

बुनियादी संख्या ज्ञान (Foundational Numeracy) गणित का एक महत्वपूर्ण कौशल है और स्कूली शिक्षा व्यवस्था के अन्तर्गत इसका शिक्षण हमेशा से ही चुनौतीपूर्ण रहा है। बुनियादी संख्या ज्ञान का आशय संख्याओं की कम-से-कम दो इकाइयों तक की समझ, दो अंकों की संख्याओं से चार बुनियादी संक्रियाओं और इन अवधारणाओं को अलग-अलग परिस्थितियों में लागू कर पाने से है। इसके बिना किसी भी बच्चे को न सिर्फ़ स्कूल में बल्कि अन्ततः जीवन में भी आगे बढ़ने में मुश्किल होगी। इस कौशल का न होना गणित के डर और पढ़ाई छोड़ देने के प्रमुख कारणों में से एक है। विभिन्न राष्ट्र-स्तरीय अध्ययन और राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 इस ओर इशारा करते हैं कि प्राथमिक स्कूलों के विद्यार्थियों से शुरू कर, विद्यार्थियों के एक बड़े हिस्से ने बुनियादी संख्या ज्ञान हासिल नहीं किया है। शिक्षा की यह खाई कोविड-19 के कारण और भी चौड़ी हो गई है क्योंकि पिछले 16 महीनों से स्कूल बन्द रहे। कुछ स्कूल, ऑनलाइन साधनों और सामुदायिक कक्षाओं के जरिए, विद्यार्थियों के साथ किसी हद तक काम कर पाए, लेकिन सार्वजनिक शिक्षा प्रणाली के विद्यार्थियों का एक बड़ा हिस्सा स्कूलों के बन्द होने के दौरान किसी भी सार्थक तरीके से नहीं जुड़ पाया। तो मुद्दा यह है : बुनियादी संख्या ज्ञान के कौशलों और कक्षा-स्तरीय क्षमताओं को कैसे हासिल किया जाए। यह लेख कक्षाओं में हो रही सीखने की क्षति और बुनियादी संख्या ज्ञान पर काम करने की योजनाओं व विद्यार्थियों के सीखने पर हो रहे उनके असर के बीच सम्बन्ध जोड़ता है। हमारा अनुभव सार्वजनिक शिक्षा प्रणाली के शिक्षकों को कक्षा-स्तरीय शिक्षण के लिए बुनियादी संख्या ज्ञान के कौशल और अवधारणाएँ हासिल करने से जुड़े उनके काम की योजना बनाने में मदद कर सकता है।

पीछे मुड़कर देखते हुए

पिछले साल, हमारे स्कूल के शिक्षकों ने सामुदायिक कक्षाओं में तीसरी से आठवीं कक्षाओं के विद्यार्थियों के साथ बुनियादी संख्या ज्ञान पर काम किया। विद्यार्थियों की शिक्षा में यह प्रयास इतनी बखूबी झलका कि इस साल भी हम इसी योजना के साथ आगे बढ़ रहे हैं। पिछले लगभग दो सालों से अधिकांश विद्यार्थियों द्वारा ठीक तरीके से शिक्षा ग्रहण नहीं कर पाने के

कारण जो प्रमुख मसले देखे गए हैं वे हैं — सीखने में क्षति और बर्ताव में बदलाव।

इस परिस्थिति को एक उदाहरण के साथ समझते हैं। मान लीजिए एक छात्र अभी पाँचवीं कक्षा में है यानी लॉकडाउन से पहले वह तीसरी कक्षा में थी। इसका मतलब हुआ कि विद्यार्थी तीसरी से पाँचवीं कक्षा में, बिना चौथी कक्षा की क्षमताओं से वास्ता रखे, कक्षा उन्नत कर दिए गए हैं। साथ ही, तीसरी कक्षा की शिक्षा की क्षति की सम्भावना भी काफ़ी ज्यादा है। तो कुछ विद्यार्थी, जो अब पाँचवीं कक्षा में हैं, संख्याएँ नहीं लिख सकते, कुछ पुनर्समूहीकरण या रीग्रुपिंग (जोड़ और घटाव में दस-दस के समूह बनाना) के साथ संख्याएँ नहीं घटा सकते और कुछ ठीक से विभाजन नहीं कर सकते।

अब इसका एक अन्य पहलू है बर्ताव। विद्यार्थी कक्षा में पाठ के दौरान पूरे समय बैठने में या ध्यान केन्द्रित करने में असमर्थ हैं। इसलिए यह चुनौती दोहरी थी : विद्यार्थियों को कक्षा की प्रक्रिया में भाग लेने के लिए तैयार करना, जिससे कि वे बुनियादी संख्या ज्ञान और उच्चतर अवधारणाएँ हासिल कर पाएँ; और उनका ध्यान लगाए रखना। इसके लिए स्कूल में बहुत धैर्य, योजना बनाकर चलने और टीमवर्क की ज़रूरत पड़ती है।

कार्यप्रणाली

नीचे दिए गए उदाहरण कक्षा तीसरी से पाँचवीं के विद्यार्थियों के साथ किए गए काम पर केन्द्रित हैं। हमारे हस्तक्षेप के कारण होने के लिए कुछ प्रमुख आवश्यकताएँ इस प्रकार हैं :

विद्यार्थियों को तैयार करना

चूँकि 18 महीनों से विद्यार्थी स्कूल से नहीं जुड़ पाए हैं और सम्भवतः एक बन्द वातावरण में सीमित रहे हैं, तो उनमें से कुछ की स्कूल आने की, कक्षा में ध्यान लगाने की या अपने दोस्तों और शिक्षकों से मेलजोल करने की आदतें छूट गई हैं। हमें एक ऐसा वातावरण निर्मित करना होगा जो विद्यार्थियों को आकर्षित करे। इसके लिए हमें ड्रॉइंग, पेंटिंग, खेल, क्रिस्सागोई आदि गतिविधियों पर अधिक ध्यान देना होगा। इससे उन्हें कक्षा के वातावरण से जुड़ने में मदद मिलेगी।

विद्यार्थियों की ज़रूरतों को पहचानना

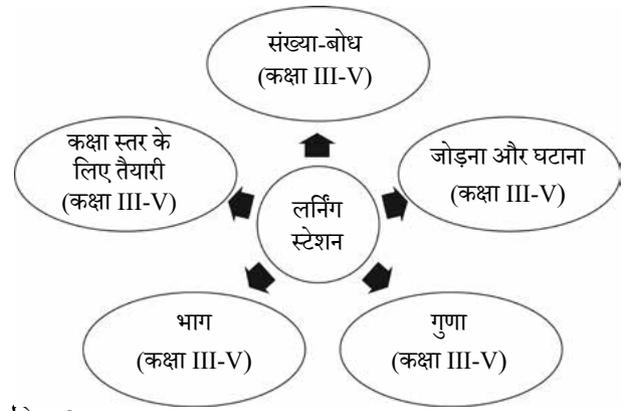
हमने कक्षा तीसरी से पाँचवीं के विद्यार्थियों के लिए संख्या बोध, चार बुनियादी संक्रियाओं और उनके अनुप्रयोगों पर एक आधारभूत मूल्यांकन परीक्षण (बेसलाइन असेसमेंट टेस्ट) तैयार किया, ताकि उनकी समझ और ज़रूरतों के स्तर का आकलन किया जा सके। साथ ही, उनके गिनने और लिखने के कौशलों के आकलन के लिए एक-एक बच्चे से संवाद किए। इस परीक्षण में जटिलता पर आधारित अवधारणाओं से जुड़े प्रश्न शामिल थे। उदाहरण के लिए, पुनर्समूहीकरण के साथ पूर्ण संख्याओं को घटाने के लिए, हमारे पास कुछ ऐसे सवाल थे : 152-29 और 1002-127. 152-29 वाले मामले में, संख्या '152' को 1 सैकड़े, 4 दहाइयों और 12 इकाइयों के समूहों में बाँटा जाता है। पर अब 1002-127 के मामले में होने वाले पुनर्समूहीकरण पर गौर कीजिए। पहले संख्या '1002' को 10 सैकड़ों व 2 इकाइयों के, फिर 9 सैकड़ों के समूहों में बाँटा जाएगा। फिर 10 दहाइयों और 2 इकाइयों के, फिर 9 सैकड़ों के, 9 दहाइयों के और 12 इकाइयों के समूहों

$$\begin{array}{r} 4 \ 12 \\ 1 \ 5 \ 2 \\ - \ 2 \ 9 \\ \hline 1 \ 2 \ 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \ 9 \\ 10 \ 10 \ 12 \\ 1 \ 0 \ 0 \ 2 \\ - \ 1 \ 2 \ 7 \\ \hline 8 \ 7 \ 5 \end{array}$$

चित्र-1

में। हालाँकि, विद्यार्थियों को वे सवाल मुश्किल लगे जिनमें अलग-अलग तरीकों से पुनर्समूहीकरण करने की आवश्यकता होती है। (चित्र-1)

तीसरी से पाँचवीं कक्षा के बच्चों का समूहीकरण उनकी ज़रूरतों के आधार पर किया गया था। इसके साथ ही, संख्या बोध व चार संक्रियाओं की उनकी समझ और उनकी कक्षा-स्तरीय तैयारी के आधार पर उनके लिए उपयुक्त लर्निंग स्टेशन (सीखने के ठिकाने) तय किए गए थे (चित्र-2)। प्रत्येक लर्निंग स्टेशन पर एक शिक्षक को नियुक्त किया गया था। हमने हर लर्निंग स्टेशन में, कक्षा पहली से पाँचवीं तक की अवधारणाओं पर चर्चा की। उदाहरण के लिए, संख्या बोध वाले लर्निंग स्टेशन में, हमने एक अंक की संख्याओं से चर्चा शुरू की, फिर स्थानीय मान को प्रस्तुत करते हुए दो अंकों वाली संख्याओं से उनका परिचय कराया। यह तब तक जारी रहा जब तक हम छह अंकों वाली संख्याओं तक नहीं पहुँच गए। इस प्रक्रिया



चित्र-2

में पहचान करना, लिखना, तुलना करना आदि शामिल थे। इसमें अवधारणाओं की समझ और अभ्यास, दोनों पर ही जोर दिया गया।

हमने पाया कि 90 में से 27 विद्यार्थियों को बुनियादी संख्या ज्ञान में परेशानी थी, लेकिन समस्याओं की श्रेणियाँ अलग-अलग थीं। उदाहरण के लिए, कुछ विद्यार्थी 79 जैसी संख्याएँ नहीं लिख पा रहे थे, 32-19 को पुनर्समूहीकरण के साथ नहीं घटा पा रहे थे, पहाड़ों के अभ्यास की कमी के कारण गुणन और विभाजन में गलतियाँ कर रहे थे। कक्षा के अन्य बच्चे अलग-अलग स्तर पर थे।

टाइमटेबल बनाना

चूँकि बुनियादी संख्या ज्ञान के बिना उच्चतर अवधारणाओं को नहीं सीखा जा सकता, हमने सभी विद्यार्थियों के लिए बुनियादी संख्या ज्ञान और उससे सम्बन्धित उच्चतर अवधारणाओं पर ध्यान केन्द्रित करने का फैसला किया था, ताकि उन्हें कक्षा के स्तर तक लाया जा सके। हमारा ध्यान तीन विषयों पर केन्द्रित था — गणित, हिन्दी और अंग्रेज़ी। हर हफ्ते करीब 9 घण्टे गणित की अतिरिक्त कक्षाओं के लिए तय किए गए ताकि विद्यार्थियों को पर्याप्त समय और निरन्तर साथ मिल सके।

वर्तमान परिदृश्य में सभी सरकारी स्कूलों को स्कूल खुलने के पहले महीने के टाइमटेबल में प्रतिदिन कम-से-कम 1.5 घण्टा गणित को देना होगा। पहली और दूसरी कक्षा के शिक्षकों को छोड़कर सभी शिक्षकों को साथ मिलकर बुनियादी संख्या ज्ञान पर काम करना होगा। उदाहरण के लिए, कोई स्कूल कक्षा तीसरी से पाँचवीं की गणित के लिए एक घण्टा (10:30 पूर्वाह्न – 11:30 पूर्वाह्न) तय कर सकता है। बच्चों को स्कूल में शिक्षकों की संख्या के आधार पर तीन से चार दलों में बाँटा जाएगा।

टीमवर्क और केन्द्रित कार्य

एक आम स्कूल में अमूमन एक ही शिक्षक सभी विषय पढ़ाते हैं। पर अब, जब स्कूल फिर से खुलेंगे, तो सोचिए विद्यार्थियों

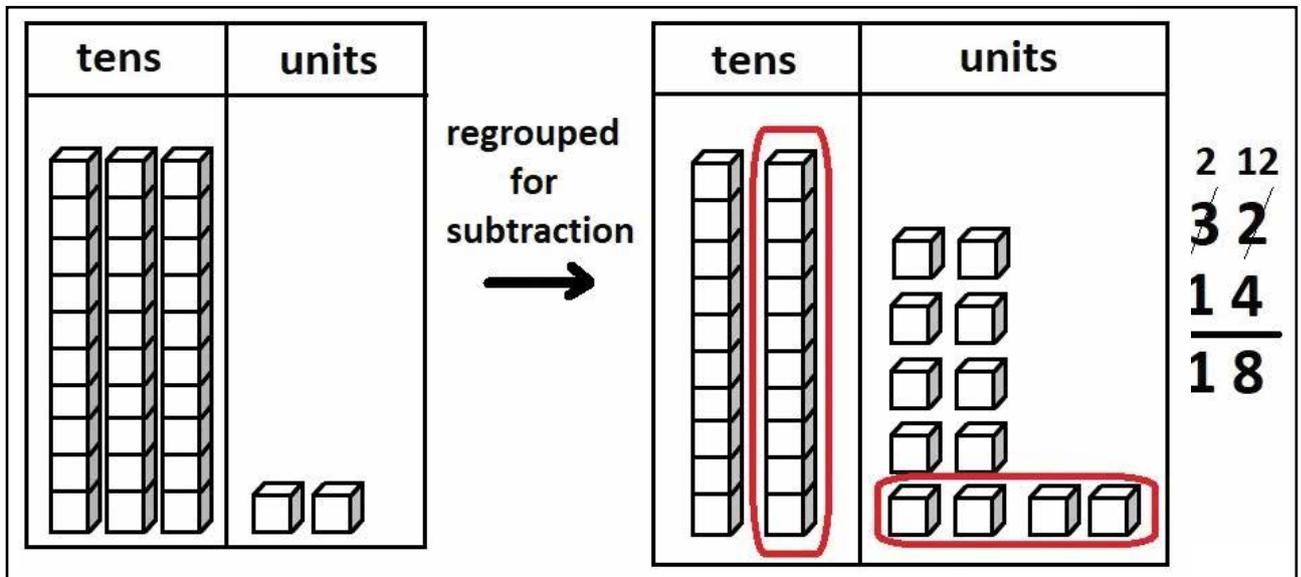
के सीखने की क्षति कितने विस्तृत दायरे में होगी। समय का प्रभावी इस्तेमाल सुनिश्चित करने के लिए विद्यार्थियों को समूहों में बाँटा जाएगा। उदाहरण के लिए, पाँचवीं कक्षा में संख्या बोध और चार बुनियादी संक्रियाओं की अवधारणाओं की समझ के अलग-अलग स्तरों के आधार पर विद्यार्थियों के चार से पाँच समूह हो सकते हैं। ऐसा ही तीसरी और चौथी कक्षाओं

$$\begin{array}{r} 210 \\ 32 \\ -14 \\ \hline 16 \end{array}$$

चित्र-3

क्योंकि हमें काफ़ी कम समय में काफ़ी ज़्यादा हासिल करना है। हमें निर्धारित करना है कि क्या पढ़ाया जाए और कैसे पढ़ाया जाए। मान लीजिए, एक बच्ची 32-14 को हल करने में गलतियाँ करती है (चित्र-3) तो उसे पुनर्समूहीकरण की अवधारणाएँ कैसे समझाई जाएँ? इस मामले में, हम देख सकते हैं कि बच्ची ने पुनर्समूहीकरण में एक गलती की है। वह इकाई के स्थान पर 2 का ध्यान नहीं रख पाई। तो उसे पुनर्समूहीकरण समझने में मदद करने के लिए हमें डीन्स ब्लॉकों (चित्र-4) या नकली मुद्रा की ज़रूरत होगी।

यहाँ डीन्स ब्लॉकों का इस्तेमाल करते हुए, संख्या '32' का 2 दहाइयों और 12 इकाइयों में पुनर्समूहन किया गया है। अब बच्ची इसमें से 1 दहाई और 4 इकाइयों को घटा सकती है जिससे उसे उत्तर के रूप में 1 दहाई और 8 इकाइयाँ यानी 18 मिल जाएगा।



चित्र-4

के साथ भी हो सकता है। इसका मतलब हुआ कि हर कक्षा-शिक्षक को इन पाँचों समूहों के साथ काम करना होगा, जो कि शिक्षण और समय प्रबन्धन के नज़रिए से बहुत मुश्किल है। यदि बच्चे समूहों में हैं तो हर शिक्षक एक अवधारणा पर अलग-अलग स्तरों पर ध्यान केन्द्रित करेगा। सुकेन्द्रित शिक्षण और अच्छा समय प्रबन्धन तभी मुमकिन है जब स्कूल के सभी शिक्षक मिलकर काम करें। एक महत्वपूर्ण बिन्दु यह है कि समूहों की संख्या उस स्कूल के शिक्षकों की संख्या पर आधारित होगी।

तैयारी और संसाधन

प्राथमिक कक्षाओं में, सभी शिक्षक सभी विषय पढ़ाया करते हैं, इसलिए उनके लिए गणित से जुड़ना कठिन नहीं होता। पर जब स्कूल फिर से खुलेंगे, तब नियोजन महत्वपूर्ण रहेगा

यह समझाने के बाद, हमें इसी प्रकार के सवालों के एक सेट के साथ तैयार रहना चाहिए ताकि विद्यार्थियों की समझ का आकलन किया जा सके और एक जैसे अन्य सवालों को हल करने के लिए उनका आत्मविश्वास बढ़ाया जा सके। इसके बाद और भी अधिक जटिल सवाल हल करने और चर्चा करने के लिए पेश किए जा सकते हैं। उदाहरण के तौर पर, जब कोई बच्चा 32-14 के प्रकार वाले सवाल हल करने को लेकर आश्वस्त हो तो हम अधिक जटिल अवधारणाओं की ओर बढ़ सकते हैं, जैसे : $302-25 = ?$, $1002-127 = ?$ आदि। तो हमारे पास किसी अवधारणा की जटिलताओं के अलग-अलग स्तरों का एक संग्रह होना चाहिए। उस अवधारणा से जुड़ी तैयारी और चर्चा की ज़रूरत होगी। इसमें उससे जुड़ी जोड़-तोड़ वाली वस्तुओं (manipulatives), वर्कशीटों और

अलग-अलग प्रकार के सवालों के संग्रह को भी शामिल किया जा सकता है।

प्रगति को दर्ज करना

एक ही लर्निंग स्टेशन के विद्यार्थी भी अलग-अलग स्तरों पर हो सकते हैं। कुछ विद्यार्थी दूसरों से पहले नियत कार्य पूरा कर लेंगे, इसलिए प्रत्येक विद्यार्थी की प्रगति को दर्ज करने की ज़रूरत है ताकि उन्हें उचित सहयोग प्रदान किया जा सके।

हमने विद्यार्थियों के सीखने की स्थिति को दर्ज करने के लिए दो प्रकार के प्रारूप तैयार किए हैं। एक है व्यक्तिगत अधिगम प्रगति (Individual Learning Progress या आईएलपी, चित्र-5), जो कि व्यक्तिगत रूप से विद्यार्थियों के पूरे कर लिए गए व जारी कार्य को दर्शाता है। आईएलपी रिकॉर्ड में किसी विशिष्ट अवधारणा या लर्निंग स्टेशन पर काम कर रहे शिक्षक प्रत्येक बच्चे की प्रगति का लिखित रिकॉर्ड रखते हैं, ताकि बच्चे द्वारा उस विशिष्ट अवधारणा को समझ लेने की स्थिति को दर्शाया जा सके। उसके बाद, विद्यार्थी की ज़रूरत के आधार पर यह रिकॉर्ड अगले लर्निंग स्टेशन के शिक्षक के पास जाएगा।

दूसरा प्रारूप है संघटित अधिगम प्रगति (Consolidated Learning Progress या सीएलपी, चित्र-6), जिसमें सभी विद्यार्थियों के नाम हैं और प्रत्येक विद्यार्थी के समक्ष उनके अधिगम सूचक हैं। इस पर साप्ताहिक तौर पर काम किया जाता है, जब शिक्षक मिलते हैं। शिक्षक विद्यार्थियों की प्रगति

पर चर्चा करते हैं और प्रारूप को अपडेट करते हैं। इससे पूरी कक्षा की प्रगति की एक स्पष्ट तस्वीर सामने रखने में मदद मिलती है।

अन्त में

अपने स्कूल में हमने जनवरी 2021 में विद्यार्थियों के साथ काम करना शुरू किया था। स्कूलों के फिर से बन्द होने तक हमने ऊपर बताए गए तरीके का इस्तेमाल तीसरी से पाँचवीं कक्षा में तीन हफ्तों तक हर दिन डेढ़ घण्टे के लिए किया। हमने पाया कि 27 में से करीब 11 बच्चों ने बुनियादी संख्या ज्ञान हासिल कर लिया था और उन्होंने संख्या बोध व चार बुनियादी संक्रियाओं से जुड़ी कक्षा-स्तरीय क्षमताएँ हासिल कर ली थीं। उदाहरण के तौर पर, बुनियादी संख्या ज्ञान के साथ कुछ बच्चों ने पाँच अंकों तक संख्या बोध की समझ विकसित कर ली थी। साथ ही, वे किसी भी जटिल स्तर पर पाँच अंकों की संख्याओं को घटा पा रहे थे और पाँच अंकों की संख्याओं का दो अंकों की संख्याओं से विभाजन कर पा रहे थे (जिसमें पाँचवीं कक्षा के विद्यार्थी के लिए दशमलव वाले भागफल के सवाल भी थे)। शेष 63 विद्यार्थी संख्या बोध और चार बुनियादी संक्रियाओं से जुड़ी कक्षा-स्तरीय क्षमताओं में सहज पाए गए (जैसा कि ऊपर समझाया गया है)। इस साल हम इस उम्मीद के साथ इस योजना को जारी रख रहे हैं कि सभी विद्यार्थी बुनियादी संख्या ज्ञान हासिल कर पाएँगे और हम तैयारी कर रहे हैं कि पूरी कक्षा पाठ्यचर्या के आधार पर कक्षा-स्तरीय क्षमताओं को हासिल कर पाएगी।

व्यक्तिगत अधिगम प्रगति	
विद्यार्थी का नाम	कक्षा
संख्या बोध	पहाड़े
जोड़	गुणन
घटाव	विभाजन

चित्र-5

संख्या बोध (कक्षा 1-5)		उभरता हुआ (Emerging)	विकासशील (Developing)	कुशल (Proficient)																	
क्रमांक	विद्यार्थी का नाम	संख्या बोध (Number Sense)																			
		पूर्व-संख्या (Pre-Number)				संख्या बोध (Number Sense)															
कक्षा	20 के अनुक्रम में संख्या का नाम	50 के अनुक्रम में संख्या का नाम	100 के अनुक्रम में संख्या का नाम	वस्तुओं को गिनें	एक अंक वाली संख्याओं का मान समझें	एक अंक वाली संख्याओं की पहचान करना	एक अंक वाली संख्याओं को लिखना	एक अंक वाली संख्याओं की तुलना करना	स्थानिक मान (2 अंक)	दो अंकों वाली संख्याओं की पहचान करना	दो अंकों वाली संख्याओं को लिखना	दो अंकों वाली संख्याओं की तुलना करना	स्थानिक मान (3 अंक)	तीन अंकों वाली संख्याओं की पहचान करना	तीन अंकों वाली संख्याओं को लिखना	तीन अंकों वाली संख्याओं की तुलना करना	स्थानिक मान (4 अंक)	चार अंकों वाली संख्याओं की पहचान करना	चार अंकों वाली संख्याओं को लिखना	चार अंकों वाली संख्याओं की तुलना करना	
1.	मीनाक्षी	3																			
2.	ओजस्वी	3																			
3.	चंचल	3																			

चित्र-6



अर्धेन्दु शेखर दास ने गणित में एमएससी किया है और वर्तमान में वे अज़ीम प्रेमजी स्कूल, धमतरी में काम कर रहे हैं। वे गणित-सम्बन्धित अवधारणाओं पर शिक्षकों के साथ गहराई से काम करते हैं और साथ ही अवधारणात्मक समझ व गणित के शिक्षण में इस्तेमाल की जाने वाली शैक्षणिक योजनाओं पर वर्कशॉप भी संचालित करते हैं। करीब एक दशक से वे गणित को लेकर बच्चों के साथ काम कर रहे हैं और तकनीकी संसाधनों की खोजबीन करने व उनकी रचना करने में गहरी रुचि रखते हैं। वे मुक्त, दूरस्थ शिक्षा के लिए पाठ्यचर्या तैयार करने और पाठ्यपुस्तकें लिखने की प्रक्रिया से भी जुड़े हुए हैं। उनसे arddhendu@azimpremjifoundation.org पर सम्पर्क किया जा सकता है।
अनुवाद : अतुल वाधवानी