

गणित की वर्कशीटों की उपयोगिता का मूल्यांकन

ऋचा पाण्डे

जब मैंने त्रिआयामी आकार, 'गोले' के वास्तविक जीवन के उदाहरण माँगे तो एक सात वर्षीय बच्चे ने जवाब दिया — “कोरोना, मैडम”। पूरी क्लास हँस पड़ी। इस अवधारणा का इतना ज़ाहिर लेकिन अनोखा उदाहरण देने के लिए मैं इस बच्चे की प्रशंसा किए बिना नहीं रह सकी।

मैं आन्ध्र प्रदेश के विजयवाड़ा स्थित एक निजी स्कूल, एआईएमईई इंटरनेशनल स्कूल में पढ़ाती हूँ। यह स्कूल केम्ब्रिज इंटरनेशनल एजुकेशन से सम्बद्ध है और सीखने के लिए जाँच-पड़ताल व खोजबीन करने पर आधारित दृष्टिकोण का अनुसरण करता है। जब हमने जून 2021 में अपने पहले बैच के स्वागत की योजना बनानी शुरू की, तो यह जानने के लिए कि हमारा प्रत्येक शिक्षार्थी सीखने के स्तर पर कहाँ था, हमने एक ब्रिज-कोर्स (सेतु पाठ्यक्रम) की योजना तैयार की। इसके लिए हमने तय किया कि हम कक्षा-4 से कक्षा-7 तक के साथ 'संख्या प्रणाली और बुनियादी संक्रियाओं' पर व कक्षा-1 से कक्षा-3 के साथ 'गणना व अनुक्रम को समझने' पर एक महीना बिताएँगे। हमारा स्कूल शुरू में, जुलाई से अक्टूबर तक, ऑनलाइन माध्यम से संचालित था। दशहरे की छुट्टी के बाद कक्षाएँ सभी विद्यार्थियों के लिए आधिकारिक तौर से ऑफ़लाइन शुरू की गईं तथा ऑनलाइन कक्षाएँ पूरी तरह निलम्बित कर दी गईं।

एक विद्यालय के रूप में हमारा उद्देश्य विद्यार्थियों में जाँच-पड़ताल व खोजबीन करने की भावना विकसित करना है। गणित सीखने के प्रति हमारा सामान्य नज़रिया है सबसे पहले किसी भी अवधारणा को सीखने की आवश्यकता एवं प्रासंगिकता को स्थापित करना। ऐसा हम जीवन के वास्तविक परिदृश्यों की खोज करके, पढ़ाई जा रही अवधारणा की उपयोगिता को आमंत्रित करके और इसके बाद उस अवधारणा की विशिष्टताओं की ओर बढ़कर करते हैं। हम अवधारणाओं को सीखने के लिए एक मूर्त-चित्रमय-अमूर्त तरीका अपनाते हैं। इसलिए वर्कशीट हमारे विद्यार्थियों के सीखने के अनुभव को तय करने में महत्वपूर्ण भूमिका निभाती हैं। यह लेख इन सब बातों की पड़ताल करता है कि पिछले छह महीनों में मैंने किस तरह की वर्कशीटों का इस्तेमाल किया, वे मैंने किस तरह उपयोग कीं और उनमें से कुछ मुझे क्यों बहुत उपयोगी लगती हैं, और कुछ उतनी उपयोगी नहीं लगतीं।

विभिन्न वर्कशीट, विभिन्न उद्देश्य

हमारी टीम इंटरनेट पर सार्वजनिक रूप से उपलब्ध सहायक सामग्री की खोज कर रही थी। इस दौरान उन्हें ग्रेड-आधारित सीखने के उद्देश्यों के साथ जोड़कर तैयार की गई छापने योग्य वर्कशीटों की एक पूरी शृंखला मिल गई। अगर कोई वर्कशीटों तक पहुँचना चाहता है तो ऐसे और बहुत से संसाधन हैं जो उपयोगी हो सकते हैं। संसाधनों की एक सूची अन्त में दी गई है। लेकिन वक्रत के साथ मैंने यह जाना कि अन्ततः कार्यान्वयन की रणनीति इन संसाधनों के प्रभाव में बहुत अन्तर ला देती है। मैंने विभिन्न चरणों में विभिन्न उद्देश्यों के लिए कई वर्कशीट उपयोग की हैं।

- उत्सुकता पैदा करने के लिए : सीखने का हमारा दृष्टिकोण किसी भी अवधारणा को सीखने की ज़रूरत को स्थापित करने पर ध्यान देता है। एक बच्चे को यह बताने की बजाय कि जब वे बड़े होंगे तब दी गई अवधारणा का प्रयोग करेंगे, हमारा उद्देश्य उसके अभी के जीवन में गणित की प्रासंगिकता को उभारना है। उदाहरण के लिए, विषम-सम संख्याओं पर कक्षा-3 के साथ चर्चा करने के लिए हमने उन्हें घरेलू वातावरण-आधारित वर्कशीट दी। ऐसा इसलिए भी किया गया क्योंकि इस विषय पर ऑनलाइन कक्षाओं के दौरान चर्चा की गई थी। साथ ही हमारा इरादा उनके घरों को सीखने की प्रयोगशालाओं के तौर पर उपयोग करने का था। इस वर्कशीट में बच्चों के लिए यह ज़रूरी था कि वे कुछ वस्तुओं को गिनने के लिए अपने घर के विभिन्न हिस्सों (किचन, बेडरूम, लिविंग रूम) की खोजबीन करें। फिर यह तय करें कि वस्तुओं की संख्या विषम थी या सम। उनसे यह भी अपेक्षा थी कि वे अपने माता-पिता से बात कर परिवार के सदस्यों और कज़िन (cousin) भाई-बहनों की संख्या पता करें। इस वर्कशीट को आंशिक रूप से घर पर पूरा करना था और 'जोड़ी बनाकर जाँच करने वाला पहलू' कक्षा में किया जाना था। इसकी रूपरेखा इस तरह बनाई गई थी कि अवधारणा के प्रति उत्साह पैदा हो। इस वजह से इसे पाठ की शुरुआत में एक वार्म-अप अभ्यास के रूप में इस्तेमाल किया गया था।

ii. मूर्त से अमूर्त की तरफ होने वाले बदलाव को सुगम बनाने के लिए : हम अपने विद्यार्थियों को व्यावहारिक अनुभव प्रदान करने के लिए जोड़ोज्ञान (<https://jodogyan.org/>) पर उपलब्ध सीखने की मूर्त सामग्री का सक्रिय रूप से उपयोग करते हैं। उदाहरण के लिए, प्राथमिक ग्रेड को आधार-10 प्रणाली (base-10 system) का परिचय ब्लॉक के माध्यम से दिया गया। विद्यार्थियों ने ब्लॉक के साथ खेलते हुए 2, 3, 5 या 10 जैसे स्थिर आकार के चरणों (steps of constant size) में गिनना सीखा। बहुत ही जल्द उन्हें एहसास हुआ कि दहाई में गणना करने से उन्हें आसानी और जल्दी से गिनने में मदद मिलती है। इस खोज के बाद स्थानीय-मान प्रणाली से बच्चों को परिचित कराया गया, जिसे उपयुक्त तरीके से आधार-10 प्रणाली की वर्कशीट के जरिए आसान बनाया गया। चूंकि वर्कशीट में दहाई और सैकड़े के रूप में बण्डलीकृत ब्लॉक के चित्र हैं, इसलिए विद्यार्थियों को ब्लॉकों को छूने या देखने से आगे बढ़कर उस अवस्था में जाने में बहुत आसानी हुई जहाँ अन्ततः उन्हें संख्याओं की कल्पना करना और उन्हें इस्तेमाल करना था। यह अनुभव उच्च प्राथमिक कक्षाओं तक भी गया क्योंकि विद्यार्थियों ने भिन्नो को पहले आकृतियों के कट-आउट से सीखा और फिर भिन्नो के चित्रात्मक निरूपण वाली वर्कशीट की मदद से।

iii. विभिन्न अवधारणाओं की सीखों को एक साथ लाने के लिए : कक्षा-1 से 3 तक के विद्यार्थियों ने विभिन्न आकारों (2डी, 3डी, प्रिज्म और पिरामिड) के बारे में जोड़ो स्ट्रा के माध्यम से सीखा। अपनी कल्पना के आधार पर विभिन्न प्रकार की आकृतियाँ बनाने में उन्हें बहुत मज़ा आया। स्ट्रा के माध्यम से उन्हें उन आकृतियों के विभिन्न गुणों को परखने और समझने का मौक़ा भी मिला जिनके बारे में वे सीख रहे थे। यह 3डी आकृतियों के लिए विशेष रूप से उपयोगी था। प्रत्येक सत्र के अन्त में, विद्यार्थियों को वर्ग पहली और पहलियों से भरी एक वर्कशीट दी जाती थी जिसमें उन्हें अपनी समझ का इस्तेमाल करना था। इससे अस्पष्ट बातों को स्पष्ट करने और सीखी गई विभिन्न अवधारणाओं को दोहराने में मदद मिली।

महामारी के बाद की दुनिया में वर्कशीट की उपयोगिता

कोविड-19 महामारी के परिणामस्वरूप पूरी दुनिया में बच्चों के सीखने का नुक़सान हुआ है। अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी द्वारा जनवरी 2021 में किए गए एक अध्ययन ने उजागर किया कि सभी कक्षाओं के औसतन 82 प्रतिशत विद्यार्थियों ने गणित में पिछली कक्षा की कम-से-कम एक बुनियादी क्षमता खो दी है। हमारे स्कूल के विद्यार्थी अपवाद नहीं हैं। हमारी कक्षा-6

के आधे विद्यार्थी बुनियादी मानसिक गणनाएँ करने में संघर्ष करते हैं और हमारी कक्षा-2 के विद्यार्थी दरअसल कक्षा-1.5 में हैं (अगर इस तरह का कोई ग्रेड होता तो)। कुछ विद्यार्थी, मुख्यतः ऑनलाइन पढ़ाई के ज़रिए, अपने अपेक्षित सीखने के स्तर को बरकरार रखने में कामयाब रहे हैं। लेकिन 10 विद्यार्थियों की कक्षा में ऐसे मात्र एक या दो होते हैं। नतीजतन, एक शिक्षक के रूप में मुझे ग्रेड-उपयुक्त सीखने के उद्देश्यों की दिशा में काम करना शुरू करने से पहले मूलभूत बातों पर काम करने की ज़रूरत होती है। इसमें भी मुझे उपलब्ध संसाधनों द्वारा विभिन्न तरीकों से सहयोग मिल जाता है।

i. मैंने कक्षा-3 के विद्यार्थियों के लिए बनी हुई कुछ वर्कशीटों का इस्तेमाल अपनी कक्षा-6 के विद्यार्थियों के लिए किया। इसका कारण यह है कि उनकी बुनियादी अवधारणाएँ मज़बूत नहीं हैं जिसकी एक वजह तो महामारी है और एक दूसरी वजह है महामारी से पहले भी मूलभूत अवधारणाओं को सीखने की बजाय याद करना (रटना)। चूंकि वर्कशीट ग्रेड स्तर का ज़िक्र नहीं करतीं, इसलिए विद्यार्थियों के आत्मसम्मान को ठेस पहुँचाए बिना उनका इस्तेमाल करना सम्भव है।

ii. कक्षा-2 के मेरे कुछ विद्यार्थियों को लिखने में उतना मज़ा नहीं आता, जितना ऑनलाइन गेम खेलने में आता है। ये वर्कशीट मज़े के पहलू से समझौता किए बग़ैर सीखने को सुनिश्चित करने में बहुत मदद करती हैं।

iii. वर्कशीट इस्तेमाल करने का एक बड़ा फ़ायदा यह है कि वे अलग-अलग निर्देशों के लिए अवसर देती हैं। चूंकि मेरी कक्षा में सीखने के विविध स्तरों वाले विद्यार्थी हैं, ऐसे में सीखने की मानकीकृत सामग्री के इस्तेमाल का मतलब होगा कि उनमें से कुछ या तो सीखने से छूट जाएंगे या फिर ऊबने लगेंगे। इसलिए, जहाँ भी मुमकिन हो, मैं किसी अवधारणा के लिए दो स्तरों की वर्कशीट तैयार करने की कोशिश करती हूँ। इससे मुझे अपने ज्यादातर विद्यार्थियों को सार्थक रूप से व्यस्त रखने में मदद मिलती है।

क्या उपयोगी होता है, क्या नहीं

पिछले कुछ महीनों में, मैंने सैकड़ों वर्कशीटों की पड़ताल की है और उनमें से कई का इस्तेमाल किया है। जहाँ, कुछ वर्कशीट काफ़ी रोचक रही हैं, वहीं एक ख़ास प्रकार की वर्कशीट हैं जो मुझे उपयोगी नहीं लगतीं। मैं कोशिश करती हूँ कि ऐसी वर्कशीटों का उपयोग करने से बचूँ जो पाठ्यपुस्तक की प्रतिकृति होती हैं। ऐसी वर्कशीट, जो बच्चों को हल करने के लिए कुछ संख्यात्मक प्रश्नों को देने के अलावा और कुछ नहीं करतीं, केवल दोहराव (revision) की कक्षा या लघु आकलन के लिए उपयोगी होती हैं। अन्यथा, इस तरह का

अभ्यास तो विद्यार्थी अपनी नोटबुकों में भी आसानी से कर सकते हैं। ऐसी वर्कशीट सही मायनों में सीखने में कोई मदद नहीं करतीं और बस अभ्यास पर ही केन्द्रित होती हैं।

इसके विपरीत, एक वर्कशीट जो मुझे अपने छठी कक्षा के विद्यार्थियों के लिए वास्तव में उपयोगी लगी, वह थी 'वृत्त की पड़ताल' (investigating circles)। यह वर्कशीट विद्यार्थियों को स्वतंत्र रूप से या समूह में काम करते हुए किसी भी वृत्त की परिधि और उसके क्षेत्रफल की जाँच करने के लिए आमंत्रित करती है। वर्कशीट में ग्राफ़ पेपर पर अलग-अलग त्रिज्याओं वाले तीन वृत्त होते हैं। विद्यार्थियों से अपेक्षा रहती है कि एक धागे का इस्तेमाल करते हुए इन वृत्तों की सीमाओं को मापकर प्रत्येक वृत्त की परिधि का पता लगाएँ। उन्हें वर्कशीट में दी गई जगह में अपने अवलोकनों को दर्ज करना ज़रूरी है। विद्यार्थी वृत्त बनाने में लगने वाले वर्गों की संख्या गिनकर क्षेत्रफल का अनुमान लगाते हैं। जब वे इस प्रश्न को हल कर रहे होते हैं, तो मैं इस बात पर ध्यान देती हूँ कि वे वर्गों को गिनने

के लिए कितने अलग-अलग तरीके अपनाते हैं। कुछ विद्यार्थी प्रत्येक पूर्ण वर्ग को गिनने के बाद रुक जाते हैं, जबकि कुछ पूर्ण वर्गों को पहले गिनते हैं और फिर मन में अपूर्ण वर्गों को जोड़ने की कोशिश कर सबसे नज़दीकी सम्भावित उत्तर का अन्दाज़ा लगाते हैं। एक विद्यार्थी वृत्त को चार बराबर हिस्सों के रूप में देख पाया और उसने पहले एक-चौथाई हिस्से के वर्गों की गणना की और उसके बाद उस संख्या को चार से गुणा करके वर्गों की कुल संख्या ज्ञात की। इस तरह का विचार-मन्थन गणितीय चिन्तन के विकास के लिए बेहद ज़रूरी है।

निष्कर्ष

स्कूलों के महीनों बन्द रहने के बाद अब दोबारा खुलने पर, शिक्षकों का यह दायित्व है कि वे थोड़ा अतिरिक्त प्रयास करके उन विद्यार्थियों का सहयोग करें जो घर में सीखने के लिए पर्याप्त सहयोग न मिल पाने की वजह से प्रभावित हुए हैं। सौभाग्य से, इन विद्यार्थियों के सीखने को सुनिश्चित करने के लिए ऐसी



बहुत-से संसाधन ऑनलाइन उपलब्ध हैं जो अध्यापकों की मदद कर सकते हैं। हालाँकि, मुझे खुद अपनी सीखने की सामग्री बनाने में मज़ा आता है, फिर भी इस क्षेत्र में लम्बे समय से काम कर रहे विशेषज्ञों का मार्गदर्शन मिलने से बेहद मदद मिलती है। ऐसी सामग्री की उपलब्धता मुझे मौक़ा देती है कि

मैं अपनी ऊर्जा का इस्तेमाल सामग्री को प्रभावशाली ढंग से उपयोग करने में शिक्षार्थियों की मदद करने में और उनके लिए ऐसा अवसर बनाने में लगाऊँ जहाँ उन्हें बार-बार खुश होने का मौक़ा मिले।

ग्रेड-3		विषय : गणित		विषय वस्तु : विषम और सम संख्याएँ	
सीखने का उद्देश्य : वास्तविक जीवन के सन्दर्भों में सम और विषम संख्याओं की पहचान करना					
कार्य	साइमन कहता है...	उनकी संख्या कितनी है?	उनकी संख्या सम है या विषम ?	जल्दी से एक ड्राइंग बनाना। [उनके जोड़े बनाकर अपने उत्तर की जाँच करो]	
अ	अपने घर के किचन में जाओ।				
	कपों की गिनती करो।				
	किचन में रुको। अब प्लेटों की गिनती करो।				
	आखिरी चीज़, चम्मचों की गिनती करो।				
ब	अपने घर के सभी कमरों की पड़ताल करो।				
	घर में जितनी कुर्सियाँ हैं उनकी गिनती करो।				
	घर में जितनी ट्यूबलाइट हैं उनकी भी गिनती करो।				
स	अपने बेडरूम में जाओ।				
	तुम्हारे पास जितने खिलौने हैं उनकी गिनती करो।				
	तुम्हारे पास जितने चप्पल-जूते हैं उनकी गिनती करो।				
द	अपने माता-पिता से चर्चा करो और याद करो				
	तुम्हारे पूरे परिवार में कितने सदस्य हैं?				
	तुम्हारे कितने कज़िन भाई-बहन हैं?				

लेखक द्वारा बनाई गई वर्कशीट

Resources

Interactive Games and Worksheets

1. <https://www.mathgames.com/>
2. <https://www.turtlediary.com/>
3. <https://softschools.com/>
4. <https://www.topmarks.co.uk/>

Printable worksheets

1. <https://www.education.com/>
2. <https://www.twinkl.co.in/>
3. <https://www.liveworksheets.com/>
4. <https://www.mathsisfun.com/>

Simulations (supportive for online classes as well)

1. <https://illuminations.nctm.org/>
2. [Interactives.ck12.org](https://interactives.ck12.org)
3. <https://www.mathlearningcenter.org/apps>
4. <https://www.coolmath4kids.com/>



रिचा पाण्डे अज़ीम प्रेमजी विश्वविद्यालय बेंगलूरु से शिक्षा में एमए हैं। वे पिछले सात वर्षों से औपचारिक व अनौपचारिक भूमिकाओं में बच्चों के लिए सीखने के स्थान उपलब्ध कराती रही हैं। वर्तमान में वे एआईएमईई अन्तर्राष्ट्रीय विद्यालय, विजयवाड़ा में प्राथमिक वर्ष की सुगमकर्ता हैं, जहाँ वे गणित की शिक्षा में जाँच-पड़ताल व खोजबीन करने की गुंजाइश को सक्रिय रूप से तलाशती हैं। उनसे richa.pandey18_mae@apu.edu.in पर सम्पर्क किया जा सकता है। अनुवाद : बिरिन्द्र पाण्डे पुनरीक्षण : भरत त्रिपाठी कॉपी एडिटर : अनुज उपाध्याय