

गणित में भाषा का विकास

राहुल सिंह रावैर



अगर हम अपने किसी साथी या परिचित से यह पूछें कि गणित और भाषा का सीखना आपस में जुड़ा हुआ है या नहीं, तो शायद वे “नहीं” कहेंगे। ऐसा इसलिए है क्योंकि उनको यह नहीं पता कि गणित का भाषा से किस-किस प्रकार सम्बन्ध है। मैं अपने अनुभवों को साझा करना चाहता हूँ कि भाषा का गणित में क्या योगदान है और हो सकता है। यह इस प्रकार से है :

आम भाषा का उपयोग : शिक्षक कक्षा-कक्ष में गणित (अवधारणाएँ, सूत्र, संक्रियाएँ, प्रमेय इत्यादि) के शिक्षण में आम भाषा का उपयोग करें तो बच्चे उसको जल्दी से ग्रहण करते हैं। उदाहरण : जब हम किसी बच्चे को कोई अंक जैसे 4 सिखा रहे हैं तो उसे 4-4 के समूह को ठोस चीजों से जोड़कर समझाते हैं, ताकि वह अमूर्त चीजों पर अपनी समझ बना सके।

इसी तरह गणित की कोई भी बात समझाने के लिए हमें बच्चों की पहली भाषा या वह भाषा जो वह समझते हैं उसका सहारा लेना चाहिए। बच्चों को गणित कठिन लगता है क्योंकि हम गणित में आम भाषा का बहुत कम उपयोग करते हैं।

सवालियों को समझकर हल करने की भाषा : हमारे गणित सीखने का एक महत्वपूर्ण उद्देश्य है कि हम गणित के द्वारा अपनी दैनिक जीवन के कार्यों को और आसान बना सकें। बच्चे अपनी कक्षा के दौरान इबारती सवालियों के माध्यम से यह उद्देश्य प्राप्त करने की कोशिश करते हैं।

गणित की भाषा : गणित खुद एक भाषा है जिसमें गणित में उपयोग होने वाले विभिन्न संकेत, चिन्ह, खुद के शब्द, प्रतीक व व्याकरण के नियम हैं। यह पहले से सुसंगत पूर्व अवधारणाओं पर आधारित है एवं तर्क के नियमों के आधार पर निर्मित हुआ है। गणितीय सोच के विकास के लिए इस तर्क को समझना एवं उपयोग करना ज़रूरी है और यह क्षमता आम भाषा के निर्माण पर निर्भर करती है। मसलन ‘और’, ‘लेकिन’, ‘इसलिए’, ‘या’ जैसे समुच्चयबोधक शब्दों के उपयोग की क्षमता हासिल करने के बाद ही बच्चे गणितीय तर्क के ऐसे वाक्यों को समझ पाएँगे : “प्रत्येक वर्ग एक आयत होता है लेकिन प्रत्येक आयत वर्ग नहीं होता है।”

दो भाषाओं के बीच में पारस्परिक क्रिया का एक पहलू यह भी है कि दोनों में कुछ सामान्य शब्दों का उपयोग होता है। गणित में आम भाषा के कुछ शब्दों का भी उपयोग होता है, लेकिन

गणित के एक निश्चित अर्थ के साथ जैसे, संक्रियाएँ।

गणित शिक्षण में भाषा की भूमिका : हम कक्षा में किसी बच्चे को संख्याओं की अवधारणा हासिल करने में मदद करते हैं जैसे कि 4 की अवधारणा हासिल करने में वस्तुओं के विभिन्न समूह (जैसे पेंसिल, किताबें, बच्चे, पेड़) में मौजूद 4 पन को समझने में। इसी प्रकार बच्चे को अमूर्त अवधारणाओं तथा उनसे सम्बन्धित शब्दों के लिए तैयार करने के लिए हम ठोस वस्तुओं का सहारा लेते हैं। साथ ही हम उसे हर बात आम भाषा में समझाते हैं।

इसी तरह, गणित की कोई भी बात समझाने के लिए हम बच्चों की पहली भाषा का या जो भी भाषा वह बच्चा समझता है उसी का प्रयोग करते हैं। इसके अलावा आम भाषा का उपयोग भी उसी स्तर तक करना चाहिए जिस स्तर तक बच्चा समझ पाए।

यदि हम शुरू से ही इन पहलुओं का ख्याल नहीं रखेंगे तो बच्चों को आगे आने वाली अवधारणाएँ व प्रक्रियाएँ कभी स्पष्ट नहीं हो पाएँगी। वे गणित की भाषा को लेकर कभी भी सहज नहीं हो पाएँगे। हर मोड़ पर वे संकेतों एवं सुरागों की तलाश में रहेंगे जिनकी मदद से वे परिभाषा या सूत्र को याद तो रख लेंगे, लेकिन फिर जैसे ही जरा भी अपरिचित सवालियों से पाला पड़ेगा तो वे तरह-तरह की गलतियाँ करेंगे।

इबारती सवाल

जब बच्चों को इबारती सवालियों से रूबरू करवाते हैं तो हमें सही तरह के इबारती सवालियों के द्वारा बच्चों को गणितीय अवधारणाओं व प्रक्रियाओं से परिचित कराने की आवश्यकता है। इन सवालियों से उन्हें ऐसे सन्दर्भ मिलते हैं जो उन्हें प्रोत्साहित करें। अलबत्ता, बच्चों को इबारती सवाल देते समय ध्यान रखना चाहिए कि सवाल सरल शब्दों में हों तथा बच्चों के दैनिक जीवन से जुड़ते हुए हों।

इबारती सवालियों को हल करते हुए यह समझना होता है कि सवाल में कहा क्या गया है। इसके बाद सवाल को वास्तविक जीवन के सन्दर्भ से उपयुक्त गणितीय रूप में बदलना होता है और इसे गणितीय संक्रियाओं के रूप में लिखना होता है। और अन्त में उत्तर को वापिस उस वास्तविक जीवन के सन्दर्भ में रखकर समझना होता है, जहाँ से शुरू किया था।

यानी किसी इबारती सवाल को हल करने के निम्नांकित चरण हो सकते हैं :

1. वास्तविक जीवन के सवाल को समझना
2. गणितीय कथनों में बदलना
3. संक्रियाओं की मदद से सवाल की रचना करना
4. गणितीय सवाल को हल करना
5. सवाल को फिर से अपने वास्तविक जीवन से जोड़कर उत्तर को जाँचना।

अधिकांश बच्चों का इबारती सवालों से सामना नहीं होता है। अधिकांश शिक्षक और पाठ्यपुस्तकें अवधारणाएँ सिखाने के लिए सीधे अमूर्त संख्या-सवालों पर चले जाते हैं या फिर शब्दहीन चित्रों का उपयोग करते हैं। इबारती सवालों पर तो वे साल के अन्त में ही आते हैं जिसके कारण बच्चों को सवालों को हल करने में बहुत ही दिक्कतें आती हैं।

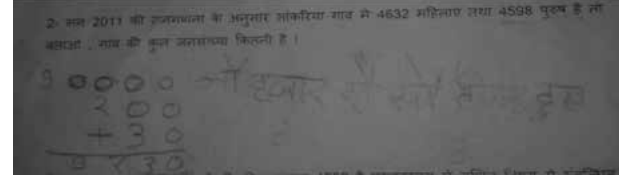
जो थोड़े बच्चे इबारती प्रश्नों को करने की कोशिश करते हैं, वे थोड़ा हिचकिचाते हैं। उनमें आत्मविश्वास की कमी साफ़ नजर आती है। वे कई अटकलें आजमाते हैं। इसमें से कुछ बच्चे ज्यादातर कुछ संख्याओं को जोड़कर शुरू करते हैं। इसके बाद वे आसपास के बच्चों की कॉपियों में झाँकते हैं कि उन्होंने वही किया है या नहीं।

स्थिति और भी पेचीदा हो जाती है जब हममें से कई लोग बच्चों को अटकल लगाने के ऐसे कारगर तरीके सिखा देते हैं जिनसे पता चलता है कि कौन-सी संक्रिया करनी है। हम उन्हें शॉर्टकट और अल्गोरिदम सिखा देते हैं। इन तरीकों से जाने-पहचाने सवालों के अपेक्षित उत्तर निकालने में तो ज़रूर मदद मिलती है लेकिन बच्चे समझ नहीं पाते कि हो क्या रहा है और क्यों। नतीजा यह होता है कि अगर उसी सवाल की भाषा में भी थोड़ा बहुत फेर-बदल कर दिया जाए तो उनकी मुश्किल और बढ़ जाती है।

जैसा कि आपने देखा कि इबारती सवालों के सन्दर्भ में बच्चों को कई स्तर पर दिक्कतें आती हैं। मुख्य बाधा यह रहती है कि वे वास्तविक जीवन की किसी स्थिति को गणितीय रूप में प्रकट नहीं कर पाते हैं और किसी गणितीय कथन का अर्थ वास्तविक ज़िन्दगी में समझ नहीं पाते। इस हेतु यह ज़रूरी है कि बच्चे आम भाषा को गणितीय प्रतीकों व संक्रियाओं से जोड़ पाएँ। इस सम्बन्ध को जोड़ने हेतु सहायक की आवश्यकता होती है। सवालों को ठोस वस्तुओं से जोड़कर उन्हें चित्रात्मक प्रतीकों की सहायता से उचित हाव-भावों की सहायता के द्वारा समझाना चाहिए जिसके माध्यम से बच्चे उनको समझ पाएँ।

उदाहरण : मैंने यह प्रश्न पूछा

प्रश्न : सन् 2011 की जनगणना के अनुसार सांकरिया गाँव में 4632 महिलाएँ तथा 4598 पुरुष हैं, तो बताओ गाँव की कुल जनसंख्या कितनी है?



हल :

जब इसको हल करने के बारे में बच्चे से पूछा तो उसने यह कहा कि इसमें पहले उसने प्रश्न को समझा कि इसमें पूछा क्या है। इसके बाद में उसने अपने गाँव से तुलना की कि क्या ऐसा हमारे गाँव में भी हो सकता है। उसके बाद गणितीय प्रक्रिया से हल किया, जिसमें उससे एक गलती हो गई थी जिसको उसने बाद में सुधार दिया। उसने 9000 को 90,000 लिख दिया था, लेकिन प्रश्न का हल सही निकाला क्योंकि उसने उस इबारती सवाल को समझा था।

गणित की भाषा सीखना : गणित की भाषा है? क्या किसी भी अन्य भाषा की तरह यह भी ऐसी अवधारणाओं, शब्दों, प्रतीकों, अल्गोरिदम और व्याकरण से मिलकर बनी है, जो ख़ास इसी के लिए बने हैं? बच्चे इस भाषा को तभी समझ सकते हैं जब बच्चे इसका इस्तेमाल करें, यानी इसे बोलें, इसे लिखें, इसे सुनें। बच्चों के साथ गणित की बातचीत, जो कुछ वे कर रहे हैं उसके बारे में उन्हें बताने को प्रेरित करने और गणित की चर्चा के जरिए उनकी समझ को आकार देती है, उनकी गणितीय भाषा व सोच को बेहतर बनाती है।

हाँ, यह ज़रूर है कि जब बच्चे यह बताने की कोशिश करते हैं कि वे क्या कर रहे हैं तो ज़रूरी नहीं कि उनकी बात सुसंगत या तर्कपूर्ण हो। ऐसा इसलिए है क्योंकि सही ढंग से बताने के लिए बच्चे इस बात पर गौर करना शुरू करें। ऐसा करते हुए उनको मौक़ा मिलेगा कि वह क्रिया में शामिल विभिन्न गणितीय प्रक्रियाओं को साथ-साथ रखने की, उन्हें व्यवस्थित करने तथा शब्दों में व्यक्त करने की क्षमता का विकास कर पाएँ। गणित की उनकी समझ तथा गणित के प्रति उनका लगाव विकसित करने में इसका दूरगामी प्रभाव होता है।

बहुत सारे बच्चे गणना प्रक्रियाओं को सही-सही निपटा लेते हैं हालाँकि वे इसमें निहित गणित को नहीं समझ पाते हैं। उदाहरण के लिए, जब हम किसी भी कक्षा में जाकर 5 अंकों की संख्याओं के बारे में पूछते हैं तो वे सही से नहीं बता पाते हैं जबकि वे संक्रियाओं को सही से कर लेते हैं।

किसी अल्गोरिदम का आधार न समझ पाने का कारण अक्सर यह होता है कि बच्चों को इस बात की अधिक समझ नहीं होती कि हम संख्याओं को एक विशेष ढंग से ही क्यों लिखते हैं। इसी कारण से बच्चे भिन्न-भिन्न प्रकार की गलतियाँ करते हैं। अतः उन्हें अवधारणाओं की पूरी समझ होनी चाहिए।

अतः संक्षिप्त में हमें निम्न बातों पर ध्यान देना चाहिए :

1. भाषा के उपयोग का असर बच्चों द्वारा गणित की अवधारणाएँ सीखने पर पड़ सकता है। क्योंकि भाषा की मदद से यह अवधारणाएँ उनके दिमाग में बैठ जाती हैं।
2. इबारती सवालों को करते वक़्त, गणित की किताबें पढ़ते वक़्त या उन्होंने जो कुछ समझा है उसे समझाते वक़्त बच्चों को गणितीय भाषा के साथ-साथ रोज़मर्रा की भाषा का भी उपयोग करना होता है।
3. बच्चे इबारती सवालों के प्रति किस प्रकार का रवैया दिखाते हैं? इसका कारण क्या है?
4. बच्चों को इबारती सवालों को समझने में और हल करने में मदद कैसे करें?
5. किसी अल्गोरिदम को लागू कर पाने का मतलब यह नहीं होता कि उसे सीखा जा चुका है।
6. अल्गोरिदम याद रखने के लिए किसी विशिष्ट सन्दर्भ या अवधि में उपयोगी शॉर्टकट या गुर पकड़ लेना खतरनाक भी हो सकता है। इनकी वजह से बच्चे कई बार गलत व्यापकीकरण करते हैं और गलत अवधारणा पकड़ लेते हैं।
7. गणितीय भाषा से बच्चों का परिचय धीरे-धीरे, सही जगह पर, काफ़ी अभ्यास के साथ इस ढंग से कराना चाहिए कि वे इस भाषा को ज़्यादा गहराई से समझने व जानने लें।

कुछ सुझाव

1. एक ही गणितीय कथन कई अलग-अलग स्थितियों को निरूपित कर सकता है। एक ही स्थिति को अलग-अलग इबारती सवालों के रूप में प्रस्तुत किया जा सकता है। इबारती सवालों को किसी अल्गोरिदम तरीके से प्रस्तुत नहीं किया जाता है। इसलिए इन्हें समझने में देर लगती है। कई अन्य कारण भी हो सकते हैं जो बच्चों से सम्पर्क के दौरान शायद आपको नज़र आएँ।
2. हम ऐसे सवाल बना सकते हैं जिसमें कुछ बच्चों के बीच 4-4 कंकड़ बाँटने हों या अन्य कोई कार्य गणित से सम्बन्धित।

3. '3 + 5 = 8' को निम्नानुसार कम से कम दस तरीकों से व्यक्त किया जा सकता है :

- तीन और पाँच आठ।
- तीन और पाँच मिलकर आठ होते हैं।
- तीन जमा पाँच आठ होते हैं।
- तीन और पाँच का जोड़ आठ होता है।
- तीन और पाँच का योग आठ होता है।
- आठ, तीन से पाँच ज़्यादा है।
- तीन, आठ से पाँच कम है।
- तीन में पाँच जोड़ें तो आठ आता है।
- तीन धन पाँच बराबर आठ।
- तीन धन पाँच आठ होता है।

4. उदाहरणों से एक बात जाहिर है कि ऐसे बच्चे, और कई वयस्क भी, जो जल्द से किसी सवाल को सही-सही हल कर देते हैं, कई बार उसमें शामिल गणित को नहीं जानते। विधि को ठीक से लागू कर पाने का मतलब यह नहीं है कि हम उन संक्रियाओं को समझते हैं जिनके लिए ये विधियाँ बनी हैं। बतौर शिक्षक हमें इस बात के प्रति सचेत रहना चाहिए।

5. हम गणितीय प्रतीकों और कथनों को कैसे प्रस्तुत करते हैं? सोचते वक़्त इस बात पर ध्यान दीजिए कि बच्चों में इन प्रतीकों का अर्थ तथा उनके परस्पर सम्बन्धों की समझ विकसित करना है।

6. गणित की प्रतीकात्मक भाषा की समझ हासिल करने के लिए बच्चों को अवसर प्रदान करने के लिए क्या किया जाना चाहिए? ऐसे कौन-से अनुभव होंगे जिनसे बच्चों को कोष्ठक सहित गणितीय समीकरण और व्यंजक समझने में मदद मिलेगी?



राहुल सिंह राठौर अज़ीम प्रेमजी फ़ाउण्डेशन सिरौही, राजस्थान में फरवरी 2012 से कार्यरत हैं। इससे पहले वे अजीत सीनियर सेकण्डरी स्कूल, सिरौही में ही गणित के शिक्षक थे। उन्होंने एम.एससी. (गणित), बी.एड., आरटीईटी और सीटीईटी की उपाधियाँ प्राप्त की हैं। उनसे rahul.rathore@azimpremjifoundation.org पर सम्पर्क किया जा सकता है।