे घटाया जाए लेकिन इसका यह मतलब तो नहीं कि गणितीय संक्रियाओं में कोई छोटी संख्या में से बड़ी संख्या को घटा ही नहीं सकता। हकीकत में, कम उम्र वाले शिक्षार्थी आने वाले वक्त में यह सीखेंगे कि कैसे छोटी संख्या में से बड़ी संख्या को घटाया जाता है। यद्यपि ऊंचे दर्जे का यह कौशल कक्षा दो में नहीं सिखाया जाता है, लेकिन किसी गलतफहमी पर जोर देकर शिक्षार्थी के आगामी सीखने को किसी मुगालते या भ्रम में नहीं डालना चाहिए।

वियोजक संख्या (यानी ऐसी संख्या जिसमें से किसी दूसरी संख्या को घटाया जाना है) के दो अंकों को दो दोस्तों की तरह या अड़ोस-पड़ोस में रहने वाले दो पड़ोसियों की तरह बरतना, एक तरीके से गणितीय तौर पर गुमराह करने वाला है। यह सुझाता है कि वियोजक संख्या के दो अंक, एक संख्या के हिस्से होने के बजाय दो आजाद संख्याएं हैं।

'उधार लेने' की व्याख्या से एक दूसरा मुगालता यह होता है कि संख्या की कीमत गणना के दौरान एक समान नहीं

रहती, बल्कि मनमाने ढंग से बदली जा सकती है- अगर कोई संख्या 'बेहद छोटी' है और उसे किसी कारण से बढ़ा करने की जरूरत है तो वह तुरंत दूसरी संख्या से एक निश्चित कीमत को 'उधार' ले सकती है।

हममें से ज्यादातर व्यक्ति सिर्फ मानक तरीके से घटाना यानी गणनविधि से घटाना सिखाकर न समझ में आने का ठीकरा बच्चे, बच्चे की सामाजिक परिस्थिति या किसी दूसरे कारण के सिर फोड़कर अपनी जिम्मेदारी से निजात पा लेते हैं लेकिन चीनी शिक्षक सिर्फ गणनविधि से सिखाकर ही संतुष्ट नहीं होते बल्कि वे कुछ और तरीके भी काम में लेते हैं। उनमें से पहला तरीका है, ज्यादा कीमत वाली इकाई को तोड़ना। चीनी शिक्षक दहाई को उधार लेने की बात करने के बजाय यह कहते हैं कि आपने एक दहाई को तोड़ा। एक अनुभवी शिक्षिका एल. कुछ इस तरह बताती हैं,

मैं सीधे घटाने के सवाल से शुरू करूंगी, जैसे $43 - 22 = ?$, जब वे इसे हल कर लेंगे तब मैं इसे $43 - 27 = ?$ वाले सवाल में बदल दूंगी। यह सवाल पहले वाले से अलग कैसे है ? जब हम दूसरे सवाल को हल करेंगे तब क्या होगा ? वे जल्दी ही पता लगा लेंगे कि 7 बड़ा है 3 से और हमारे पास पर्याप्त इकाइयां नहीं हैं। लेकिन कभी-कभार हमारे पास बहुतेरी इकाइयां होती हैं। आपको याद होगा कि पिछले हफ्ते जब हमने हासिल वाले जोड़ के सवाल किए थे तब हमारे पास बहुतेरी इकाइयां थीं। तब हमने क्या किया था ? वे कहेंगे कि हमने उनको मिलाकर दहाइयां बना ली थीं। तो जब हमारे पास बहुत सारी इकाइयां होती हैं तब हम उन्हें मिलाकर दहाइयां बना लेते हैं, जब हमारे पास पर्याप्त इकाइयां नहीं हों तब हम क्या करेंगे ? हमें एक दहाई को तोड़कर इकाइयों में बदलना पड़ेगा। अगर हम 40 में से 1 दहाई को तोड़ लें तो क्या होगा ? हमारे पास पर्याप्त इकाइयां हो जाएंगी। इस तरीके से मैं 'ज्यादा कीमत वाली एक इकाई को कम कीमत वाली 10 इकाइयों में तोड़ने' की अवधारणा सिखलाऊंगी।

उनके द्वारा काम लिया जाने वाला दूसरा तरीका है, मिलाकर ज्यादा कीमत वाली इकाई को बनाने की दर। तीस साल से पढ़ाने वाले शिक्षक माओ इसे क्यों काम लेते हैं, इसे आप उनके शब्दों में ही ज्यादा बेहतर समझ पाएंगे,

किसी ज्यादा कीमत वाली इकाई को बनाने की दर क्या होगी ? जवाब आसान है : 10; आप बच्चों से पूछें कि एक दहाई में कितनी इकाइयां होती हैं या उनसे पूछें कि

ज्यादा कीमत वाली इकाई को बनाने की दर क्या होगी तो उनका जवाब एक-सा होगा : 10; लेकिन इन दोनों सवालों का उनके सीखने पर असर एक-सा नहीं होगा। जब आप बच्चों को यह याद दिलाते हैं कि 1 दहाई में 10 इकाइयां होती हैं तब आप उन्हें वह तथ्य बताते हैं जो उस प्रक्रिया में काम लिया गया था और यह उन्हें किसी न किसी तरह तथ्य के दायरे में कैद रखता है। जब आप उनसे ज्यादा कीमती इकाई बनाने की दर सोचने के लिए कहते हैं तब आप उस सिद्धांत का सुराग देते हैं जो तथ्य के साथ-साथ प्रक्रिया को भी समझाता है। ऐसी समझ किसी खास तथ्य के बदले ज्यादा दमदार होती है। इसे एक से ज्यादा हालातों में लागू किया जा सकता है। एक बार वे इस बात को जान-समझ लें कि ज्यादा कीमत वाली किसी इकाई को बनाने की दर 10 होना ही वह मुख्य कारण है कि क्यों हम एक दहाई को 10 इकाइयों में तोड़ते हैं, तब वे इसे और दूसरे हालातों में लागू कर सकते हैं। आगे चलकर जब वे तीन अंकों वाली संख्याओं में घटना सीख रहे होंगे तब आपको उन्हें दोबारा यह याद दिलाने की जरूरत नहीं पड़ेगी कि 1 सैकड़ा 10 दहाइयों के बराबर होता है। वे इस बात का खुद-ब-खुद पता लगा लेंगे।

अपने विषय में गहरी समझ और दूरदृष्टि रखने वाला शिक्षक ही ऐसी बात कह सकता है। यहां पर बगैर किसी तरह का उपदेश दिए या भाषणबाजी किए, शिक्षक बच्चों को गणित की एक बुनियादी खासियत व्यापकीकरण की ओर ले जा रहा है। गणित की बुनियादी खासियतों से अनजान शिक्षक के लिए दो सवालों की प्रकृति में फर्क कर पाना और बच्चों को सिखाने में उनका इस्तेमाल कर पाना शायद ही मुमकिन हो। वह तो कुछ ऐसा होगा जैसे वर्णाधि व्यक्ति को रंगों में फर्क करने और दूसरों को वह फर्क समझाने को कहना। तीसरा तरीका जो वे काम में लेते हैं वह है, दोबारा समूहीकरण को बहुविध तरीकों से करना। जो शिक्षक दोबारा समूहीकरण को इस्तेमाल करते भी हैं वे अक्सर एक ही तरीके से दोबारा समूहीकरण करके रुक जाते हैं। लेकिन चीनी शिक्षक दोबारा समूहीकरण को भी कई तरीकों से करवाते हैं। जैसे 53 - 26 वाले सवाल को हल करने के लिए हम 53 के समूह कई तरह से बना सकते हैं- 40 व 13 या 40, 10 व 3 और 26 के समूह भी कई तरह से बना सकते हैं- 20, 3, 3 या 10, 13, 3 आदि। अब दोनों संख्याओं का एक-एक समूह लेकर सवाल को हल करने की कोशिश करके देख सकते हैं कि कब-कब किस तरीके से सवाल को हल करने में क्या-क्या आसानी रहती है।

यहां पर एक सवाल यह खड़ा होता है कि चीनी शिक्षकों के द्वारा गणितीय प्रकरणों को सिखाने में इतनी अवधारणात्मक गहराई कैसे आ पाती है। चीनी शिक्षकों के साथ किए गए साक्षात्कारों से इसका एक जवाब कुछ इस तरह से निकलकर आता है कि ज्यादातर चीनी शिक्षक किसी प्रकरण से जुड़ी सिर्फ प्रक्रियागत समझ ही नहीं रखते, वे उस प्रकरण से जुड़े दूसरे गणितीय प्रकरणों की समझ के साथ ज्ञान की एक पोटली अपने दिमाग में बनाकर रखते हैं। उस ज्ञान की पोटली में उस प्रकरण से जुड़ी सभी अवधारणाएं शामिल होती हैं। चीनी शिक्षकों के तरीके बेहतर होने की वजह रंग-बिरंगी सामग्री की बहुतायत या किसी गणितीय प्रकरण की गणनविधि पर महारत में नहीं बल्कि इसकी वजह उनके दिमाग में मौजूद उस प्रकरण से जुड़ी ज्ञान की पोटली और उस पोटली में मौजूद चीजों के आपसी संबंधों की समझ में है और इस ज्ञान की पोटली के बारे में शिक्षक क्या सोचते हैं, उन्हीं में से एक शिक्षक चैन की जबानी सुनिए,

ज्ञान को 'बांधने' का कोई पक्का, जड़ या इकलौता सही तरीका नहीं है, यह सब किसी भी इंसान के खुद के नजरिए पर निर्भर करता है। अलग-अलग संदर्भों में अलग-अलग शिक्षक या एक ही शिक्षक अलग-अलग शिक्षार्थियों के साथ ज्ञान को अलग-अलग तरीकों से 'बांधे'। मुझे की बात यह है कि जब आप ज्ञान के किसी हिस्से को सिखा रहे हों तब आपकी निगाहों में ज्ञान की 'पोटली' होनी चाहिए और आपको पता होना चाहिए कि मौजूदा ज्ञान की पोटली की क्या भूमिका होगी। आपको जानना चाहिए कि आप जिस ज्ञान को सिखा रहे हैं उसे किन विचारों या प्रक्रियाओं से सहारा मिल सकता है ताकि आपके सिखाने का तरीका उन विचारों पर निर्भर कर सके, उन्हें मजबूत कर सके और उन्हें विस्तार से खोलकर समझा सके। जब आप ऐसे किसी महत्वपूर्ण विचार को सिखा रहे हों जो कि दूसरी प्रक्रियाओं को सहारा देगा तो आपको यह पक्का करने की खास कोशिशें करनी चाहिए कि आपके शिक्षार्थी उस विचार को अच्छी तरह से समझ लें और प्रक्रियाओं को कुशलता के साथ कर पाएं।

शिक्षक चैन की टिप्पणी में हम शिक्षक की स्वायत्तता की खुशबू सूंघ सकते हैं, सिखाई जाने वाली विषयवस्तु पर शिक्षक के नियंत्रण को देख सकते हैं, समझ के साथ-साथ प्रक्रिया में कुशलता की अहमियत का अहसास कर सकते हैं।

हमारे पूरे देश में करीब-करीब 10-15 साल तक न्यूनतम अधिगम स्तर की मदद से ज्ञान को खंड-खंड करके देखने, समझने और समझाने वालों को यह बात थोड़ी अजीब लग सकती है कि सिखाने

वाले के दिमाग में सिखाई जा रही चीज से जुड़ी ज्ञान की पोटली ठीक से बनाई जाने की जरूरत है। क्योंकि हमारे यहां तो माना यह जाता है, किसी विषय में गहराई में उतरने व समझने का हक तो कुछ ही व्यक्तियों या समूहों का है बाकी सभी को किसी चीज को लागू कैसे करना है इतना ही सीख लेना काफी है। यानी शिक्षकों का काम कुछ व्यक्तियों या समूहों की समझ के आधार पर बनी चीजों को लागू करना मात्र है। इस मान्यता की विफलता कई रूपों में हमारे सामने आती है, जैसे परीक्षा न लेने व फेल न करने की नीति को बिना सीखे आगे बढ़ा देने के तौर पर लागू करने के रूप में समझना या किताबों में किए गए बदलावों का सिर्फ किताबों तक ही सीमित रहना और व्यवहार में पढ़ाने के सदियों पुराने तरीके इस्तेमाल करना आदि।

चीनी व अमेरिकी शिक्षकों के तुलनात्मक अध्ययन के बहाने घटाने के ज्ञान के बारे में दो मॉडल लेखिका हमारे सामने रखती है। उनमें से पहला है, प्रक्रियागत समझ के साथ छद्म अवधारणात्मक समझ और दूसरा है, अवधारणात्मक समझ। इन दोनों मॉडलों को समझना हमारे लिए काम की चीज हो सकती है। छद्म अवधारणात्मक समझ के साथ प्रक्रियागत समझ रखने वाले व्यक्तियों में से ज्यादातर की ज्ञान की पोटली में सिर्फ सवाल को हल करने का तरीका होता है और उस तरीके की थोड़ी-बहुत व्याख्या भी होती है लेकिन उस व्याख्या में आम तौर पर गणितीय दलील शामिल नहीं होती है और अगर होती है तो आधी-अधूरी या समस्याजनक होती है। 'हमने तो ऐसे ही सीखा है', 'खाली जगह में क्रास लगा दो', 'पड़ोसी से उधार लेते हैं' कुछ इसी तरह की दलीलें हैं।

अवधारणात्मक समझ रखने वाले व्यक्तियों की ज्ञान की पोटली में तीन तरह का ज्ञान शामिल होता है : प्रक्रियागत प्रकरण, अवधारणात्मक प्रकरण और विषय के बुनियादी सिद्धांत। इसमें प्रक्रियागत प्रकरण में प्रक्रियागत समझ तो होती ही है, इसके साथ ही उस प्रक्रिया को अवधारणा से जोड़ना भी शामिल होता है। अवधारणात्मक प्रकरण में गणनविधि के अंदर मौजूद तर्क की गहरी समझ शामिल होती है और यह समझ भी कि अवधारणात्मक समझ बनाने से प्रक्रियागत कुशलता भी बढ़ती है। विषय के बुनियादी सिद्धांतों में ऐसी बुनियादी चीजें शामिल होती हैं जो उस अवधारणा के लिए नींव की ईंट का काम करती हैं। जैसे संख्या पद्धति के लिए ज्यादा कीमत वाली इकाई बनाने की दर या घटाने के लिए उलट संक्रिया। जो बच्चा ज्यादा कीमत वाली इकाई बनाने की दर को ठीक तरह से समझ चुका हो उसके लिए किसी भी संख्या को बनाना, उसका विस्तार करना, उसे तोड़ना आदि बायें हाथ का खेल होगा।

हमारे लिए भी यह एक अध्ययन का विषय हो सकता है कि भारतीय शिक्षकों में छद्म अवधारणात्मक समझ रखने वाले शिक्षकों का प्रतिशत कितना है और अवधारणात्मक समझ रखने वालों का कितना ?

तो इस पहले अध्याय में हमारे लिए अहम सबक कौन-कौन से हैं ? पहला, सिखाने के मामले में सामग्री की उपलब्धता व जैसे-तैसे उसका इस्तेमाल सिखा देना ही काफी नहीं, बल्कि जिस गणितीय प्रकरण को सिखाना चाहते हैं उससे संबंधित खुद की ज्ञान की पोटली को खोलना, उसकी जांच-परख करना और जरूरत पड़ने पर उसमें रद्दोबदल के लिए तैयार रहना जरूरी है। दूसरा, बच्चों के दिमाग में इस ज्ञान की पोटली को कैसे बनाया जाए, इसके तरीकों की खोजबीन करना और ज्ञान को अलग-अलग संदर्भों में इस्तेमाल करके देखने की संभावनाएं पैदा करना भी उतना ही जरूरी है, क्योंकि यकीनन यह पोटली कोई ऐसी चीज तो है नहीं कि अपने दिमाग से निकाली और बच्चों के दिमाग में ठूस दी और न ही यह ऐसी चीज है जिसे बच्चे का दिमाग अपने आप बना लेगा।

तीसरा, प्राथमिक स्तर पर गणित सिखाने का मकसद सिर्फ प्रक्रियाओं के अभ्यास में महारत हासिल करवा देना ही काफी नहीं है, बल्कि उन प्रक्रियाओं के पीछे छुपे तर्क को समझना जरूरी है और इसका एक तरीका गणितीय प्रकरणों पर, उसमें मौजूद अवधारणाओं के आपसी संबंधों पर खुलकर बात करना है।

सबक तो और भी कई हो सकते हैं लेकिन इस वक्त एक अहम सवाल यह भी है कि "हड़बड़ी में सुधारक (कों)" और शिक्षा प्रशासकों के पास खुद की ज्ञान की पोटली को खोलकर जांचने-परखने का वक्त है या नहीं या यों भी कह सकते हैं कि अपनी ज्ञान की पोटली को खोलकर दूसरों के सामने रखने का हौसला है या नहीं। ◆