ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ: ಹೊಸ ಕೋಲಾಹಲ

ಆಂಗ್ಲಮೂಲ: ಆರ್. ರಾಮಾನುಜಮ್
ಕನ್ನಡಾನುವಾದ: ವಿಶ್ವನಾಥ್,
ಚೈತನ್ಯ ಅಸೋಸಿಯೇಟ್ಸ್, ಮೈಸೂರು

I. ಏನಿದು ಕೋಲಾಹಲ?

ಕಳೆದ ಶತಮಾನದ 80ರ ದಶಕದಿಂದಲೂ ಗಣಕವಿಜ್ಞಾನದ (computer science) ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಅಧ್ಯಯನದಲ್ಲಿ ನಿರತನಾಗಿರುವ ನನ್ನನ್ನು ಹಲವೊಮ್ಮೆ, "ನೀವು ಯಾವ ಭಾಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತೀರಿ" ಎಂದು ಕೇಳಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನೇ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳದವನಂತೆ ನನ್ನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಉತ್ತರವು, "ಬಹುತೇಕ ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ನಲ್ಲಿ, ಆದರೆ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ತಮಿಳಿನಲ್ಲಿ ಕೂಡ" ಎಂದಾಗಿರುತ್ತಿತ್ತು. ಅಂದಿನ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಕಯಂತ್ರಗಳೊಡನೆ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಿದ್ದಾರೆ ಎಂದರೆ ಫೋರ್ಟ್ರಾನ್ ಅಥವಾ ಕೋಬಾಲ್ ಅಥವಾ ಸಿ ಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಿಧಿಗಳನ್ನು (programme) ಬರೆಯುವುದಾಗಿತ್ತು. ನನ್ನನ್ನು ಪ್ರಶ್ನೆಮಾಡುವವರು ಕೇಳುತ್ತಿದ್ದುದೂ ಅದನ್ನೇ. ನನ್ನ ಉತ್ತರವು ಕ್ರಮವಿಧಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಭಾಷೆ ಅಪ್ರಸ್ತುತ, ಆಧಾರಭೂತ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಮುಖ್ಯ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಒತ್ತುನೀಡುವಂತಿತ್ತು. ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಇನ್ನೂ ನಿಖರವಾದ, ಅದರೆ ಸಂಪೂರ್ಣ ಸಂದಿಗ್ಧತೆಯಿಂದ ಕೂಡಿದ ಉತ್ತರವು, "*ಮೊದಲ ದರ್ಜೆಯ ತರ್ಕ* ಹಾಗೂ, ಗೌಣವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಬೀಜಗಣಿತ" ಎಂದಿರಬೇಕಿತ್ತು; ಏಕೆಂದರೆ, ಇವೇ ಗಣಕಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು (computing) ಕುರಿತಾದ ಅಮೂರ್ತ ತಾರ್ಕಿಕ ಭಾಷೆಗಳಾಗಿವೆ (abstract logical languages).

ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಮತ್ತು ಗಣಕವಿಜ್ಞಾನದ ಬಗ್ಗೆಗೆ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ವಲಯದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಗ್ರಹಿಕೆಯು ಈ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳ ಮೂಲಭೂತ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿಫಲಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದಕ್ಕಾಗಿ ಇಷ್ಟೆಲ್ಲಾ ಹೇಳಬೇಕಾಯಿತು. (ಇದು ಸಹಜ ಕೂಡ: ಎಲೆಕ್ಟ್ರಿಕಲ್ ಎಂಜಿನಿಯರ್ ಅಥವಾ ಪುರಾತತ್ತ್ವಜ್ಞರು (archeologists) ಬಳಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ ಇರುವ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಗ್ರಹಿಕೆ ನಿಖರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದೇನೂ ಇಲ್ಲ.) ಆಧುನಿಕ ಜೀವನದ ಮೇಲೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿರುವ ಗಣಕಯಂತ್ರಗಳ ಪ್ರಭಾವವು ಆವಶ್ಯಕವಾಗಿ ಅಂತಹ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಾರ್ವಜನಿಕರಿಂದ ನಿರೀಕ್ಷಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗಲಾರದು ಸಹ: ವೈದ್ಯರ ಮೊರೆಹೋಗುವ ಜನರು ವೈದ್ಯಕೀಯ ರೋಗನಿರ್ಣಯ ವಿಧಾನವನ್ನಾಗಲೀ, ವೈದ್ಯಕೀಯ ಸಲಹೆಯ ವಿಧಾನಗಳನ್ನಾಗಲೀ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕೆಂದು ನಾವು ಅಪೇಕ್ಷಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಇಂತಹ "ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಚಿಂತನೆ"ಯನ್ನು ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಶಿಫಾರಸು ಮಾಡಿದಾಗ ಇಂತಹ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣದ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಬಂದಾಗ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಗ್ರಹಿಕೆ ಹಾಗೂ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆ ನಿರ್ಣಾಯಕವಾಗುತ್ತವೆ. ಕಳೆದ ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಹಲವು ದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯು (Computational thinking) ಶಾಲಾ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಭಾಗವಾಗಬೇಕು ಎಂಬ ಅಬ್ಬರದ ಆಗ್ರಹವು ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿದೆ. ಭಾರತದಲ್ಲಿ "ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿ" 2020 (NEP) ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೆ ಮನ್ನಣೆಯಿತ್ತಿರುವುದಷ್ಟೆ ಅಲ್ಲದೆ, ಅದನ್ನು ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಯೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದೆ. ಇದು ದೇಶದಲ್ಲಿ ಭಾರಿ ಕೋಲಾಹಲವನ್ನೇ ಹುಟ್ಟುಹಾಕಿದ್ದರೆ, ಶಿಕ್ಷಣ ತಜ್ಞರ ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕರ ಸಮುದಾಯದಲ್ಲಿ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಅಂದರೆ ಏನು, ಅದನ್ನು ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಯೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿರುವುದಾದರೂ ಏತಕ್ಕಾಗಿ ಹಾಗೂ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೆ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ

ನೀಡುವುದು ಆವಶ್ಯಕವೇ, ಅಪೇಕ್ಷಣೀಯವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ ಸ್ಪಷ್ಟ ಗ್ರಹಿಕೆ ಇದೆಯೇ ಎಂಬುದೇ ಸಂದೇಹಾಸ್ಪದವಾಗಿದೆ.

ಇಂತಹ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತ ಲೇಖನದ ಉದ್ದೇಶವು ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಎತ್ತಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಸಂಬೋಧಿಸುವುದಾಗಿದೆ:

- ಆಧುನಿಕ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಗಣಕಯಂತ್ರಗಳ ಸರ್ವವ್ಯಾಪಿತ್ವವು a) ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಕಲಿಯಲು, b) ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಕಲಿಯಲು ಪರ್ಯಾಪ್ತ ಕಾರಣವೆ?
- ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಮಾಹಿತಿ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನದ (digital technology) ಪಾತ್ರಕ್ಕೂ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಮಾಹಿತಿ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ ವಲಯದಲ್ಲಿ ದೇಶದಲ್ಲಿ ಇಂದು ಇರುವ ಅಗಾಧ ಅಸಮಾನತೆಯ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಮಾಹಿತಿ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನಗಳ ಪೋಷಣೆಯಿಂದ ಈ ಸಾಮಾಜಿಕ ಬಿರುಕು ಮತ್ತಷ್ಟು ಹಿರಿದಾಗುವುದಿಲ್ಲವೆ?
- ಗಣಕಯಂತ್ರ ಕ್ರಮವಿಧಿಕರಣವನ್ನು (computer programming) ಕಲಿಯುವುದಕ್ಕೂ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಮಕ್ಕಳು ಯಾವ ವಯಸ್ಸಿಗೆ ಸಂಕೇತನ (coding) ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಕಲಿಯಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಬೇಕು?
- ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೂ ಶಾಲಾ ಗಣಿತಕ್ಕೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಈಗಾಗಲೇ ಇಡಿಕಿರಿದ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವಿರುವಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಬೋಧಿಸಿದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರ ಮೇಲಿನ ಹೊರೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಂತಾಗುವುದೆ?
- ಭಾರತೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕೈಗೆತ್ತಿಕೊಳ್ಳಲು ತಯಾರಿದೆಯೆ?

ನಿಶ್ಚಯವಾಗಿಯೂ, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಈ ಪಟ್ಟಿ ಸಮಗ್ರವೇನೂ ಅಲ್ಲ. ಮುಂದಿನ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯ ಅನುಷ್ಠಾನದ ಎಲ್ಲ ಹಂತಗಳಲ್ಲೂ ಇನ್ನೂ ಹಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಏಳುತ್ತವೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಮೇಲಿನ ಮೂಲಭೂತ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ನೀತಿಯೊಂದು ಉತ್ತರಿಸಬೇಕಿದ್ದು, ತನ್ಮೂಲಕ, ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ಶಿಕ್ಷಕ ಸಮುದಾಯಕ್ಕೆ ಸ್ಪಷ್ಟ ದಿಕ್ಸೂಚಿಯೊಂದನ್ನು ನೀಡುವ ಬಾಧ್ಯತೆ ತೋರಬೇಕಿದೆ.

II. ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ

ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಗಣಕವಿಜ್ಞಾನವನ್ನು ಪ್ರಧಾನವಾಗಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನಾಗಿ ಬೋಧಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಪದವಿಪೂರ್ವ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕೊಂಚಮಟ್ಟಿನ ತಯಾರಿಯೂ ನಡೆಯುತ್ತದೆ. ಮೊದಲ ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ "ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಕ್ಲಾಸ್" ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವುದು ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಗಣಕಯಂತ್ರಗಳ, ವೇದಿಕೆಗಳ (platforms) ಹಾಗೂ ಅಂತರ್ಜಾಲದ ಬಳಕೆಗೆ ಸೀಮಿತವಾಗಿದೆ. ಇದೂ ಕೂಡ, ಪ್ರಧಾನವಾಗಿ, ನಗರಪ್ರದೇಶಗಳ ಖಾಸಗಿ ಶಾಲೆಗಳಿಗಷ್ಟೇ. ಬೃಹತ್ಪ್ರಮಾಣದ ಸರ್ಕಾರಿ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಾದರೋ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಗಣಕಯಂತ್ರದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಅಥವಾ ಪದವಿಪೂರ್ವ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತದೆ. ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಸಂಕೇತನ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ಶಾಲಾ

ಹಂತದುದ್ದಕ್ಕೂ ಶಿಫಾರಸು ಮಾಡುವ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯ ಅನುಷ್ಠಾನದಿಂದ ಇವೆಲ್ಲವೂ ಬದಲಾಗಲಿದೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಪ್ರಸ್ತುತವಾದ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯಲ್ಲಿನ ವಿಷಯವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಉದ್ಧರಿಸುವುದು ಸೂಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ:

> 4.25 ಕೃತಕ ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆ (artificial intelligence), ಯಂತ್ರಕಲಿಕೆ (machine learning) ಮತ್ತು ಮಾಹಿತಿ ವಿಜ್ಞಾನ (data science) ಇವೇ ಮೊದಲಾದ ಭಾವಿ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಭಾರತದ ಭವಿಷ್ಯಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಭಾರತ ನಿರ್ವಹಿಸಲಿರುವ ನಾಯಕತ್ವದ ಪಾತ್ರಕ್ಕೆ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಗಳು ಬಹು ಮಹತ್ತ್ವದ್ದಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಿಕ್ಷಣದ ಹಂತದಿಂದ ಹಿಡಿದು ಶಾಲಾ ಹಂತದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗಳಿಗೆ ನೀಡಲಾಗುವ ಪ್ರಾಶಸ್ತ್ಯವನ್ನು ವರ್ಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ನಲಿವಿನದ್ದಾಗಿ ಮಾಡುವಂತಹ ಹಾಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಲಾಗುವಂತಹ ಒಗಟುಗಳು ಮತ್ತು ಆಟಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಬಳಕೆಯನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಹತ್ತು ಹಲವು ನೂತನ ವಿಧಾನಗಳ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಸಂಕೇತನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಗಣಿತೀಯ ಮತ್ತು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಬೆಸೆದಿರುವುದು ಮಹತ್ತ್ವದ್ದು; ಏಕೆಂದರೆ, ಇದು ಪ್ರಚಲಿತ ಮಾದರಿಯ "ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ತರಗತಿ"ಗಳನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ವರ್ಜಿಸಲಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಚಿಂತನೆಗೆ ಪ್ರಾಶಸ್ತ್ಯ ನೀಡುವ ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಆಧಾರಭೂತ ವಿಜ್ಞಾನವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವತ್ತ ಸಾಗುವುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಮೇಲೂ ಮಹತ್ತ್ವದ ಪರಿಣಾಮ ಬೀರುತ್ತದೆ: "ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ", ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ಹಾಗೂ (ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವಂತಹ) ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ತರಗತಿಯ ಗಮನವು ಚಿಂತನೆಯ ವಿಧಾನವೊಂದನ್ನು ಕಲಿಯುವ ಕಡೆಗೆ ಕೇಂದ್ರೀಕೃತವಾಗುವುದನ್ನು ಇದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನೊಂದೆಡೆ, ಮೇಲಿನ ಉದ್ಧರಣೆಯ ಪ್ರಕಾರ, "ಕೃತಕ ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆ, ಯಂತ್ರಕಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಮಾಹಿತಿ ವಿಜ್ಞಾನ ಇವೇ ಮೊದಲಾದ ಭಾವಿ ಕ್ಷೇತ್ರ"ಗಳಿಗೆ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೆ ಇರುವ ಮಹತ್ತ್ವದ ಕಾರಣದಿಂದ ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ಇರುವ ಸಮರ್ಥನೆಯು ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದಾಗಿದೆ. ಮೇಲಾಗಿ, ಸಂಕೇತನ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಹಂತದಿಂದ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಶಿಫಾರಸು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಶಿಫಾರಸು ಕೇವಲ ಷೋಕಿಗಾಗಿ ಹಾಗೂ ಯಾವುದು ಪ್ರಸ್ತುತ ಗಣಕವಿಜ್ಞಾನ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಮಹತ್ತ್ವದೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆಯೋ ಹಾಗೂ ಸಂಕೇತನ ಸಿದ್ಧಾಂತದೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧಹೊಂದಿದೆಯೋ ಅದರ ಚಪಲ ತೀರಿಸಲು ಇದೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸುವುದು ಅಪರಾಧವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. (ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಕೃತಕ ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆ ಮತ್ತು ಮಾಹಿತಿ ವಿಜ್ಞಾನವನ್ನು ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಯ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಬೋಧಿಸುವುದನ್ನು ಈಗಾಗಲೇ ಕೆಲವರು ಶಿಫಾರಸು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ!)

"ಭಾರತದ ನಾಯಕತ್ವದ ಪಾತ್ರ"ದ ಉಲ್ಲೇಖವು ಮತ್ತೂ ಒಂದು ಸಂದೇಹಕ್ಕೆ ಎಡೆಮಾಡುತ್ತದೆ: ಶಾಲಾ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವು ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣದ ಗುರಿಗಳಿಂದ ನಿರ್ಧಾರಿತವಾಗಬೇಕಿದ್ದು, ರಾಷ್ಟ್ರೀಯತೆಯ ಆದ್ಯತೆಗಳ ಬಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳ ಮೇಲೆ ಹೇರಲಾಗದು. ಮತ್ತೇನೆಂದರೆ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಉತ್ತೇಜನವು ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಉದ್ದೇಶವಾಗಿ ಮೂಲಭೂತ ಸ್ವರೂಪದ್ದು ಎನ್ನುವುದಕ್ಕಿಂತಲೂ, ಸಾಧನಾತ್ಮಕ ಸ್ವರೂಪದ್ದು ಎಂದು ಭಾಸವಾಗುತ್ತದೆ. ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇದೊಂದೇ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಎಂಬ ಪದಗುಚ್ಛದ

ಬಳಕೆಯಾಗಿರುವುದು. ಇದಕ್ಕೆ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತವಾಗಿ, ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಹಿತಿ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿ ಬಲವಾಗಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತಾ, ಇಡೀ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನೇ ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಮೀಸಲಿರಿಸಿದೆ.

ಏತನ್ಮಧ್ಯೆ, ಕೊರೋನಾ ಮಹಾಮಾರಿಯ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ ದೇಶದಲ್ಲಿ ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಷೇತ್ರವು ಭಾರಿ ಬಾಧೆಗೆ ತುತ್ತಾಗಿದ್ದರಿಂದ (ಗಣ್ಯರಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಲಭ್ಯವಿರುವ) ಆನ್ ಲೈನ್ ಶಿಕ್ಷಣವು ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನವನ್ನು ಮುನ್ನೆಲೆಗೆ ತಂದಿತು. ಇದರಿಂದ, ಮಾಹಿತಿ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಕ್ರಮವಿಧಿಕರಣದ ಬೋಧನೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿರುವುದು ಮತ್ತಷ್ಟು ಗೊಂದಲಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗಿದೆ.

ಈ ಎಲ್ಲವೂ ಸೇರಿ ಗಣನೀಯ ಪ್ರಮಾಣದ ಶಿಕ್ಷಕರು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದೆಂದರೆ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಡಿಜಿಟಲ್ ಸಾಧನಗಳ ಬಳಕೆಯಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಕ್ರಮವಿಧಿಕರಣವನ್ನು ಹಾಗೂ ಬಹುಶಃ ಮಾಹಿತಿ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಕೃತಕ ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆಯನ್ನು ಹೊಸ ವಿಷಯಗಳಂತೆ ಚಿಕ್ಕ ವಯಸ್ಸಿನಿಂದಲೇ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಬೋಧಿಸುವುದೇ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುವಂತಾಗಿದೆ.

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸುತ್ತಿರುವ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯು, ತನ್ನ ಅನುಷ್ಠಾನದಲ್ಲಿ, ಡಿಜಿಟಲ್ ಸಾಧನಗಳ ಬಳಕೆಗೆ ಉತ್ತೇಜನ ನೀಡುವುದಕ್ಕೆ ಹಾಗೂ ಚಿಕ್ಕ ವಯಸ್ಸಿನಿಂದಲೇ ಸಂಕೇತನದ ಬೋಧನೆಗೆ ಒತ್ತುನೀಡುವುದಷ್ಟಕ್ಕೇ ಸೀಮಿತವಾಗಬಹುದಾದ ಗಂಭೀರ ಅಪಾಯವಿದೆ. ಹಾಗೆ ಆಗುವುದು ನಿಜಕ್ಕೂ ಒಂದು ಶೋಚನೀಯ ಪರಿಣಾಮವೆನ್ನಬಹುದು.

III. ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಎಂದರೇನು?

ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿ ಗಣಕಯಂತ್ರ ಕ್ರಮವಿಧಿಕರಣದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮೊಟ್ಟಮೊದಲ ಬಾರಿಗೆ ಸೃಷ್ಟಿಸಿದ ಖ್ಯಾತಿಯ ಅಮೇರಿಕಾದ ಗಣಕವಿಜ್ಞಾನಿ ಸೀಮೋರ್ ಪ್ಯಾಪರ್ಟ್ ([4]) ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಎಂಬ ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದವನ್ನು 1980ರಲ್ಲಿ ಹೊಸೆದರು. ಈ ಪದಗುಚ್ಛವು ಮೈಂಡ್ ಸ್ಟಾರ್ಮ್ಸ್ (ಪು.182)ರಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದಾದರೂ, ಅಲ್ಲಿ ಅದಕ್ಕೆ ಯಾವುದೇ ವಿವರಣೆ ದೊರೆಯುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಕಲ್ಪನೆಯ ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಮಂಡನೆಯನ್ನು 1996ರಲ್ಲಿ ರಚಿತವಾದ ಅವರ ಪ್ರಬಂಧ “ಗಣಿತಶಿಕ್ಷಣ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅನ್ವೇಷಣೆ” [5]ರಲ್ಲಿ ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ. ಅಲ್ಲಿ ಅವರು *ಕ್ರಿಯೆಗೂ ಮುನ್ನಿನ ವಸ್ತು* ಎಂಬ ತತ್ತ್ವದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಮಂಡಿಸುತ್ತಾರೆ. ಗಣಿತೀಯ ಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ “ವಸ್ತುರೂಪದ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ” ನೀಡುವುದು ಅವುಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಯೋಚಿಸಲು ನೆರವಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಮೇರಿಕಾದ ಗಣಕವಿಜ್ಞಾನಿ, ಜನೆತ್ ವಿಂಗ್ ಅವರು ಈ ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದವನ್ನು 2006ರ ತಮ್ಮ ಪ್ರಬಂಧಗಳಾದ [6], [7]ರಲ್ಲಿ ಜನಪ್ರಿಯಗೊಳಿಸಿದರು. ಅವರು ಅದಕ್ಕೆ ಎಲ್ಲರೂ ಕಲಿತು ಬಳಸಬಹುದಾದ “ಮನೋಧರ್ಮ ಮತ್ತು ಕೌಶಲಗಣ” ಎಂಬ ಹಣೆಪಟ್ಟಿ ನೀಡುತ್ತಾರೆ. ಸರಳವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಎನ್ನುವುದು ನಾವು ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಮಸ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಕೈಗೆತ್ತಿಕೊಂಡು, ಅದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು, ಗಣಕಯಂತ್ರವೊಂದು, ಮನುಷ್ಯನೊಬ್ಬ ಅಥವಾ ಗಣಕಯಂತ್ರ ಮತ್ತು ಮನುಷ್ಯರಿಬ್ಬರೂ ಕೂಡಿ ಅದರ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಅದರ ಸಂಭಾವ್ಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ವಿಕಾಸಗೊಳಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಎನ್ನಬಹುದಾಗಿದೆ. ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆ ಎನ್ನುವುದು ಗಣಿತಜ್ಞನಂತೆ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಚಿಂತಿಸುವುದು ಎಂದಾದರೆ, ವಿಂಗ್ ಅವರ ಪ್ರಕಾರ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಎನ್ನುವುದು ಗಣಕವಿಜ್ಞಾನಿಯಂತೆ ಚಿಂತಿಸುವುದು ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯ ಭಾಗವು ನಿರ್ಣಾಯಕವಾದದ್ದು: ಏತಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು ಗಣಕಯಂತ್ರವೊಂದು ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸುವಂತೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ವಿಕಾಸಗೊಳಿಸಬೇಕು? ನಾವಿಲ್ಲಿ ಗಣಕಯಂತ್ರ ಎಂದರೆ ಏನೆಂದು ಅರ್ಥೈಸಬೇಕು? ಯಾವ ಗಣಕಯಂತ್ರ? ಈ ಗಣಕಯಂತ್ರಕ್ಕೆ ಯಾವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳಿವೆ ಎಂದು ನಾವು

ಭಾವಿಸಬೇಕು? ಇದನ್ನೇ ಬೇರೊಂದು ರೀತಿ ಕೇಳಿದರೆ, ಇದು ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಮನುಷ್ಯನೊಬ್ಬ ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೇಗೆ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ?

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗಣಕಯಂತ್ರವನ್ನೂ ಕುರಿತಾಗಿ ಅಲ್ಲದೆ, ಒಂದು ಆದರ್ಶೀಕೃತ ಗಣಕಯಂತ್ರವನ್ನು ಕುರಿತು ಹೇಳುತ್ತಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಬೇಕು. ಯಾಂತ್ರೀಕೃತ ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಪ್ರಮುಖ ಗುಣಲಕ್ಷಣವೆಂದರೆ ಅದು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಿಂದ ಬೇಸರಗೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ ಅಥವಾ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ. ಕ್ಯಾಲ್ಕ್ಯುಲೇಟರ್ ಒಂದಕ್ಕೆ ಐದು ಮೂರಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದು ಕೆಲವು ಕೋಟಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೂ ಕೆಲವು ಸಾವಿರಗಳಲ್ಲಿರುವ ಐನೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಶ್ರಮಕ್ಕಿಂತ ಭಿನ್ನವೇನಲ್ಲ.

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕಾದ ಎರಡು ಮೂಲಭೂತ ಅಂಶಗಳಿವೆ: ಮಾಹಿತಿಯ ಗಾತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳ ಪುನರಾವರ್ತನೆ. ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳ ಪ್ರಧಾನ ಗುಣವು “ಸ್ಕೇಲಿಂಗ್” ಆಗಿದೆ. ನಾವು ಸಾಕಷ್ಟು ಸರಳ ಹಂತಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಅಂತಹ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿದ ಬಳಿಕ, ಅಗತ್ಯಕ್ಕೆ ತಕ್ಕಂತೆ ಅವುಗಳ ಪ್ರಮಾಣ ವರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

ವಿಂಗ್ ಅವರ ಪ್ರಕಾರ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಲಕ್ಷಣಗಳೆಂದರೆ: *ವಿಭಜನೆ, ವಿನ್ಯಾಸ ಗುರುತಿಸುವಿಕೆ, ಅಮೂರ್ತೀಕರಣ ಹಾಗೂ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳು.*

- ವಿಭಜನೆಯು ಸಂಕೀರ್ಣ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ಉಪಕಾರ್ಯಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿ, ಪ್ರತಿ ಉಪಕಾರ್ಯವನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ನಿರ್ವಹಿಸಲಾಗುವಂತೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಸರಳ ಉಪ-ಉಪಕಾರ್ಯಗಳು, ಇತ್ಯಾದಿಯಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ.
- ಇದನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ ಕೆಲವು ಕಾರ್ಯಗಳು (ಬಹುಶಃ ಚಿಕ್ಕ-ಪುಟ್ಟ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳೊಂದಿಗೆ) ಮತ್ತೆ-ಮತ್ತೆ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ನಾವು ಅದನ್ನು ಒಂದೇ ಕಾರ್ಯದ ವಿಭಿನ್ನ ನಿದರ್ಶನಗಳಂತೆ, ಪ್ರಾಯಶಃ ಭಿನ್ನತೆಯನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಬಲ್ಲ ನಿಯತಾಂಕವೊಂದರೊಡನೆ, ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇವು ವಿನ್ಯಾಸ ಗುರುತಿಸುವಿಕೆಯ ಹಾಗೂ ಅಮೂರ್ತೀಕರಣದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು.
- ಉಪಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು “ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟೂ ಉತ್ತಮ” ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಬದ್ಧಗೊಳಿಸುವ ಘಟ್ಟಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ವಿಧಾನಗಳೇ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳು. ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯು ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಅಂತಹ ವಿಧಿವಿಧಾನವೊಂದನ್ನಷ್ಟೇ ಒಳಗೊಳ್ಳದೆ, ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನೂ ಒಳಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ದಿನನಿತ್ಯದ ಉದಾಹರಣೆಯಂತೆ ನಾಲ್ಕು ಜನರಿಗೆ ರಾತ್ರಿಯೂಟದ ಅಡುಗೆ ತಯಾರಿಯ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಸಾಕಷ್ಟು ಯೋಜನೆಯ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ನಾವು ಭಕ್ಷ್ಯಗಳ ವಿವರವನ್ನು ಕುರಿತು ನಿರ್ಧಾರಕ್ಕೆ ಬರಲಾಗದಿದ್ದರೆ, ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಬೇಕಾದ ದಿನಸಿ ಸಾಮಾನು ಖರೀದಿಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ನಮಗೆ ಬೇಕಿರುವ ಕೆಲವು ದಿನಸಿ ಸಾಮಾನು ದೊರೆಯದೇ ಹೋಗಬಹುದಾದ್ದರಿಂದ ತಯಾರಿಸಬೇಕಿರುವ ಭಕ್ಷ್ಯಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಬೇಕಾಗುವ ಸಂದರ್ಭ ಒದಗಬಹುದು. ಒಮ್ಮೆ ದಿನಸಿ ಸಾಮಾನು ದೊರೆತು, ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಅಡುಗೆ ಪಾತ್ರೆ-ಪರಡಿ ದೊರೆತು, ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರು ಅಡುಗೆ ಭಟ್ಟರಿದ್ದರೆ, ಯಾರು, ಯಾವ ಕೆಲಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು ಹಾಗೂ ಯಾವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ (ಎಲ್ಲವೂ ಸರಿಹೋದರೆ, ಕೆಲಸವಿಲ್ಲದೆ ಒಬ್ಬರಿಗೊಬ್ಬರು ಕಾಯದಂತಾಗದಂತೆ) ಮಾಡಬೇಕು

ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಕೆಲವು ಕೆಲಸಗಳು ಉಳಿದವುಗಳಿಗಿಂತ ಮೊದಲು ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗಿ ಬರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಪಾಕವಿಧಾನವು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿರುವ ಅಗತ್ಯವಿದ್ದು, ಅದನ್ನು ಜಾಗರೂಕತೆಯಿಂದ ಅನುಸರಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಸುರಕ್ಷಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಅಡುಗೆ ತಯಾರಿ ನಡೆಯುತ್ತಿರುವಂತೆಯೇ ಸುರಕ್ಷೆ ಹಾಗೂ ರುಚಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಕೆಲವು ತಪಾಸಣೆಗಳನ್ನು ಕೈಗೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇವೆಲ್ಲದರ ಕೊನೆಗೆ, ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಮಂದಿಗೆ ಊಟ ತಯಾರಿಸುವ ನಂಬಲರ್ಹ ವಿಧಾನವೊಂದಿದ್ದರೆ, 20 ಮಂದಿಗೆ ಅದು ಹೇಗೆ ಪ್ರಮಾಣಾನುಸಾರ ಹೆಚ್ಚಳವಾಗುತ್ತದೆ (ಸ್ಕೇಲಿಂಗ್) ಎಂದೂ, 100 ಮಂದಿಗೆ (ವಿವಾಹಭೋಜನದ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ) ಹೇಗೆ ಹೆಚ್ಚಳವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದೂ ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. ಮುಂದುವರಿದು, ಅದೇ ಭಕ್ಷ್ಯಗಳಿಗಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ವಿಧಾನವನ್ನು ಮತ್ತೊಬ್ಬರ ಪಾಕವಿಧಾನದೊಂದಿಗೆ ಅಥವಾ ಹಲವು ವಿಭಿನ್ನ ಪಾಕವಿಧಾನಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಬಹುದು. ಈ ಎಲ್ಲ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳೂ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೆ ನಿದರ್ಶನಗಳಾಗಿವೆ.

ಈ ಉದಾಹರಣೆಯು ದಿನನಿತ್ಯದ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಪ್ರಸ್ತುತತೆಯನ್ನು ವಿಶದಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ "ಗಣಕಯಂತ್ರ"ದ ಕಲ್ಪನೆಯು ಅಮೂರ್ತವಾದದ್ದು, ಹಾಗೂ, ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಯಂತ್ರವನ್ನು ಉದ್ದೇಶಿಸಿದ್ದಲ್ಲ. ಇದೇ ರೀತಿ, ಪಾಕವಿಧಾನವು ಕ್ರಮವಿಧಿಕರಣದ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲ್ಪಟ್ಟಿರುವ ಕ್ರಮವಿಧಿಯಲ್ಲ, ಬದಲಿಗೆ, ಇದು ಒಂದು ಸಂವಹನೋದ್ದೇಶವನ್ನು ಈಡೇರಿಸುತ್ತದೆ, ಅಷ್ಟೆ. ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಈ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಲ್ಲಿ, ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ವಿದ್ಯುನ್ಮಾನ ಉಪಕರಣಗಳ ಬಳಕೆ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲ. ನಾವು "ಪಕ್ಕವಾದ್ಯಗಳಿಲ್ಲದ" ಗಣಕವಿಜ್ಞಾನವನ್ನು ([1]) ಕುರಿತಾಗಿ ಮಾತನಾಡಬಹುದು.

ಈ ರೀತಿ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಅಂಶವು **ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾದ ತಾರ್ಕಿಕ ವಿಚಾರ**ವಾಗಿದೆ. ಕ್ರಮವಿಧಾನಗಳನ್ನು (procedures) ಹಾಗೂ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ, ಅವುಗಳು ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ವಿಚಾರಮಾಡುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ, ಅವುಗಳ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಣೆಯ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಮಾಡುವ, ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನಗಳಿಗಾಗಿ ಅನ್ವೇಷಣೆ ನಡೆಸುವ ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳೊಡನೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ ಹಲವು ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಕ್ರಮವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಲೀ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಕೇತನವನ್ನು ಬರೆಯುವುದಾಗಲೀ ಅಷ್ಟೊಂದು ಮುಖ್ಯವೆನಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಅನೇಕ ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಘಟಿಸಬಹುದು, ಇವನ್ನು ಬಳಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಇದು ಪ್ರಭಾವಿಸುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ನಮ್ಮ ಅಗತ್ಯಕ್ಕೆ ಯಾವ ಸಂಘಟನೆ ಸೂಕ್ತವಾದದ್ದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ ಮಾಹಿತಿ ಸಂರಚನೆಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು ಗೌಣವೆನಿಸುತ್ತದೆ.

ಈ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ನೋಡಿದರೆ, ಗಣನೋಪಕರಣಗಳಿಗಿಂತಲೂ ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೇಲೆ ಗಮನ ಕೇಂದ್ರೀಕೃತವಾಗಿ, ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಆಧಾರಭೂತ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ವಿಕಾಸಗೊಳಿಸುವುದು ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಗುರಿಯಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಗಣಕಯಂತ್ರದಿಂದ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆಯೋ ಅಥವಾ ಗಣನವೇದಿಕೆ (computing platforms) ಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸುತ್ತೇವೆಯೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರದಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಮಾಹಿತಿ ಸಂಘಟನೆ, ಸ್ಕೇಲಿಂಗ್, ವಿಧಾನಗಳ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಹೋಲಿಕೆ, ಪುನರಾವೃತ್ತಿ ಹಾಗೂ ಮೂಲಮಾನ ಸಂಬಂಧಿತ ಅಮೂರ್ತತೆ (modular abstraction)ಗಳನ್ನು ಅರಿಯಲು ಇಂತಹ ಚಿಂತನೆಯು ನೆರವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರ ಉದಾಹರಣೆಯೆಂದರೆ, ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರದ ಹಲವು ವಿಧಾನಗಳ ಜ್ಞಾನ ಹಾಗೂ ಯಾವುದು ಎಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಬಳಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದರ ಅರಿವಾಗಿದೆ.

ನಾವು ಮಗುವಿಗೆ 53 + 28 + 47 ಎಂಬ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಮಾಡಲು ಹೇಳಿದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಕೂಡುವುದು ಸರಿಯಾದ ವಿಧಾನವಾಗುತ್ತದೆ (ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ವಾಡಿಕೆಯಂತೆ ಒಂದರ ಕೆಳಗೊಂದು ಬರೆದುಕೊಂಡು ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಕೂಡಬಹುದು ಕೂಡ). ಆದರೆ, ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಸಹಜಜ್ಞಾನವು (53 + 47) + 28 ಎಂದು ಗುಂಪುಮಾಡಿ ಕೂಡಲು ಹೇಳುತ್ತದೆ. ಇದು ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಶೀಘ್ರವಾಗಿ ನೀಡುವುದೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಹೆಚ್ಚು ನಿರಾಯಾಸವಾಗಿ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ, ನಮಗೆ ದಶಮಾಂಶ ಪದ್ಧತಿ ವಾಡಿಕೆಯಾಗಿದ್ದು, ಹತ್ತರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು ನಮಗೆ ಅರ್ಥವಂತಿಕೆಯಿಂದ ಕೂಡಿವೆ. ಈ ಪುನರ್ನಿರೂಪಣೆಯು “ಗಣಕಯಂತ್ರ”ವಾದ ನಮಗೆ ಸುಲಭವಾದದ್ದು. ಇದನ್ನು ಸಂಕಲನದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ಆಗಮಾಡಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಇಂತಹ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಆಧಾರಭೂತ ಗಣಿತೀಯ ತಿಳಿವಳಿಕೆ.

ಈ ಅಂಶವನ್ನೇ ಅತಿ ಮಾಡುವ ಆಪತ್ತಿದ್ದರೂ, $2(x + 1) + 3(x + 1) = 10$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವ ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಇಲ್ಲಿ, ಕಂಸದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡು, x ಉಳ್ಳ ಪದಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಎಡಬದಿಯಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು, ಉಳಿದವನ್ನು ಬಲಬದಿಗೆ ವರ್ಗಾಯಿಸಿ ಬಳಿಕ ಭಾಗಿಸುವುದು ವಾಡಿಕೆಯ ವಿಧಾನ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $5(x + 1) = 10$ ಎಂದು ಬರೆಯುವ ಸಲಹೆ ನೀಡಿ, ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಒಡನೆಯೇ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ, ಇಲ್ಲಿ ವೇಗ ಮುಖ್ಯವಲ್ಲ, ಆದರೆ ಸೌಲಭ್ಯ ಎಂಬುದನ್ನು ಒತ್ತಿಹೇಳುತ್ತಿದ್ದೇನೆ: ಇಲ್ಲಿ ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿರುವವರು ನಾವು; ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ನಮಗೆ ಅತಿ ಸೂಕ್ತವಾದ್ದನ್ನು ಆಯ್ಕೆಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಇವೆರಡರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ವೇಗವಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಳವಾಗುತ್ತದೆ: $2x^2 - 50$ ಅಥವಾ $x^2 + 100$? ಎಂಬಂತಹ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. x ನಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಳವಾಗುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ಸ್ಥಿರಾಂಕವೊಂದನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಅಥವಾ ಕೂಡುವುದರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಳದ ವೇಗದಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದು, ಅದರಂತೆಯೇ, $2x^2$ ಉತ್ಪನ್ನವು (function) x^2 ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕಿಂತಲೂ ವೇಗವಾಗಿ ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಸಹ ಮೂಲತಃ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಸಹಜಜ್ಞಾನವಾಗಿದೆ (intuition). ಅಂತಹ ಸಹಜಜ್ಞಾನಕ್ಕೆ ಆಧಾರಭೂತವಾದ ಗಣಿತೀಯ ಸಮರ್ಥನೆಯನ್ನು ಈ ಉತ್ಪನ್ನಗಳ ನಿಷ್ಪನ್ನಗಳನ್ನು (derivatives) ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ ಹೋಲಿಸಿನೋಡುವುದರ ಮೂಲಕ ನೀಡಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ನೀಡುತ್ತಿರುವ ಒತ್ತು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯೆಂಬುದು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ (ಪುನಃ) ಸಂಘಟಿಸುವುದನ್ನಷ್ಟೇ ಒಳಗೊಳ್ಳದೆ, ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನಗಳ ಪರಿಗಣನೆ ಹಾಗೂ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದೊಂದು ಮಾನದಂಡಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಯೋಜಿತವಾದ ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾದ್ದನ್ನು ಆಯ್ಕೆಮಾಡುವುದರ ಪರಿಗಣನೆಯನ್ನೂ ಒಳಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂಬುದಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, **ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ವಿಚಾರಮಾಡುವುದು** ಪ್ರಧಾನ ಮಹತ್ತ್ವವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತದೆ ಎಂದಾಯಿತು. ಇದನ್ನು ನಾವು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಸಾರಭೂತ ಅರ್ಥವೆಂದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದಾದರೂ, ಗಣಕಯಂತ್ರಗಳ ಬಳಕೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತಳಸ್ಪರ್ಶಿಯಲ್ಲದ ಅರ್ಥಕ್ಕೂ ಸಹ ಪ್ರಸ್ತುತತೆ ಇದೆ. ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನಾ ಶಿಕ್ಷಣದ ಈ ಉದ್ದೇಶಗಳು ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ವೇದಿಕೆಗಳ, ಉಪಕರಣಗಳ ಹಾಗೂ ಸಾಧನಗಳ ಬಳಕೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆಯಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಬಳಸುವಲ್ಲಿ ಪ್ರಭುತ್ವ ನೀಡುವುದಕ್ಕೆ, ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಬಳಕೆಯು

ನೆರವಾಗುವಂತಹ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ, ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಹಾಗೂ ಈ ಗಣನೆಗಳನ್ನು ಸಂದರ್ಭಾನುಸಾರವಾಗಿ ಪ್ರಯೋಗಿಸುವ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಅವರಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟುಹಾಕುವುದಕ್ಕೂ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಉದಾಹರಣೆಯೆಂದರೆ, ಸಂಭಾವ್ಯತೆಗೆ ಬಂಧಿಸಿದ (probabilistic) ಪ್ರಮೇಯವೊಂದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿತರಣೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸುವುದಾಗಿರಬಹುದು ("ಹುಟ್ಟಿದ ಹಬ್ಬದ ಸಮಸ್ಯೆ"ಯಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ) ಅಥವಾ ನ್ಯೂಟನ್ನಿನ ನಿಯಗಳಿಗನುಸಾರ ಚೆಂಡಿನ ಪಥದ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದಾಗಿರಬಹುದು. ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ "ಕಾಲಧರ್ಮದ ಒತ್ತಾಯಗಳು" ನಾವು ಈ ಉದ್ದೇಶಗಳಿಗೆ ಸಾರುವಂತೆ ಮಾಡಿವೆ: ಏಕೆಂದರೆ, ಇಂತಹ ಸಾಧನಗಳು ಚಾಲ್ತಿಯಲ್ಲಿದ್ದು, ಬಳಸಲು ಸುಲಭವಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳ "ಸರಿ"ಯಾದ ಮತ್ತು ಸುರಕ್ಷಿತ ಬಳಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಂತೋ, ಅಂತೆಯೇ ಇಂತಹ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಸಮೃದ್ಧಗೊಳಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಶಿಕ್ಷಕರು ಆಸಕ್ತಿ ತಳೆಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಬೋಧನಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಡಿಜಿಟಲ್ ಉಪಕರಣಗಳ (digital tools) ಬಳಕೆಗೆ ಒತ್ತು ನೀಡುವುದನ್ನು ನಾವೇನಾದರೂ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಂತೆ ಕಂಡರೆ, ಅದು ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಹತ್ತ್ವದ್ದೆಂದಾಗಲೀ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೆ ಅಪ್ರಸ್ತುತವೆಂದಾಗಲೀ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದು ಕಾರಣವಲ್ಲ. ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಡಿಜಿಟಲ್ ಉಪಕರಣಗಳ ಬಳಕೆಗಷ್ಟೇ ಸೀಮಿತವಾಗುವ ಅಪಾಯವಿರುವುದರಿಂದ (ಸದ್ಯದಲ್ಲಿ ಅದು ಕೇವಲ ಕಾಲ್ಪನಿಕವೇನಲ್ಲ) ನಾವು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾದ ತಾರ್ಕಿಕಕ್ರಿಯೆಗಳೇ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಸಾರಭೂತ ಅರ್ಥವೆಂಬುದಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಪ್ರಾಶಸ್ತ್ಯ ನೀಡಿದ್ದೇವೆ.

IV. ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಬಂಧಿತ ಘಟಕಗಳು

ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಈ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯು ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣದ ಮೇಲೆ ಬೀರುವ ಪ್ರಭಾವವೇನು? ಅಂದರೆ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಬೋಧಿಸುವುದು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇವು ಸ್ವತಃ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಷ್ಟೇ ಸಂಬಂಧಿಸಿರದೆ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯು ಕೊಡಮಾಡುವ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಅವಕಾಶಗಳಿಗೂ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ. (ನಿಸ್ಸಂದೇಹವಾಗಿಯೂ, ಈ ಘಟಕಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿರದೆ, ಅವುಗಳ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಒಂದನ್ನೊಂದು ಅತಿಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ.)

1. **ಸ್ಕೇಲಿಂಗ್:** ಪ್ರಸ್ತುತವಾದ ಎಲ್ಲಾ ನಿಯತಾಂಕಗಳನ್ನೂ (parameters) ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗಿ ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ, ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲಾಗಿದೆ ಹಾಗೂ ಎಲ್ಲವನ್ನೂ ಎಣಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಸಂಕಲನಾತ್ಮಕ ತರ್ಕದಿಂದ ಗುಣಾಕಾರಾತ್ಮಕ ತರ್ಕಕ್ಕೆ ಸಾಗುವ ಹಾದಿಯಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಗತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಉತ್ಪನ್ನಾತ್ಮಕ ವ್ಯತ್ಯಯಗಳಿಗೆ (functional variation) ಹಾಗೂ ಎಣಿಕೆಗಾಗಿ ಸಮಮಿತಿಗಳ ಬಳಕೆಯ ಹಾದಿಯನ್ನು ತೆರೆಯುತ್ತದೆ. ಸಣ್ಣ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಸ್ಕೇಲಿಂಗ್ ಮೂಲಕ ದೊಡ್ಡ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುವುದು ಸಂಕೀರ್ಣತೆಯನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಇರುವ ಒಂದು ಉತ್ತಮ ವಿಧಾನ.

2. ಪುನರಾವರ್ತನೆ: ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿಗಾಗಿ ಹುಡುಕುವುದು, ವಿನ್ಯಾಸದ ಉತ್ಪಾದನೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಪಾಡಿಗೆ ಯಾಂತ್ರಿಕ ವಿಧಾನವೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು ಹಾಗೂ ನೂತನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ದೃಷ್ಟಿಗೋಚರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು, ಈ ಎಲ್ಲವೂ, ಹಿತಕಾರಿ ವಿಧಾನಗಳಷ್ಟೇ ಆಗಿರದೆ, ಸೌಂದರ್ಯಶಾಸ್ತ್ರ ಮತ್ತು ಔಪಚಾರಿಕ ತರ್ಕಗಳ ಮಧ್ಯದ ಕೊಂಡಿಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ. ಸರಳ ನಿಯಮಗಳ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಲ್ಲಿನ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಯಂತ್ರಾಂಶ ಘಟಕಗಳ (systems) ಚಾಲಕಶಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಬುನಾದಿ ಹಾಕಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

3. **ಮಾಹಿತಿ ಸಂಘಟನೆ:** ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿನ ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದ "ಮಾಹಿತಿ ನಿರ್ವಹಣೆ" (data handling) ಎಂಬುದು ಕೇವಲ ಮಾಹಿತಿಯ ನಕ್ಷಾತ್ಮಕ ಚಿತ್ರಣಕ್ಕೆ ಹಾಗೂ ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಸಾರಾಂಶಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ, ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಹಲವು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದಾಗಿದ್ದು, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನು ಆಯ್ಕೆಮಾಡಬೇಕು ಎಂಬುದು ಆ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಏತಕ್ಕಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತೇನೆಂದರೆ, ಮಾಹಿತಿ ಶೇಖರಣೆ (data storage) ಮತ್ತು ಮಾಹಿತಿ ಪುನಃಪ್ರಾಪ್ತಿಗಳು (data retrieval) ಸ್ಮೃತಿ ಸಂರಚನೆಗಳನ್ನು (memory structures) ಬೇಡುತ್ತದೆ. ಅಂತಹ ಮಾಹಿತಿ ಸಂಘಟನೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು ಸ್ಕೇಲಿಂಗ್ ಹಾಗೂ ಪುನರಾವೃತ್ತೀಯ ದತ್ತಾಂಶ ಪ್ರಾಪ್ತಿಗಳನ್ನು (iterative data access) ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರೊಂದಿಗೆ ಚೊಕ್ಕವಾಗಿ ಬೆಸೆದುಕೊಂಡಿದೆ.

4. **ಮಾದರಿ-ರಚನೆ (Modelling)**: ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣ ರಂಗದಲ್ಲಿ ನಿಜಜೀವನದ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಂದ ಉದ್ಭವಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ವಿಚ್ಛಿನ್ನ ಮಾದರಿ-ರಚನೆಯ ಕ್ಷೇತ್ರವು ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ ಅಪರಿಚಿತವಾಗಿಯೇ ಉಳಿದಿದೆ. ಪಟ್ಟಿಗಳು, ಮರಗಳು, ನಕ್ಷೆಗಳು, ಗ್ರ್ಯಾಫ್ ಗಳು, ಜಾಲರಿಗಳು ಹಾಗೂ ಜಾಲಬಂಧಗಳಂತಹ ವಿಚ್ಛಿನ್ನ ಸಂರಚನೆಗಳು ಸಹಜವಾಗಿ ತಲೆದೋರಿ, ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಾಗಿ ಅಮೂರ್ತ ಸಮಸ್ಯಾಸ್ವರೂಪದ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡುತ್ತವೆ. ಅಂತಹ ಸಂರಚನೆಗಳ ಮೂರ್ತ ಪ್ರತಿನಿಧಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಮೊದಲಿನಿಂದಲೂ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗುವುದು ಗಣನಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ ಅಮೂರ್ತತೆಗಾಗಿ ಅಂತಹ ಮಾದರಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಮುಂದೆ ಸುಕರವಾಗಿ ವ್ಯವಹರಿಸಲು ಬೇಕಿರುವ ಮಾನಸಿಕ ಮಾದರಿಗಳ ಸೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ನೆರವಾಗುತ್ತವೆ.

5. **ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳು (Algorithms):** ಅಂಕಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನದೊಂದಿಗೆ ಶುರುವಾಗುವ ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕಲಿಯಲು ಹಲವು ವಿಧಗಳ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸುತ್ತದೆ. ಅದು ಎಷ್ಟರಮಟ್ಟಿಗೆ ಎಂದರೆ, ಗಣಿತ ಅಥವಾ ವಿಜ್ಞಾನ ಶಿಕ್ಷಣವು ಅನೇಕ ಸಲ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಮಾಹಿತಿಯ ಮೇಲೆ ಕ್ರಿಯಾಶೀಲತೆಯನ್ನು ಮೆರೆಯಬೇಕಿರುವ ಪೂರ್ವನಿರೂಪಿತ ವಿಧಾನಗಳ ಕಂಠಪಾಠವಷ್ಟೇ ಆಗಿ, ಅವನತಿಯ ಹಾದಿಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ. ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲೋಸುಗ ಅವುಗಳ *ಅನುಸರಣೆ* ಅಪೇಕ್ಷಣೀಯ ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಮಾತಿಲ್ಲ, ಅದರೆ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಸಾರವು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು *ರೂಪಿಸುವುದರಲ್ಲಿದೆ*. ಇದು ವಿಧಾನಗಳೊಂದಿಗೆ ಸೌಕರ್ಯ, ಅವುಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾದ ತಾರ್ಕಿಕ ಚಿಂತನೆ, ವಿಧಾನಾತ್ಮಕ ಪರ್ಯಾಯಗಳ ಪರಿಗಣನೆ ಹಾಗೂ ಸ್ಪಷ್ಟ ವೈಚಾರಿಕತೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಅವುಗಳ ಆಯ್ಕೆಮಾಡುವಿಕೆಗಳನ್ನು ಬೇಡುತ್ತದೆ

6. **ಕ್ರಮವಿಧಿಕರಣ:** ದತ್ತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಮಾಹಿತಿ ಸಂಘಟನೆ ಹಾಗೂ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಿದ ವೇದಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಥಾರ್ಥವಾಗಿ ಕಾರ್ಯಗತಗೊಳಿಸುವುದು ಒಂದು ಅತ್ಯಗತ್ಯ ಕೌಶಲ. ಸಂಕೇತನವು ಕ್ರಮವಿಧಿ ಸಂರಚನೆಯ ಸಂವೇದನೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಕೊಂಡಾಗ ಅಹ್ಲಾದಕರವೆನಿಸಿದರೆ, ದತ್ತ ಔಪಚಾರಿಕ ಭಾಷೆಯೊಂದಕ್ಕೆ ಅನೌಪಚಾರಿಕ ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಅನುವಾದಿಸುವಂತಹ ಸಂಕೇತನವು ಯಾತನಾಮಯವೆನಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಕ್ರಮವಿಧಿಕರಣದ ಬಗ್ಗೆ ಉತ್ತಮ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಮೊದಲಿನಿಂದಲೇ ಹುಟ್ಟುಹಾಕುವುದು ಅಂತಿಮ ಸರಾಗತೆಗೆ ಅತ್ಯಗತ್ಯವಾಗಿದೆ.

7. **ಸಾಧನಗಳು:** ಗಣಕಯಂತ್ರಗಳು, ಸ್ಮಾರ್ಟ್ ಫೋನ್ ಗಳು ಹಾಗೂ ಇತರ ಸಾಧನಗಳು ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೆ ವೇದಿಕೆ ಹಾಗೂ ಉಪಕರಣಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸುತ್ತವೆ. ಮಕ್ಕಳು ಈ ಉಪಕರಣಗಳ ಉದ್ದೇಶಪೂರ್ವಕ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಕಲಿತು, ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಪ್ರಭುತ್ವ ಸಾಧಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಅದೇನೇ ಇದ್ದರೂ, ಮಕ್ಕಳ ಭೌತಿಕ, ಭಾವನಾತ್ಮಕ ಹಾಗೂ ಬೌದ್ಧಿಕ ಬೆಳವಣಿಗೆಯಿಂದಾಗಿ ಅಂತಹ ಬಳಕೆಯು ಒಡ್ಡುವ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಪರಿಗಣಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಘೋರ ಆರ್ಥಿಕ ಅಸಮಾನತೆಗಳ ದೇಶವಾದ ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಸಾಧನಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ವೇದಿಕೆಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಲಭ್ಯವಿದೆಯೆಂದು ಬಗೆಯಲಾಗದು. ಆದ್ದರಿಂದ, ಈ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಸುರಕ್ಷೆ ಮತ್ತು ಸೂಕ್ಷ್ಮತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವ ಅಗತ್ಯಾವಲಂಬಿತ ಬಳಕೆಯೇ ಇಲ್ಲಿನ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿ ಸೂತ್ರವಾಗಿದೆ.
8. **ಸಾಮಾಜಿಕ ಸಂಯೋಜಕತೆ (Social connectivity):** ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯು ಹಲವು ಸಾಮಾಜಿಕ ಸಂರಚನೆಗಳನ್ನು, ಅವುಗಳ ಸಂವಹನಾತ್ಮಕ ಮೂಲಸೌಕರ್ಯ, ಅನನ್ಯತೆಯ ರಚನೆ, ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸಲು ಅನನ್ಯ ಅವಕಾಶವೊಂದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಟ್ಟು, ತನ್ಮೂಲಕ ಗಣಿತೀಯ ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕತೆ ಮತ್ತು ಸಮಾಜದ ನಡುವೆ ಹೊಸ ಕೊಂಡಿಗಳನ್ನು ಬೆಸೆಯುತ್ತದೆ. ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಸಹ ಸಾಮಾಜಿಕ ಮಾಧ್ಯಮದಲ್ಲಿ ಮಗ್ನರಾಗಿ, “ಸಮಾನಾಂತರ ಜೀವನ”ಗಳನ್ನು (parallel lives) ನಡೆಸುತ್ತಿರುವಂತೆಯೇ ಅವರ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವು ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ ಕಡೆಗಣಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಮುಖ್ಯವಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಸಮುದಾಯಗಳು ಭಾಷೆ, ದೇಶ ಹಾಗೂ ಇತರ ಅಡ್ಡಗೋಡೆಗಳನ್ನು ಒಡೆದು, ಒಂದಾಗಿ, ಮಾಹಿತಿ ಸೃಷ್ಟಿ ಹಾಗೂ ಕ್ರಮಾವಳಿ ರಚನೆಗಾಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗುವ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಪರಿಶೀಲಿಸಬೇಕಿದೆ.
9. **ಪ್ರಕ್ರಿಯಾನುಕರಣ ಮತ್ತು ಚಾಕ್ಷುಷೀಕರಣ:** ಬಹುಶಃ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಬಳಕೆಯ ಅತಿ ಪುರಾತನ ನಿದರ್ಶನವೆಂದರೆ ಉತ್ಪನ್ನಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಕಲಿಯುವುದಾಗಿದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಚಾಕ್ಷುಷೀಕರಣ ಮತ್ತು ಪ್ರಕ್ರಿಯಾನುಕರಣ ಉಪಕರಣಗಳ ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ ನೆಲಗಟ್ಟನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದೇ ಆದರೆ, ಈ ಉಪಕರಣಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ವ್ಯಾಸಂಗ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಅವರ ಅನ್ವೇಷಣೆಯ ದಿಗಂತಗಳನ್ನು ಬಹಳವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. (ಕುತೂಹಲ ತಣಿಸಲಿಕ್ಕಾಗಿ ಅಣುಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಕಾಣುವ ಸಂರಚನೆಯ ಬಂಧಗಳೊಂದಿಗೆ (bonds) ಮಗ್ನರಾಗಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನೊಮ್ಮೆ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ). ಈ ಎಲ್ಲಾ ಘಟಕಗಳೂ ವ್ಯಾಸಂಗಕ್ರಮದ ಉದ್ದಗಲಕ್ಕಾಗಲೀ, ಎಲ್ಲಾ ಹಂತಗಳಲ್ಲಾಗಲೀ ಸಮಾನ ಒತ್ತನ್ನು ಗಳಿಸಲಾಗದು ಹಾಗೂ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘಟಕಕ್ಕೂ ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲೂ ಎಷ್ಟು ಒತ್ತು ನೀಡಬೇಕೆಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಹೇಳುವುದು ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ರಚನಕಾರರ ಕಾರ್ಯಭಾರವಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ಚಾಲ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿಯೇ, ಎಲ್ಲಾ ಹಂತಗಳಲ್ಲೂ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗಾಗಿ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಅವಕಾಶಗಳು ಈಗಾಗಲೇ ಹೇರಳವಾಗಿ ಇವೆ. ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣದ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಮತ್ತು ಉನ್ನತ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಅವಕಾಶಗಳು ಪ್ರಧಾನವಾಗಿ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಗೋಚರಿಸುತ್ತವೆ. ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ಹಂತಕ್ಕೆ ಸಾರಿದಂತೆ ವ್ಯಾಸಂಗ ವಿಷಯಗಳ ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಾಪಕವಾದ ಹರಹು ಗೋಚರವಾಗುತ್ತದೆ. “ಮಾನಸಿಕ ಗಣಿತ” ಎಂಬ ಶೀರ್ಷಿಕೆಯಡಿ ಬರುವಂತಹ ಮರುಗುಂಪುಮಾಡುವ, ಪುನಃ ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಜೋಡಿಸುವ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ವಿಚಾರಮಾಡಲು ಕೂಡ ಅನೇಕ

ಅವಕಾಶಗಳಿವೆ: ಸುಮಾರು 100 ರಿಂದ 150 ಜನರಿರುವ ವಿವಾಹಮಂಟಪದಲ್ಲಿ ನೀವಿದ್ದೀರ ಎಂದುಕೊಳ್ಳಿ. ಅಲ್ಲಿ ನೆರೆದಿರುವ ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಮಾಡುವುದು ಹೇಗೆ? ಅಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲರನ್ನೂ ಲೆಕ್ಕಮಾಡಿದ್ದೀರ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದಾದರೂ ಹೇಗೆ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರ ಸರಿಯೋ, ಅಲ್ಲವೋ ಎಂದು ಗೊತ್ತುಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಾದರೂ ಎಂತು?

ಸಣ್ಣ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ 20 ಬೀಜಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಎಣಿಸಹೇಳುವುದೇ ಸಾಕಷ್ಟು ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಒಡ್ಡುತ್ತದೆ. ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲೇ ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು ಜೋರಾಗಿ ಹೇಳಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಭಿನ್ನ, ಆದರೆ ಏಕೆ? ವಿವಾಹಮಂಟಪಕ್ಕೆ ಮರಳಿದರೆ, ನಾವು ಜನ ಗುಂಪುಗೂಡುವುದನ್ನು ಕೂಡ ಕಾದು ನೋಡಬಹುದು. ಇದು ಸಹಜ ದತ್ತಾಂಶ ಸಂಘಟನೆಗೆ ಎಡೆಮಾಡುತ್ತದೆ. ಬಳಿಕ ನಾವು ಲೆಕ್ಕಮಾಡುತ್ತಿರುವ ಮಗುವನ್ನು ಕರೆದು ಅವರಲ್ಲಿ 15 ಮಂದಿಯನ್ನು ಕೈಬಿಡುವಂತೆ ಹೇಳಿದರೆ ಮಗು ಮೊದಲಿನಿಂದ ಮತ್ತೆ ಎಣಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಬಹುದು. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ: ಎಷ್ಟು ಜೋಡಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 17ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ? ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ, ಇಂತಹ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಲು ಹಲವು ವಿಧಾನಗಳಿವೆ. ಆದರೆ, ಎಲ್ಲಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನೂ ನಾವು ಎಣಿಸಿದ್ದೇವೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರತಿ ಜೋಡಿಯನ್ನೂ ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಾರಿ ಎಣಿಸಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಖಾತ್ರಿಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡುವ ವಿಧಾನವೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ತಾರ್ಕಿಕಕ್ರಿಯೆಯೊಂದನ್ನು ಆಶ್ರಯಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲೆಯ ಮಗುವೊಂದು ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಕ್ಕೆ 10, 100 ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ "ಕ್ಷಿಪ್ರ" ವಿಧಾನವೊಂದನ್ನು ನಮ್ಮ ಮುಂದಿಟ್ಟರೆ, ಆ ಮಗುವಿಗೆ ತಾನು ಕಂಡುಕೊಂಡಿರುವ ವಿಧಾನವು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದು, ಅದು ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದೆ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ನಕ್ಷೆಯೊಂದರ ಮೇಲೆ ಎರಡು ಸ್ಥಾನಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಹಲವು "ತರ್ಕಬದ್ಧ" ದಾರಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಅಕ್ಷರಗಳ ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಯೋಜನೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಬಣ್ಣ-ಬಣ್ಣದ ಮಣಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸೌಂದರ್ಯಪ್ರಜ್ಞೆಗೆ ಮುದನೀಡುವ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಉತ್ಕೃಷ್ಟ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಎಡೆಯಿದೆ.

ಮಾಹಿತಿ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯಕ್ಕೆ ಹಲವಾರು ಅವಕಾಶಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರದ ಹಳ್ಳಿಯೊಂದನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಅಲ್ಲಿ ಮರಾಠಿ ಮಾತನಾಡುವ 61 ಸಂಸಾರಗಳು, ಕನ್ನಡ ಮಾತನಾಡುವ 13 ಹಾಗೂ ಕೇವಲ ಹಿಂದಿ ಮಾತನಾಡುವ 12, ತಮಿಳಿಗ 8 ಸಂಸಾರಗಳು, 5 ಗುಜರಾತಿ ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಂಗಾಳಿ ಕುಟುಂಬವಿದೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಇದನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ನೀರಸ ಕೋಷ್ಟಕವೊಂದು ಸಾಕು. ಆದರೆ, ಪ್ರತಿ ಭಾಷಾ ತಂಡವನ್ನೂ ಒಂದು ಬಣ್ಣ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಂತೆ, ಪ್ರತಿ ಕುಟುಂಬಕ್ಕೂ ನಾವು ಬಾವುಟವೊಂದನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಆಗ ಈ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು? ಈ ಬಾವುಟಗಳನ್ನು 10×10 ಚೌಕುಳಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು; ಆದರೆ, ಬಣ್ಣಗಳ ಅಡ್ಡಾದಿಡ್ಡಿ ವಿತರಣೆಯು ಯಾವುದೇ ನೆರವೀಯಲಾರದು. ಚೌಕುಳಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ಗುಂಪುಮಾಡಿದರೆ ನಮಗೆ ಇದ್ದಕ್ಕಿದ್ದಂತೆ ಭಾರಿ ಪ್ರಮಾಣದ ಚಾಕ್ಷುಷ ಮಾಹಿತಿ ದೊರೆತಂತಾಗಿ, ಪ್ರತಿ ತಂಡದ ಗಾತ್ರದ ಬಗ್ಗೆಯಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಹಳ್ಳಿಯಲ್ಲಿನ ತಂಡಗಳ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಗಾತ್ರಗಳನ್ನು ಕೂಡ ನೋಟದಿಂದಲೇ ಅರಿಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲಾಗುವ ಹಿಸ್ಟೋಗ್ರ್ಯಾಮ್ ಈ ಸಂರಚನೆಯನ್ನು ಮತ್ತೂ ವಿಶದೀಕರಿಸುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಗಮನಸೆಳೆಯಬೇಕೆಂದಿರುವುದು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಹಿಸ್ಟೋಗ್ರ್ಯಾಂಗಳ ಬಳಕೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಅಲ್ಲ, ಬದಲಿಗೆ, ಪರ್ಯಾಯ ದತ್ತಾಂಶ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಉತ್ತರ ಪಡೆಯಲು ಅತಿ ಸುಕರವಾದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದರ ಬಗ್ಗೆಗೆ. ಇದು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯಲ್ಲಿ ದತ್ತಾಂಶ ಸಂರಚನೆಯ (data structuring)

ಹೃದಯಭಾಗವಾಗಿದ್ದು, ಮುಂದೆ ಬರಬಹುದಾದ ಸಂಕೇತನಗಳಂತಹ (ಹಾಗೂ ದೋಷಸುಧಾರಣೆಯಂತಹ) ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಅತ್ಯದ್ಭುತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಜ್ಜುಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.

ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೆ ಅತ್ಯಗತ್ಯವಾದ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯು ಅನ್ವೇಷಣೆಗೆ ಅತ್ಯುತ್ಕೃಷ್ಟ ಉಪಕರಣವೊಂದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡುತ್ತದೆ. ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಚೌಕದೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ. ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಹೊಸತೊಂದು ಆಕಾರ ರಚಿತವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿದರೆ ಈ ಸರಳ ವಿಧಾನವು ಸುಂದರ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಎಡೆಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಧಾನವು ಅಮೂರ್ತವೆಂದೂ, "ಉತ್ಪಾದಕ" (input) ರೂಪದ ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗೂ ಅದನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸಬಹುದೆಂದೂ ಅರಿತಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಸವಿಯಲಾರಂಭಿಸುತ್ತಾರೆ. ಆಗ ನಾವು ಟೆಸಲೇಷನ್, ರಂಗೋಲಿ ಮತ್ತು ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್ಸ್ ಮೊದಲಾದವುಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿತ ವಿಧಾನಗಳ ಮೂಲಕ ವಿನ್ಯಾಸರಚನೆಗೆ ಇರುವ ಅವಕಾಶಗಳೆಂದು ನೋಡಲಾರಂಭಿಸಿ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ವಿಚಾರಮಾಡಲು ಹಾಗೂ ಅಂತಹ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಔಪಚಾರಿಕ ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಗಳ ಮೂಲಕ ಶ್ರುತಪಡಿಸಲು ತೊಡಗುತ್ತೇವೆ. ಉನ್ನತಶಾಲಾ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಭೌತಿಕ, ಜೈವಿಕ ಹಾಗೂ ಆರ್ಥಿಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳ ಕಾಲಾವಲಂಬಿತ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತೆ-ಮತ್ತೆ ಪ್ರಯೋಗವಾಗುವ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳು ನೀಡುವ ಮಾದರಿಗಳ ಮೂಲಕ ವಿವರಿಸಬಹುದಾಗಿದ್ದು, ಈ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಅಂತಹ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳ ದೀರ್ಘಕಾಲಿಕ ವರ್ತನೆಯ ಪೂರ್ವಸೂಚನೆ ಪಡೆಯಲು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

VI. ಗಣಿತಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ

ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯು ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಗಿಂತ ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಭಿನ್ನವೆ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆ ಸಹಜವಾಗಿ ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು ನಿಜಕ್ಕೂ ಮೂಲಭೂತ ಚಿಂತನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ್ದಾಗಿದ್ದು, ತತ್ತ್ವಜ್ಞಾನಿಗಳು ಇದನ್ನು ಸಂಬೋಧಿಸಬೇಕಿದೆ. ಆದರೆ, ಇದರ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣ ಕ್ಷೇತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಕುಚಿತಗೊಳಿಸಿ ನೋಡಿ, ಎರಡನ್ನೂ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಿ ಬಳಸುವುದು ಬೋಧನಶೈಲಿಗೆ ಸಹಾಯಕವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಬಹುದು.

ಇದನ್ನು ನಾವು ವಿವರವಾಗಿ ವಿಶದಪಡಿಸುವ ಮುನ್ನ, ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಮಟ್ಟದ ಗಣಿತವನ್ನು ಕ್ಷಣಕಾಲ ಪರಿಗಣಿಸುವುದು ಉಪಯೋಗಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ. "ವಾಸ್ತವಿಕ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ" (Real Analysis) ಅಧ್ಯಯನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯಿಂದ ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಹೇರಳವಾಗಿ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. ಬೊಲ್ಜಾನೋ ಅವರ ಪ್ರಮೇಯವು, ಅಂತರಾಳವೊಂದರ (interval) ಮೇಲೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾದ ವಾಸ್ತವಿಕ ಬೆಲೆಗಳ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನ (continuous) ಉತ್ಪನ್ನವೊಂದು ಋಣ ಹಾಗೂ ಧನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಆ ಅಂತರಾಳದಲ್ಲಿ ಅದಕ್ಕೊಂದು ಸೊನ್ನೆಯಿರುತ್ತದೆ (ಅಂದರೆ, $f(x) = 0$ ಆಗಿರುವ ಬಿಂದು x ಇರುತ್ತದೆ) ಎಂದು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತದೆ. ಕ್ರಮಾನುಗತ ಅಂದಾಜುಗಳ ನ್ಯೂಟನ್-ರಾಫ್ಸನ್ ವಿಧಾನವು ಆ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವ ಗಣನಾತ್ಮಕ ವಿಧಾನವೊಂದನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಬ್ರೂವರ್ ಸ್ಥಿರಬಿಂದು (fixed point) ಪ್ರಮೇಯವು, f ಎಂಬುದು ಕಾಂಪ್ಯಾಕ್ಟ್ ಪೀನ (compact convex) ಗಣದಿಂದ ಅದೇ ಗಣದಲ್ಲಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನ ಉತ್ಪನ್ನವಾಗಿದ್ದರೆ, $f(x) = x$ ಎಂಬ ಬಿಂದುವೊಂದು ಸದಾ ಇದ್ದೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಅಂತಹ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗಣನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು ಒಂದು ಸವಾಲೊಡ್ಡುವ ಸಮಸ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು, ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಕ್ರಮಾವಳಿಯೊಂದನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಲು ಇತ್ತೀಚಿನ ದಿನಗಳವರೆಗೂ ಕಾಯಬೇಕಾಯಿತು.

ಗಣಿತೀಯ ಸೂಕ್ತಿಗಳು ಹಾಗೂ ಸಾಧನೆಗಳಿಂದ ಕ್ರಮಾವಳಿಗೆ (ಅಥವಾ ರಚನೆಗೆ) ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಷಯವನ್ನು ಹೆಕ್ಕಿ ಹೊರತೆಗೆಯುವುದು ಕುತೂಹಲ ಕೆರಳಿಸುವ ಸವಾಲಾಗಿ ಪರಿಣಮಿಸುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಗಣಿತವನ್ನು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯಿಂದ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸುವುದು ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಕಾರಿಯಲ್ಲ ಎಂಬುದು ನಮ್ಮ ನಿಲುವು. ಆದರೆ, ನಾವು ಮೇಲೆ ಮಾಡಿದಂತೆ, ಗಣಿತ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗಿರುವ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಎತ್ತಿತೋರುವುದು ಪ್ರಸ್ತುತವಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಇವೆರಡನ್ನೂ ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಿ ನೋಡುವುದು ಪ್ರಯೋಜನಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, n ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಹಾಗೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಹಗುಣಕಗಳುಳ್ಳ (coefficients) n ಸರಳರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಏಕಕಾಲಿಕ (simultaneous) ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. "ಗೌಸ್ ನ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ" (Gaussian elimination) ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಕ್ರಮಾವಳಿಯೊಂದನ್ನು ಕಲಿತು, ಇದಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ಇಷ್ಟಾದರೂ, ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಏಕಕಾಲಿಕ ಪರಿಹಾರವಿರುವುದಿಲ್ಲ ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಕೊಂಚ ಅರಿವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅಗತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಹಾರಗಳಿದ್ದಾಗ, ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಏಕಕಾಲಿಕ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆಯೇ ಎಂದು ಕೇಳಬಹುದು. ಮತ್ತೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಯು, ಪರಿಹಾರದ ಮಧ್ಯಂತರ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ತಲೆದೋರುವುದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ. ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧಗಳಾಗಿಯೇ ಉಳಿಸಿಕೊಂಡು, ಮುಂದಿನ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಅಂಕಗಣಿತವನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸಬೇಕೇ ಅಥವಾ ಅವುಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ ವ್ಯವಹರಿಸಬೇಕೇ? ಇದರಿಂದ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳೇನಾದರೂ ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆಯೆ? ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಮಾತೃಕೆಗಳ (matrices) ರೂಪದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದರಿಂದ ನಮಗಾಗುವ ಲಾಭವೇನು? ಇಂತಹ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಎತ್ತಿ ಅವುಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೆ ಅತ್ಯಗತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯು ಶಾಲಾ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಷ್ಟೇ ಪ್ರಸ್ತುತವಾಗಿರದೆ, ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಇತರ ಶಾಲಾ ವಿಷಯಗಳಿಗೂ ಪ್ರಸ್ತುತವಾಗಿದೆ. ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯ, ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಗುಣಾತ್ಮಕವಾಗಿ (qualitatively) ಹಾಗೂ ಪರಿಣಾಮಾತ್ಮಕವಾಗಿ (quantitatively) ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು, ಇವೆಲ್ಲವೂ ವಿಜ್ಞಾನಕ್ಕಷ್ಟೇ ಅತ್ಯಗತ್ಯ ಕೌಶಲಗಳಾಗಿರದೆ, ಭೂಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರ ಹಾಗೂ ಇತಿಹಾಸಕ್ಕೂ (ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅದು ಅಷ್ಟಾಗಿ ಮೆಚ್ಚಲ್ಪಡದಿದ್ದರೂ) ಅತ್ಯಗತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಲಲಿತ ಕಲೆಗಳು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೆ ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡುತ್ತವೆ, ಹಾಗೂ, ವಿಪರ್ಯಯವಾಗಿ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯು ನಕ್ಷಾತ್ಮಕ ಕಲೆಗಳಲ್ಲಿ, ಸಂಗೀತ ಹಾಗೂ ನೃತ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಸಂಗಗಳನ್ನು ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

VII. ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಪುನಸ್ಸಂದರ್ಶನ

ನಾವು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಎಂದರೆ ಏನು ಹಾಗೂ ಅದು ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಮೃದ್ಧಗೊಳಿಸಬಲ್ಲದು ಎಂಬುದನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದರೂ, ನಾವು *ಏತಕ್ಕಾಗಿ* ಇದನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿಲ್ಲ. ಆದರೆ, ಒಂದಂತೂ ಸ್ಪಷ್ಟ. ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಆನ್ ಲೈನ್ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಮಾಹಿತಿ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನದ ಬಳಕೆಯ ಸಮರ್ಥನೆಯು ನಾವಿಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುತ್ತಿರುವುದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಬಹು ವಿಭಿನ್ನ ಪ್ರಮೇಯಗಳಿಂದ ಉದಿಸುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮ ಕಾರಣಗಳು ಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ.

- ವಿಮರ್ಶನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು ಶಿಕ್ಷಣದ ಮೂಲ ಗುರಿಯಾಗಿದ್ದು, ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ ವಿಮರ್ಶನಾತ್ಮಕ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವು ಇಪ್ಪತ್ತೊಂದನೇ ಶತಮಾನದ ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ. ನಮ್ಮ ಬದುಕನ್ನು ಹೆಚ್ಚು-ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳು ನಡೆಸುತ್ತಿವೆ. ಮಾಹಿತಿ ಹೇಗೆ ಸೃಷ್ಟಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳ ಮೂಲಕ ಹೇಗೆ ಸಂಸ್ಕರಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಪ್ರೌಢ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಕಟ್ಟಿಕೊಡುವುದಕ್ಕೆ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳು ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದರ ಮೂಲಭೂತ ಜ್ಞಾನ ಅಗತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳ ಮೇಲೆ ಪ್ರಭುತ್ವವನ್ನು ಶಾಲಾ ವಯಸ್ಸಿನಾದ್ಯಂತ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ನಿಧಾನಗತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಕಾಸಗೊಳಿಸುವುದು ಉತ್ತಮವಾದ ವಿಧಾನ.
- ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯಲ್ಲಿ *ಸ್ವಾಯತ್ತತೆಯನ್ನು* ಬೆಳೆಸುವುದು ಶಿಕ್ಷಣದ ಮೂಲ ಧ್ಯೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದ್ದು, ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯು ಜಗತ್ತನ್ನು ಅರಿಯಲು ಅವನ "ಬತ್ತಳಿಕೆ"ಗೆ ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಮತ್ತೊಂದು ಪ್ರಬಲ ನೂತನ ಅಸ್ತ್ರವೊಂದನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ನೂತನ ಅಸ್ತ್ರವು ಬಹುಮುಖ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನಷ್ಟೇ ಹೊಂದಿರದೆ, ಅದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಇದುವರೆಗೂ ಅನ್ವೇಷಿಸಿರದಂತಹ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ತಂದು ಕೊಡುತ್ತದೆ.
- *ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಪರಿಜ್ಞಾನ* ಎಂಬುದು ಆಧುನಿಕ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಒಂದು ಬಹುಮುಖ್ಯ ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಇದೊಂದು ಪರಿಸರಸಂಬಂಧಿ ಅನಿವಾರ್ಯತೆಯಾಗಿರುವಂತೆಯೇ, ಪರಿಸರಸಂಬಂಧಿ ಸೂಕ್ಷ್ಮತೆಯು ವ್ಯಕ್ತವಾಗುವ ಅನುಷ್ಠಾನಗಳಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಪರಿಜ್ಞಾನದ ಬಿತ್ತನೆಗಾಗಿ ನಾವು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬೇಕಿದೆ. ಈ ದಿಕ್ಕುಗಳಲ್ಲಿ ಹರಿಯುವ ಔಪಚಾರಿಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಸಹ ಪೋಷಿಸಬೇಕಿದೆ. ಸ್ಕೇಲಿಂಗ್ ಮತ್ತು ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಬಳಕೆಯ ಸಂಕೀರ್ಣತೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಇರಬೇಕಾದ ಸೂಕ್ಷ್ಮತೆಯನ್ನು ತರುವ ಮೂಲಕ ಹೊಸತಾಗಿ ಇಂತಹ ಅವಕಾಶವೊಂದನ್ನು ಗಣಕವಿಜ್ಞಾನವು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡುತ್ತದೆ.
- ಸಾಮಾಜಿಕ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಹಾಗೂ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಪಥವನ್ನು ನಿರ್ದೇಶಿಸಲು ಪ್ರಜೆಗಳ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆಯನ್ನು ಸಜ್ಜುಗೊಳಿಸುವಲ್ಲಿ *ಆಧುನಿಕ ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ*ದ ಚೇತನವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಣವು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮ ಸಮಕಾಲೀನ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಜೆಯು ತನಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಮಾಹಿತಿ ಹಾಗೂ ತನ್ನ ಯೋಗಕ್ಷೇಮವನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸುವ ಎಲ್ಲಾ *ಮಾಹಿತಿಯ ಮೇಲೆ ಪ್ರಜಾಸತ್ತಾತ್ಮಕ ನಿಯಂತ್ರಣವನ್ನು* ಸಾಧಿಸದೇ ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ. ಇಂತಾಗಿ, ಮಾಹಿತಿ ಮತ್ತು ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವದ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ ಪ್ರಜೆಗಳಲ್ಲಿ ಅರಿವು ಮೂಡಿಸುವುದನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮಗಳು ಕಡ್ಡಾಯವಾಗಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಹೀಗೆ ನೋಡಿದರೆ, ಶಾಲಾ ಹಂತದ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಶಿಕ್ಷಣದ ಗುರಿಗಳು ಸ್ವಾಯತ್ತತೆ ಮತ್ತು ಸಬಲೀಕರಣಕ್ಕಾಗಿ ಗಣನಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ತರುವ ಪ್ರಚಂಡ ನೂತನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರಲ್ಲಿ, ಹಾಗೂ ಅದೇ ಸಮಯಕ್ಕೆ, ದತ್ತಾಂಶ ಮತ್ತು ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವೊಂದನ್ನು ವಿಕಾಸಗೊಳಿಸುವಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಅನುಷ್ಠಾನಗಳು ಹೆಚ್ಚಳವಾಗುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ಹೆಚ್ಚಳವಾಗುವ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಬಳಕೆಯ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ಷ್ಮತೆಯನ್ನು ತೋರುವುದರಲ್ಲಿ ಇವೆ. ಇವು ಗುರಿಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಸ್ಥೂಲ ಹೇಳಿಕೆಗಳಾಗಿವೆ. ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗುವ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಏನನ್ನು ಕಲಿಯಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಮಕ್ಕಳ ಕಲಿಕೆಯ ಮನಃಶಾಸ್ತ್ರಾಧಾರಿತ ಸಂಶೋಧನೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ನಿರ್ಧರಿಸಬೇಕೇ ಹೊರತು ತಂತ್ರಜ್ಞಾನವು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡುವ ಉಪಕರಣಗಳ ಲಭ್ಯತೆಯ ಮೇಲಲ್ಲ. ದಿಟವಾಗಿಯೂ, ಡಿಜಿಟಲ್ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನದ ಪ್ರಲೋಭನೆಯ ರೂಪಗಳು ಮನಮೋಹಕವಾಗಿ ತೋರುವುದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಸಾಧನಗಳ ದಾಸರಾಗುವ ಅಪಾಯದ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಎಚ್ಚರದಿಂದಿರುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೂ ಗಣಿತಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವು, ನಾವು ಇದುವರೆಗೂ ಚರ್ಚಿಸಿರುವಂತೆ,

ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಕುರಿತಾದ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ ಆಧಾರಿತ ತಿಳಿವಳಿಕೆಗಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಸುರಕ್ಷಿತ ಹಾಗೂ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಗೆ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಇಂತಹ ಪರಿಗಣನೆಗಳು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

ಕೊನೆಯದಾಗಿ. ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿ ಶಿಫಾರಸುಗಳೇನೇ ಇರಲಿ, ಅವು ಹೇಗೇ ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳ್ಳಲಿ, ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಶಿಕ್ಷಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತಗಳಲ್ಲೂ ಪರಿಚಯಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಇದೆಯೇ ಎಂದು ನಾವು ಕೇಳಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಿದೆ. ಶಿಕ್ಷಕ ಸಮುದಾಯವು, ಅದರಲ್ಲೂ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಗಣಿತವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವ ಸಮುದಾಯವು, ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿಗೆ ಮನಸ್ಸನ್ನು ತೆರೆದಿಟ್ಟಿದ್ದು, ಅವರಿಗೆ ಬೋಧನಶೈಲಿ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬೆಂಬಲ ನೀಡುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಶಾಲೆಗಳಿಗೆ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಸಂಪೂರ್ಣ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ತಲುಪಿಸಿರುವ ಹಾಗೂ ದೇಶದ ಸರಿಸುಮಾರು ಒಂದು ಸಾವಿರ ಶಾಲೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಒಡನಾಟ ಹೊಂದಿರುವ *ಎಸಿಎಮ್ ಇಂಡಿಯದ* ಸ್ವಯಂಪ್ರೇರಿತ ಉಪಕ್ರಮವಾದ **ಸಿಎಸ್ ಪಾಠಶಾಲಾ**ದ ಅನುಭವವು ಭವಿಷ್ಯದ ಉಪಕ್ರಮಗಳ ಬೀಜಾಂಕುರಕ್ಕಾಗಿ ದೃಢ ಭೂಮಿಕೆಯೊಂದನ್ನು ದಯಪಾಲಿಸುತ್ತದೆ. ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಒಳನೋಟಗಳು ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ *ಸಿಎಸ್ ಪಾಠಶಾಲಾ* ಅನುಭವದಿಂದ ಹೊಮ್ಮಿರುವುವಾಗಿವೆ.

ತಮಿಳುನಾಡು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಮಿತಿಯು ತನ್ನ 2019ರ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತಹ "ಮಾಹಿತಿ ಸಂಸ್ಕರಣೆ" (Data processing) ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಭಾಗವೊಂದನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ. ಈ ಉಪಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಶಿಕ್ಷಕರಿಂದ ದೊರೆತ ಬಹುಮಟ್ಟಿನ ಸಕಾರಾತ್ಮಕ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆಯು ಮತ್ತೂ ಆಶಾದಾಯಕವಾಗಿದೆ.

ಉಲ್ಲೇಖಗಳು

[1] Bell, T., Alexander, J., Freeman, I., and Grimley, M. Computer science unplugged: School students doing real computing without computers. The New Zealand Journal of Applied Computing and Information Technology, 13(1), 20–29, 2009.
[2] The CSPathshala curriculum, https://cspathshala.org/curriculum/
[3] Denning, Peter J. "The science in computer science." Communications of the ACM, 56(5), 35–38, 2013.
[4] Papert, Seymour. Mindstorms: Children, computers and powerful ideas. New York, NY: Basic Books, 1980.
[5] Papert, Seymour. "An Exploration in the space of mathematics educations," International Journal of Computers for Mathematical Learning, Vol. 1, No. 1, pp. 95-123.
[6] Wing, Jeannette, "Computational thinking." Communications of the ACM, 49(3), 33–35, March 2006.
[7] Wing, Jeannette, "Computational thinking and thinking about computing." Philosophical Transactions of the Royal Society, 366 (1881), 3717–3725, 2008.

ಆರ್ ರಾಮಾನುಜಮ್ ಅವರು ಗಣಿತೀಯ ತರ್ಕ ಮತ್ತು ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ ಗಣಕವಿಜ್ಞಾನ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಚೆನ್ನೈ ನಗರದ ಇನ್ಸ್ಟಿಟ್ಯೂಟ್ ಆಫ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕಲ್ ಸೈನ್ಸಸ್ ನಲ್ಲಿ ಸಂಶೋಧನ ನಿರತರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ತಮಿಳುನಾಡು ಸೈನ್ಸ್ ಫೋರಮ್ ಒಡನಾಟ ಹೊಂದಿರುವ ಇವರು ಗಣಿತವನ್ನು ಜನಪ್ರಿಯಗೊಳಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಬಂಧಿತ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಸಕ್ರಿಯ ಆಸಕ್ತಿ ತಳೆದಿದ್ದಾರೆ. ಇವರಿಗೆ ವಿಜ್ಞಾನ ಜನಪ್ರಿಯಗೊಳಿಸುವಿಕೆಗಾಗಿ ಮೀಸಲಾಗಿರುವ ಇಂದಿರಾ ಗಾಂಧಿ ಪುರಸ್ಕಾರ 2020ರಲ್ಲಿ ದೊರೆತಿದೆ. ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: jam@imsc.res.in