

बच्चे 'भाग' से क्यों डरते हैं

गोमती राममूर्ति

पाँच साल पहले मैं अपने स्कूल की गणित प्रयोगशाला पर एक पेपर प्रस्तुत कर रही थी। प्रस्तुति के बाद चर्चा में मुझसे पूछा गया, 'हम अन्य अंक गणितीय संक्रियाओं में एक अंक से शुरू करते हैं लेकिन भाग में हम उच्च स्थानीय मान से क्यों शुरू करते हैं?' मेरा उत्तर था, 'यदि स्थानीय मान के बारे में आपकी समझ अच्छी है तो यह आवश्यक नहीं है कि आप इकाई अंक से ही संक्रिया शुरू करें, इसे विपरीत क्रम में भी किया जा सकता है। इसी तरह भाग में भी आप किसी भी तरह से भाग शुरू कर सकते हैं।'

वह सवाल अब भी मेरे दिमाग के एक कोने में है। चार बुनियादी अंकगणितीय संक्रियाएँ करते समय हम जिस नियम का पालन करते हैं, वह एल्गोरिदम (algorithm) स्थापित करने के लिए है। लेकिन यह कोई पक्का नियम नहीं है।

भाग सभी अंकगणितीय संक्रियाओं में से सबसे कठिन है। बच्चे इससे डरते हैं क्योंकि इसमें बहुत सारे नियम शामिल हैं, विशेष रूप से लम्बे भाग, जो प्राथमिक कक्षाओं के बच्चों के लिए सबसे कठिन हैं। स्कूलों में जब हम नियमों/एल्गोरिदम का पालन करने के रूप में भाग शुरू करते हैं तो हम भाग के वास्तविक अर्थ को समझने में विफल हो जाते हैं। भाग के नियम एक प्रक्रिया हैं लेकिन अवधारणा को समझने के लिए तर्क और ध्यानपूर्वक विश्लेषण करने की आवश्यकता है।

अवधारणा को समझना

संज्ञानात्मक वैज्ञानिक और लेखक डैनियल विलिंगम ने एक उदाहरण दिया है। इससे बेहतर उदाहरण नहीं मिल सकता; वे कहते हैं कि, अमरीका में छठी कक्षा के लगभग 25% बच्चों को लगता है कि = चिह्न का मतलब है *यहाँ जवाब लिखें*। वे यह नहीं समझते हैं कि = चिह्न का अर्थ *समानता* या *गणितीय समानता* है। (ACT, अमेरिकन एजुकैटर)

कक्षा में क्या आवश्यक है? एनसीएफ (2005) के गणित के आधारपत्र में एक ऐसे पाठ्यक्रम की सिफारिश की गई है जो महत्वाकांक्षी और सुसंगत हो। साथ ही इसमें कहा गया है कि गणित सीखना हर बच्चे का अधिकार है। और ऐसा करने के लिए इसमें यह अनुशांसा की गई है कि स्कूली गणित, गतिविधियों पर केन्द्रित होना चाहिए।

इसलिए भाग में 'गणित' के विचार को सामने लाने और अपनी कक्षा के प्रत्येक बच्चे को इसे सिखाने के लिए मैंने भाग

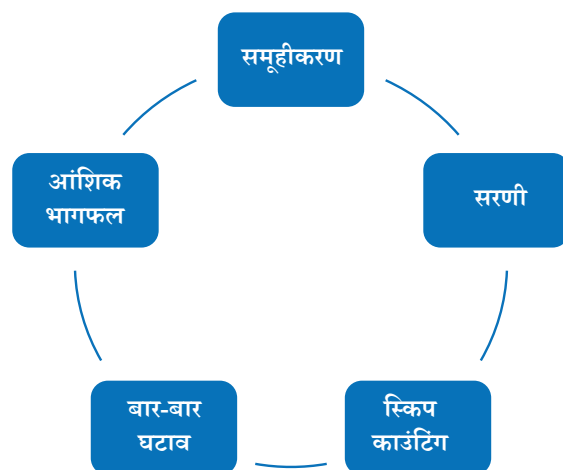
की कक्षाओं में गतिविधि-उन्मुख दृष्टिकोण अपनाने का प्रयास किया है। मैं यह बात सुनिश्चित करती हूँ कि मेरे सभी विद्यार्थी आसानी से भाग करना सीख सकें। इन्हीं विचारों को इस लेख में प्रस्तुत किया गया है।

बच्चों के लिए भाग करना मुश्किल क्यों है?

समस्या बच्चों के साथ नहीं बल्कि उसे सिखाने के तरीके में है। यहाँ कुछ ऐसे सवाल दिए गए हैं जिनपर हमें सोच-विचार करना चाहिए और पूछना चाहिए कि क्या हम अपने कक्षा-शिक्षण में इन्हें सम्बोधित कर रहे हैं :

1. भाग क्या है?
2. वास्तविक जीवन में इसका उपयोग कहाँ किया जाता है?
3. क्या हमारे वास्तविक जीवन में ऐसी कोई स्थिति आती है जहाँ हम चार या पाँच अंकीय संख्या को तीन अंकीय संख्या से भाग करते हैं? (बहु-अंकीय गणना)
4. और अगर ऐसी कोई स्थिति है तो कितने लोग कैलकुलेटर के बिना इसे कर सकते हैं?

मैं यहाँ एक महत्वपूर्ण बात का उल्लेख करना चाहूँगी। स्कूल में इन अवधारणाओं को औपचारिक रूप से सीखने से पहले बच्चे अपने दिन-प्रतिदिन के जीवन में बुनियादी अंकगणित करने में सक्षम होते हैं, जिसमें भाग और भिन्न भी शामिल हैं। (परमार, 2003; मिक्स और अन्य, 1999)। एनसीटीएम (नेशनल काउंसिल ऑफ टीचर्स ऑफ मैथमेटिक्स) के एक प्रकाशन के अनुसार, जब विद्यार्थी समझ जाते हैं तो वे सवाल हल करने के लिए अपनी ही प्रक्रिया विकसित कर लेते हैं। भाग के शिक्षण-अधिगम को अधिक सार्थक बनाने के कई



तरीक़े हैं। इन तरीक़ों को मैंने अपने स्कूल में चौथी कक्षा के बच्चों के साथ उपयोग में लाने की कोशिश की है। हमारा विद्यालय बालिकाओं का प्राथमिक विद्यालय है जिसमें अधिकांश छात्राएँ गरीबी रेखा के नीचे जीवन-यापन करने वाले परिवारों की हैं।

कुछ तरीक़े

सरणी (Array)

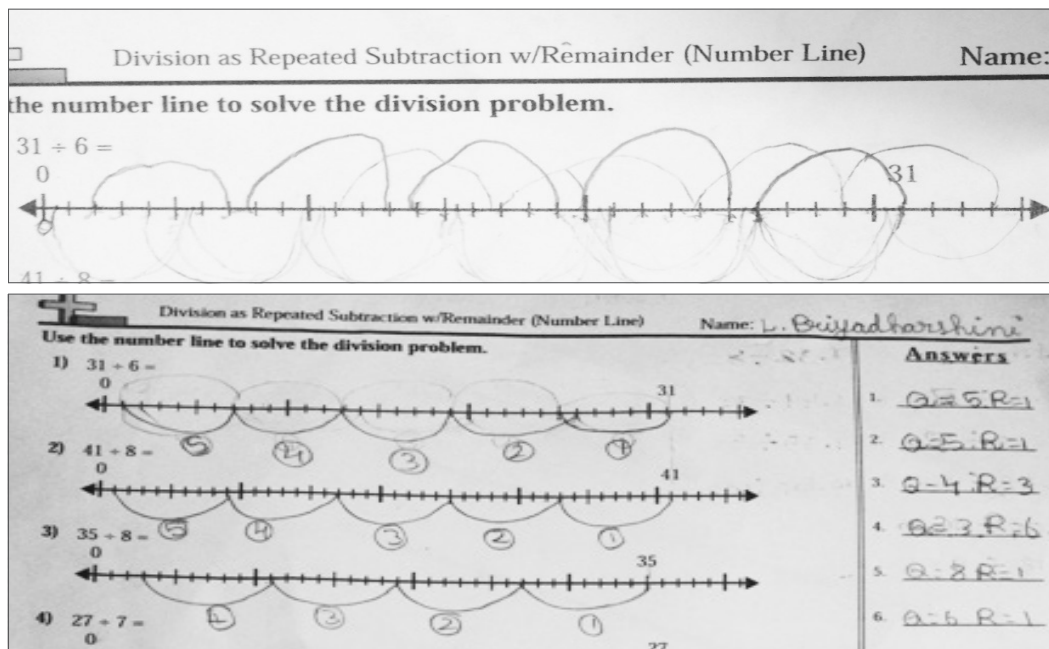
चूँकि बच्चे पहले ही तीसरी कक्षा में समूहबद्ध करने की विधि का उपयोग करके भाग करना सीख चुके हैं, इसलिए मैंने उनसे सरणी का उपयोग करके भाग करने के लिए कहा। सरणियों (पंक्तियों) को बनाने के लिए काउंटर्स का उपयोग करके इसे किया जाता है। बच्चे किसी दी गई संख्या के लिए सभी सम्भावित सरणियाँ बनाते हैं और उनके लिए भाग के तथ्यों को लिखते हैं। जब बच्चे अधिक से अधिक सरणियाँ बनाते हैं तो वे उस संख्या के गुणनखण्डों की अवधारणा से परिचित हो जाते हैं। पारम्परिक विधि में सब कुछ गुणन सारणियों या पहाड़ों पर निर्भर करता है, यहाँ तक कि गुणनखण्डों को सीखते

नहीं किया जाता, सिवाय इसके कि गणित में संख्या के बोध को विकसित किया जाए।

यह चित्रण दिखाता है कि विद्यार्थी यह नहीं समझ पाते कि कहाँ से शुरू किया जाए और वे नहीं जानते कि निरन्तरता बीच में नहीं टूटनी चाहिए। गणितमाला संख्या-रेखाओं का एक बहुत अच्छा निरूपण है। यह अमूर्तता के स्तर को कम करता है। जब विद्यार्थी गणितमाला का उपयोग करते हैं तो वे संख्या-रेखा की अच्छी समझ विकसित कर लेते हैं और कम त्रुटियाँ करते हैं।

आंशिक भागफल विधि

मेरा अनुभव यह कहता है कि अगर विद्यार्थियों को धनराशि के साथ कार्य-व्यवहार करने दिया जाए तो वे किसी भी अवधारणा को आसानी से सीख लेंगे, फिर चाहे वह जोड़ हो, घटाना हो, गुणा हो या भाग हो। मैं इसके लिए खिलौने वाले सिक्कों और रुपयों का इस्तेमाल करती हूँ। कक्षा को पाँच समूहों में बाँट कर उन्हें आकृतियों के नाम दिए जाते हैं : घन, घनाभ, बेलन, शंकु और गोला।



समय भी। सरणियों से बच्चे अवधारणा को समझते हैं और जान जाते हैं कि 16 को एक पंक्ति में तीन के रूप में व्यवस्थित नहीं किया जा सकता है क्योंकि एक पंक्ति में तीन का मतलब तीन की पाँच पंक्तियाँ और एक (15 + 1) होगा। यह सब कुछ बहुत कम समय में होता है, जिससे यह साबित होता है कि इसकी अच्छी समझ से संख्या का अच्छा बोध विकसित होता है।

गणितमाला

संख्या-रेखा का भाग किसी दुःस्वप्न से कम नहीं है क्योंकि यह एक अमूर्तता है जिसका वास्तविक जीवन में कभी भी उपयोग

पहला सवाल यह है कि 132 को दो लोगों के बीच कैसे साझा किया जाए। इसे करने के लिए वे दो स्टिक फिगर बनाते हैं और उनके सामने प्रत्येक की हिस्सेदारी लिखते हैं। यह पता चला है कि बच्चे सवालों को हल करने के लिए स्वयं आविष्कार की गई प्रक्रियाओं का उपयोग करते हैं। इसलिए कक्षा में हल किए जाने वाले गणित के सवालों को वास्तविक जीवन की स्थितियों के अनुरूप होना चाहिए जिनके साथ बच्चे जुड़ सकें (वेरशाफेल और अन्य, 2006)।

उन्होंने पहले सौ को दो पचासों में बाँटा। फिर उन्होंने तीस को लिया और उसे दो पन्द्रहों में बाँटा और अन्त में दो को

एक-एक में बाँट दिया। उन्होंने हर एक को मिलने वाले हिस्से, भागफल को गिना, और पाया कि कोई शेषफल नहीं था।

गणित का एक महत्वपूर्ण पहलू लिखना या रिकॉर्ड करना है, जिसके बिना सीखना अधूरा है। गतिविधि करने से अवधारणा सीखी जाती है और इसे रिकॉर्ड करना प्रक्रिया सीखने का तरीका है। अवधारणा और प्रक्रिया एक साथ चलनी चाहिए ताकि उसके साथ जुड़ा जा सके और समझने में आसानी हो। बच्चे खुद ही उत्तर निकाल लेते हैं, लेकिन शिक्षकों को उत्तर सम्बन्धी मतभेदों पर ध्यान देना चाहिए और गतिविधि में सभी बच्चों की समान भागीदारी सुनिश्चित करनी चाहिए।

कुछ सामान्य गलतियाँ

बच्चे घटाव में गलती कर सकते हैं जो भाग का एक महत्वपूर्ण हिस्सा है। उदाहरण के लिए जब 125 में से 80 को घटाना हो तो शेषफल 100 से कम होना चाहिए। लेकिन बच्चों को कभी-कभी यह समझ में नहीं आता है और इस समस्या का कारण है घटाव की अवधारणा को न समझना। उसे दूर किए बिना भाग को सिखाने की कोशिश करना व्यर्थ होगा। पहला चरण है घटाव सिखाना।

बच्चे अपना काम करते समय लापरवाही भी करते हैं जैसे कि भाग दी जाने वाली संख्या के कुछ हिस्सों को छोड़ना। शिक्षक को इन गलतियों के प्रति सचेत रहना चाहिए और इसके पीछे की मूल अवधारणाओं को समझाने के लिए तैयार रहना चाहिए।

हर बच्चा भाग देना सीख सकता है

भाग को सिखाते समय जो सर्वश्रेष्ठ क्षण मेरे सामने आया उसे मैं साझा करना चाहूँगी। मेरी एक छात्रा को उसके ट्यूशन मास्टर ने भाग का एक सवाल दिया था। उसने वह सवाल कक्षा में सिखाई गई विधि का उपयोग करके किया, लेकिन उसके ट्यूशन मास्टर को यह समझ में नहीं आया और उन्होंने यह कहते हुए उसे काट दिया कि वह गलत थी और फिर

उन्होंने उसी सवाल को भाग की लम्बी विधि से किया। बच्ची ने उनके सामने अपनी बात स्पष्ट की और कहा, 'हम दोनों को एक ही जवाब मिला है।' उन्होंने इस बात को स्वीकार किया और उसकी सराहना की। अब वही छात्रा इंटरनेशनल मैथ ओलंपियाड (आईएमओ) परीक्षा में अपनी कक्षा में अक्वल आई है और आईएमओ परीक्षा, 2020 के दूसरे दौर के लिए चुनी गई है।

चाहे संकीर्ण अर्थों में भाग सीखने की बात हो या व्यापक अर्थों में गणित सीखने की, ऐसे कई कारक हैं जो बच्चों के अधिगम को प्रभावित करते हैं। शिक्षक और उनका शिक्षणशास्त्र सम्बन्धी ज्ञान, अनुचित विधियों का उपयोग और समझ की कमी, कक्षा का वातावरण और अन्य कारक बच्चे के अधिगम को प्रभावित करते हैं।

एक ऐसी धारणा बन चुकी है कि गणित आमतौर पर बच्चों के लिए कठिन होता है, विशेषकर लड़कियों के लिए। लेकिन यह सिर्फ लिंग सम्बन्धी पूर्वाग्रह है। अर्नेस्ट का 1976 का अध्ययन प्राथमिक स्कूल के बच्चों में लैंगिक-विषमता और शिक्षकों के दृष्टिकोण पर केन्द्रित है। इस अध्ययन से यह निष्कर्ष निकलता है कि यह धारणा बिल्कुल गलत है कि गणित में महिलाओं की तुलना में पुरुष श्रेष्ठ हैं। अगर पेशेवर गणितज्ञों के रूप में महिलाओं की कमी है तो इसका कारण उनमें क्षमता की कमी नहीं है, वरन ऐसा सांस्कृतिक प्रभावों के कारण अधिक होता है।

इसलिए मैंने लड़कियों के स्कूल में शिक्षिका के रूप में काम करने के अवसर का लाभ उठाया और यह साबित करने की कोशिश की कि गणित सीखना हर किसी का अधिकार है और हर बच्चा यह कर सकता है। वंचित समुदायों की लड़कियों को गणित में उत्कृष्टता प्राप्त करने के अवसर प्रदान करना हमारे आने वाले समय के लिए एक महत्वपूर्ण सामाजिक परिवर्तन है। मैं इस दिशा में कार्य कर रही हूँ।

References

- https://www.academia.edu/11106660/TACKLING_THE_DIVISION_ALGORITHM
 - <https://grantwiggins.wordpress.com/2014/04/23/conceptual-understanding-in-mathematics/>
 - http://www.ncert.nic.in/html/pdf/schoolcurriculum/position_papers/math.pdf
 - <http://faculty.etsu.edu/gardnerr/math-honors/theses/Horton-Thesis.pdf>
- 'Developing mathematical power in whole number operations' published by NCTM



गोमती राममूर्ति सवरायलु नयागर गवर्नमेंट गर्ल्स प्राइमरी स्कूल, पुदुचेरी में प्राथमिक विद्यालय की शिक्षिका हैं। उन्हें 16 साल के अध्यापन का अनुभव है और वे पुदुचेरी में सीबीएसई पाठ्यक्रम संचालन में स्रोत व्यक्ति हैं। वे अपने स्कूल में गणित प्रयोगशाला चलाती हैं और 'ARRAY' की सम्पादिका हैं, जो बच्चों की द्विभाषी गणित पत्रिका है जिसमें पूरा योगदान बच्चों का होता है। वे अवधारणात्मक समझ विकसित करने के लिए गणित के शिक्षण-अधिगम में विभिन्न शिक्षण विधियों का प्रयोग करने में रूचि रखती हैं। वे एससीईआरटी (तमिलनाडु) में पाठ्यपुस्तक निर्माण समिति (2018) की सदस्या रही हैं और उन्होंने पहली कक्षा की गणित की पाठ्यपुस्तक को तैयार करने में एक लेखिका के रूप में योगदान दिया है। उनसे gomurama@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।
अनुवाद : नलिनी रावल