ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಬಲಪಡಿಸುವುದು

ಒಂದು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ

- **ರಾಹುಲ್ ಸಿಂಗ್ ರಾಥೋಡ್**

ಏಳನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ಕಲಿಸಲು ಆರಂಭಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಮೊದಲು ನಾವು ಈ ಹಿಂದೆ ಮಾಡಿರುವ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪುನರವಲೋಕನ ಮಾಡೋಣ ಎಂದು ನಾನು ನಿರ್ಧರಿಸಿದೆ. ಸಂಖ್ಯಾ ಗುಂಪುಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ವಿವರಿಸುವಾಗ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ವಿಧಾನದ ಬಗ್ಗೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಯಿತು. ಜೊತೆಗೆ ಹಾಗೆ ಮಾಡಬೇಕಾದ ಅಗತ್ಯದ ಕುರಿತೂ ಚರ್ಚಿಸಲಾಯಿತು. ನಷ್ಟ, ಸಾಲ ಹಾಗೂ ಕೊರತೆಯ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಉಳಿಕೆಯ (ಶೇಷ) ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ಮಾಡಿಸಲಾಯಿತು.

ಕೆಲಸ ಮಾಡುವಾಗ ಎದುರಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು :

- ಸ್ವಾಭಾವಿಕ, ಪೂರ್ಣ ಹಾಗು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಏನು ತಿಳುವಳಿಕೆ ಇದೆ ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಅವರನ್ನು ಕೇಳಲಾಗಿತ್ತು. ಅವರ ಪ್ರಕಾರ, ಸಹಜವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವುದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಅಥವಾ ನೈಸರ್ಗಿಕವಾದುದು. ಅದಕ್ಕೆ 0ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಅದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸೇರಿರುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಇದರಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಲಿಲ್ಲ. ಅವರು ಸಂಖ್ಯಾ ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಸಂಭವಿಸುವ ಮತ್ತು ಮಾನವ ನಿರ್ಮಿತ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳೆರಡರ ಜೊತೆಗೆ ಜೋಡಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ವಾಸ್ತವದಲ್ಲಿ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಸ್ತಿತ್ವವು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಗಳ ಮೇಲಷ್ಟೇ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಅವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರಲಿ ಅಥವಾ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ತರಹದ್ದಾಗಿರಲಿ, ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಅಮೂರ್ತವೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 0ಯನ್ನು (ಶೂನ್ಯ/ಸೊನ್ನೆ) ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವುದು, ಅದನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಅಲ್ಲ ಎಂದು ನೋಡುವುದು ಮತ್ತು ಕೇವಲ 2ನ್ನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸುವುದೇ ಸಮಸ್ಯೆಯಾಗಿತ್ತು. ಅವರು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದೇ ಪರಿಭಾವಿಸಿದ್ದರು. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾ ಗುಂಪುಗಳ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಶ್ರೇಣಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಅವರಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ತಿಳಿಯಪಡಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿತ್ತು.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸರಳವಾದ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ತಾವು ಹಿಂದೆ ಕಲಿತ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಕ್ರಿಯೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದಿತ್ತು. ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಸಗಳಿರುವ 18-4, 18-(-4), -18-4, -18-(-4)ಗಳಂತಹ ನೇರ ಹೇಳಿಕೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸುವಾಗ ಬಹುಪಾಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎರವಲು ಪಡೆಯಬೇಕು ಎಂಬರ್ಥದಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ತಪ್ಪನ್ನೆಸಗಿದರು. ಈ ನಾಲ್ಕೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರವಲಿನ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.ಮೇಲೆ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಲಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ತಾವೇ ಕಲಿಯಲು ಬಿಡದೇ ಹೋಗಿದ್ದರ ಕಾರಣ ಅವರು ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಠಪಾಠವನ್ನಷ್ಟೇ ಮಾಡಿದ್ದರು ಮತ್ತು ತಪ್ಪಾಗಿ ಬಳಸಿದ್ದರು ಎಂದು ತೋರಿತು. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದ ನಂತರ ನನಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದ ಅಗತ್ಯ ಕಂಡುಬಂದಿತು :(-) ಮತ್ತು (-) ನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ (+) ಆಗುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದು ಎಲ್ಲರಿಗೂ ತಿಳಿದಿದೆ. ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯೊಂದಿಗೆ ಆಟವಾಡುವ ಮೂಲಕ, ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ, ವ್ಯವಕಲನ ಚಿಹ್ನೆ ಮತ್ತು ಋಣಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ನಿಕಟವಾಗಿ ಗಮನಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ರೂಪಣೆಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು (generating rules) ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವ ಅಗತ್ಯ ಇತ್ತು.

- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಲಾಭ, ನಷ್ಟಗಳ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ನೋಡುವ ಮೂಲಕ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ನೋಡುವ ಕೌಶಲವನ್ನಾಗಲೀ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನಾಗಲೀ ಬಳಸುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಇದರಿಂದ ಅವರಿಗೆ ತೊಂದರೆಯಾಗುತ್ತಿತ್ತು.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ಪಂದಿಸುವ ತರಾತುರಿಯಲ್ಲಿದ್ದರು. ಎಷ್ಟೋ ಬಾರಿ ಅವರು ಆಲೋಚಿಸಲು ಇನ್ನೊಂದಿಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದರೆ, ಸಾವಧಾನವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದರೆ, ಸಂವಾದ ನಡೆಸಿದ್ದರೆ, ಸರಿಯಾಗಿ ಮುನ್ನಡೆಯಲು ಅವರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಎಂದೆನಿಸುವ ಸಂದರ್ಭಗಳಿದ್ದವು.ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ರೂಪಿಸಿದ್ದರು. ಆದರೆ ಅವು ಅದಾಗಲೇ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ್ಪಟ್ಟ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಂತೆಯೇ ಇದ್ದವು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 9-4, -9-4, 9-(-4), -9-(-4)
- ಹಿರಿಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕಲಿಸುವ ಪ್ರಸಂಗಗಳ ಕುರಿತಂತೆ ಇನ್ನೂ ಸಾಕಷ್ಟು ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಹರಿಸಬೇಕಿದೆ. ಅವರ ಭವಿಷ್ಯದ ಕಲಿಕೆಯು ಈ ಪ್ರಸಂಗಗಳಿಂದಾಗಿ ತೊಂದರೆಗೊಳಗಾಗದಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಿದೆ. ಇದು ಸಾರಸಂಗ್ರಹ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಚುರುಕುಗೊಳಿಸುತ್ತದೆಯೋ ಅಥವಾ ಮಂದಗೊಳಿಸುತ್ತದೆಯೋ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಕೂಡಾ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು.
- ವಿನ್ಯಾಸ, ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣದಿಂದ ನಿಯಮಗಳಿಗೆ ಮುಂದುವರೆಯಬೇಕು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಒಪ್ಪುವಂತಹ ಸಂಗತಿಯೇ. ಆದರೆ ಆ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳುವುದರ ಹಿಂದಿನ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಅವರು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಆಗಾಗ ಕುಂಟಾಬಿಲ್ಲೆ ಆಟವನ್ನು ಆಡುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತಾರೆ. ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಮನೆಯನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಆಟವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಿತ್ತೇ?

ಆಟ ಕಾರ್ಯಹಾಳೆ

ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೂ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಆಟವನ್ನು ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಆಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಹಾಗಿದ್ದರೂ ಯಾರಿಗೆ ಆಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿತ್ತೋ ಅವರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 0 ದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಇದ್ದವು ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಲ್ಲವರಾಗಿದ್ದರು ಎನ್ನುವುದು ಸ್ಪಷ್ಟ. ಎರಡನೆಯದಾಗಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಏರಿಕೆ ಮತ್ತು ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮಾನುಗತಿಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲವರಾಗಿದ್ದರು ಎನ್ನುವುದು ಕೂಡ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿತ್ತು. ಆದರೆ ತಾವು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಸರಿದಾಗ ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಏನು ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಅವರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಹಾಯದ ಅಗತ್ಯವಿತ್ತು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಇನ್ನಷ್ಟು ಕೆಲಸ ಮಾಡಬೇಕಿತ್ತು.ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆಟ

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

ಆಟದ ನಿಯಮಗಳು

1. ನಾವು 0ದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು 0ದ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ನಿಂತುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.
2. ಆಟಗಾರರು ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು 0ದಿಂದ ಎಸೆಯಬೇಕು ಆದರೆ ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಬೇಕು.
3. ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಮೊದಲು -1ಕ್ಕೆ ಎಸೆದು 0ಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿರುಗಿಸಬೇಕು. ಅದನ್ನು ಬರೆದಿಡಬೇಕು. ಬಿಲ್ಲೆಯು 0ವನ್ನು ತಲುಪದೇ ಇದ್ದಲ್ಲಿ ಗುಂಪಿನ ಆಟಗಾರರು ಆಟದಿಂದ ಹೊರಬರುತ್ತಾರೆ.
4. ಆಟಗಾರರು ತಾವು ಮಾಡುವುದೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಗಣಿತೀಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿಡಬೇಕು.

5. 0ದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುವಾಗ + ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಎಡಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುವಾಗ – ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

ರಾಜು, ಕೆಳಗಿರುವ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ತುಂಬಿಸುತ್ತಲೇ ಆಟವಾಡುತ್ತಿದ್ದಾನೆ.

ಹಂತ 1 :

ರಾಜು 0 ದ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ನಿಂತಿದ್ದಾನೆ. -4 ಕ್ಕೆ ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಎಸೆಯುತ್ತಾನೆ. ಅವನ ಸದ್ಯದ ಸ್ಥಾನವು 0-4 = -4.

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಹೆಸರುಗಳು	ಸ್ಥಾನ 1 ಕಲ್ಲನ್ನು ಎಸೆದಾಗ ಇದ್ದ ಸನ್ನಿವೇಶ	ಕಲ್ಲನ್ನು ತರಲು ಮಾಡಿದ ಪ್ರಯತ್ನಗಳು	ಸ್ಥಾನ ಹೊರಗೆ ಅಥವಾ ಇನ್ನೊಂದು ಬಾರಿ
ರಾಜು	0-4=-4	-4 + 2= -2	ಹೊರಗೆ ಕಾರಣ 0ಕ್ಕೆ ವಾಪಸ್ ಬರಲಿಲ್ಲ
ರಶ್ಮಿ	0-2=-2	-2-3=-5	ಹೊರಗೆ ಕಾರಣ 0ಕ್ಕೆ ವಾಪಸ್ ಬರಲಿಲ್ಲ
ಅನ್ವರ್	0-2 =-2	-2-(-3)= 1	ಹೊರಗೆ ಕಾರಣ 0ಕ್ಕೆ ವಾಪಸ್ ಬರಲಿಲ್ಲ

ಹಂತ 2 :

ಈಗ ರಾಜು -4 ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿ, ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಕಾಲಿನಿಂದ ಹೊಡೆಯುತ್ತಾನೆ. ಅದು ಎರಡು ಸ್ಥಾನ ಮುಂದೆ ಹೋಗಿ -2ದಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಇದರ ಗಣಿತೀಯ ರೂಪವು -4 + 2 = -2 ಎಂಬುದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

ನಂತರ ರಶ್ಮಿಯು ಮುಂದೆ ಬಂದು ಆಟದಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದಳು.

ಹಂತ 1 : ರಶ್ಮಿ 0ದ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ನಿಂತಿದ್ದಾಳೆ. ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು -2ಗೆ ಎಸೆಯುತ್ತಾಳೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 0-2= -2

ಹಂತ 2 : ರಶ್ಮಿಯು ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು -2 ಕ್ಕೆ ಎಸೆದ ನಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಲ್ಲೆಯು ಈಗ ಮೂರು ಸ್ಥಾನ ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಅಥವಾ -5 ದ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ -2-3 = - 5 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

ಅನ್ವರ್‌ನ ಸರದಿ ಬಂದಾಗ ಅವನು ಆಡಿದ್ದು ಹೀಗೆ :

ಹಂತ 1 : ಅನ್ವರನು 0ದ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ನಿಂತು ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು -2ಗೆ ಎಸೆಯುತ್ತಾನೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 0-2= -2

ಹಂತ 2 : ಈಗ ಅನ್ವರನು -2ದ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ತಲುಪಿ ಅಲ್ಲಿಂದ ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಎಸೆಯುತ್ತಾನೆ. ಅದು ಮೂರು ಸ್ಥಾನ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಅಥವಾ 1ರ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಬೀಳುತ್ತದೆ. ಅದನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ -2 (-3) = 1 ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

ಅವನು ಹೀಗೆ ಬರೆದಿದ್ದಕ್ಕೆ ಕಾರಣ, ರಶ್ಮಿಗೆ -3 ರ ಸ್ಥಾನ ಸಿಕ್ಕಿದ್ದಾಗ ಅವಳು ಎಡಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದ್ದಳು. ಅದರ ವಿರುದ್ಧರೂಪವು –(-3) ಆಗಬಹುದಿತ್ತು. ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೀವು ಕೋಷ್ಟಕವೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಆಟ ಆಡಿ, ಅದರಲ್ಲಿ ಬೇರೆಯವರನ್ನು ತೊಡಗಿಸಬಹುದು.

ಆಕೃತಿ 1 : ತರಗತಿಕೊಠಡಿಯಲ್ಲಿ ಆಡಿಸಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆಟ.

ತರಗತಿಕೊಠಡಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಆಟವನ್ನು ಆಡಿಸುವಾಗ ಇಬ್ಬಿಬ್ಬರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಜೊತೆಗೂಡಿಸಲಾಯಿತು. ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನೆಸೆದು, ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾವಣೆ ಮಾಡುವ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು. ಮತ್ತೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಅಂದರೆ ಅವರ ಜೊತೆಗಾರರಿಗೆ ಅದನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ದಾಖಲಿಸುವ ಕೆಲಸವನ್ನು ವಹಿಸಲಾಗಿತ್ತು.

ಪಾಯಲ್

-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

0-4 = 4

ಪ್ರಿಯಂಕಾ

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

0+2 =2

ಅಂಜಲಿ

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

011 = 0

ಆರತಿ

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

ಆಕೃತಿ 2-3 : ತಮ್ಮ ಜೊತೆಗಾರರು ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನೆಸೆದು ಆಡಿದ ಆಟವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ ರೀತಿ.

ಉಳಿದೆಲ್ಲ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವಂತೆ ಹಾಗೂ ತಮ್ಮ ಸರದಿಗೆ ಸಿದ್ಧರಾಗಿರುವಂತೆ ಸೂಚನೆ ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬಂದ ಗೊಂದಲ ಮತ್ತು ಅವರು ಎಸಗಿದ ತಪ್ಪುಗಳಿಗೆ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳೇ ಕಾರಣ:

1. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮೊದಲು ತಾವು ಯಾವ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ನಿಂತಿದ್ದೇವೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ನಮೂದಿಸಬೇಕಿತ್ತು. (ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಮೊಟ್ಟ ಮೊದಲು 0ದ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ನಿಂತು ನಂತರ ಎರಡನೆಯ ಬಾರಿಗೆ ಬೇರೆ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ನಿಂತು ಆಟವನ್ನು ಆರಂಭಿಸುವ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಅವರಿಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿತ್ತು.)
2. ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಚಲಾಯಿಸಬೇಕೋ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿಯೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು ಅಗತ್ಯ. (ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮಕ್ಕೆ + ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮಕ್ಕೆ – ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ.)
3. ತಾವು ಎಷ್ಟು ಮನೆ ಚಲಿಸುತ್ತೇವೆ? ಅವುಗಳ ನಿಚ್ಚಳ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಅವರು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಿತ್ತು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ, ಅವರು ಯಾವುದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದರೂ ಮನೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.
4. ಅಂತಿಮವಾಗಿ, ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ತಮ್ಮ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಹೇಳುವುದು ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ವಾಸ್ತವದಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಂದಲೇ ರೂಪುಗೊಂಡಿದ್ದು ಈ ನಾಲ್ಕು ಹಂತಗಳು. ಆರಂಭದಲ್ಲಿ, ಅವರು ತಾವು ಬಿಡಿಸುತ್ತಿದ್ದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದರೆ, ಅವರಿಗೆ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲು ಅವಕಾಶವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಹಾಗಾಗಿ, ಸುಮಾರು 45 ನಿಮಿಷಗಳ ಅಭ್ಯಾಸದ ನಂತರ, ಆಟದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿರುವುದನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು, ಬೋರ್ಡಿನ ಮೇಲೆ ಬರೆದ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ, ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನದ ಹಲವಾರು ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಸಲಾಯಿತು.

ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ ಹಾಗೆ, ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವ -3+5ನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡುವುದರ ಬದಲಾಗಿ ಅದರ ಮೇಲಿರುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ಕಳೆಯುವುದರ ಮೇಲೆ ಗಮನ ಹರಿಸಿದರು. ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವರು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ನೋಡುತ್ತಿದ್ದರು. ಬದಲಿಗೆ ಅವರು -3 ಮತ್ತು 5 ಎರಡೂ ಒಂದೇ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಬರುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದರ ಮೇಲೆ ಗಮನವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಬೇಕಿತ್ತು. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಹಾಕಿದೆ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇವಲ 0 ಮಾತ್ರ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವ ಹಾಗೆ ಮಾಡಿದೆ.

ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಬಹುಪಾಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವಿತ್ತು. ಅದಾದ ನಂತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೇಲಿನ ಕಾರ್ಯಹಾಳೆಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ವಿವರಿಸಲಾಯಿತು ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಅವರು ಸ್ವತಃ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಂತೆ ಹೇಳಲಾಯಿತು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ಕಾರ್ಯವೊಂದರ ಉದಾಹರಣೆ ಹೀಗಿದೆ :

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ಹೋಲಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವಿತ್ತು, ಆದರೆ ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಅವರು ಗೊಂದಲಕ್ಕೀಡಾದರು ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಕಾರ್ಯಹಾಳೆಯು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲೆ ಗಮನವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುತ್ತಿದ್ದರು ಎನ್ನುವುದು ನನಗೆ ಮನದಟ್ಟಾಯಿತು. ಹಾಗಾಗಿ ಅವರ ಗಮನವನ್ನು ಮತ್ತೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯತ್ತ ಸೆಳೆಯಲಾಯಿತು. ತನ್ನ ಮೂಲಸ್ಥಾನದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಹೋದಂತೆಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೌಲ್ಯವು ಹೇಗೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಎಡಕ್ಕೆ ಹೋದಂತೆಲ್ಲ ಹೇಗೆ ಅದರ ಮೌಲ್ಯವು ಇಳಿಯುತ್ತ ಹೋಗುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿಕೊಡಲು ಹೆಚ್ಚು ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಸಲಾಯಿತು.

ಆಕೃತಿ 4. ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಹೋಲಿಕೆಯ (ತುಲನೆಯ) ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಬಿಡಿಸಲು ಅವರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು. ಆದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅವರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ.

ಇದಾದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ತಾವೇ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಂಡರು ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರು. ತಮ್ಮತಮ್ಮಲ್ಲೇ ಬಹಳಷ್ಟು ಚರ್ಚಿಸಿದರು. ಬೋರ್ಡಿನ ಸುತ್ತ ಗುಂಪುಗೂಡಿದರು. ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ, ಯಾವುದು ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರು. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬಂದರು.

ಪ್ರತೀ ಬಾರಿ ಇಂತಹ ಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾದಾಗಲೂ ತಾವು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ರಚಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಇಬ್ಬರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಚರ್ಚಿಸತೊಡಗಿದರು. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ಬಳಸದೇ ಮಾಡಬಹುದಾದ ಒಂದಿಷ್ಟು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚುವರಿಯಾಗಿ ನೀಡುವಂತೆ ಕೇಳಿಕೊಂಡರು. ಅದನ್ನು ಎಲ್ಲರೂ ಒಪ್ಪಿದರು.

ಆಕೃತಿ 5. ಬೋರ್ಡಿನ ಮೇಲೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ.

ಆಕೃತಿ 6. ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ಬಳಸದೇ ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರು.

ಅದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿದ್ದ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಸಹ ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರು. ಅವುಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ ಸಫಲರಾದರು. ಇದರ ಜೊತೆಗೆ ಅವರು ಮಾಯಾ ಚೌಕದ (magic square) ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಕೂಡ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರು.

ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತಿದ್ದ ಮಕ್ಕಳು ಒಂದಿಷ್ಟು ಸಂಭಾಷಣೆ ನಡೆಸಿದ್ದರು. ತಾವು ನಿಯಮಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಹತ್ತಿರ ಬರುತ್ತಿದ್ದೇವೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದರು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

- ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು (ಸಂಕಲಿಸಬೇಕು). ಇದು ದಿಕ್ಕನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ, ಅವು ಬಲಕ್ಕೆ ಹೋದಂತೆ ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತ ಹೋಗುತ್ತವೆ ಅಥವಾ ಎಡಕ್ಕೆ ಹೋದಂತೆ ಚಿಕ್ಕದಾಗುತ್ತ ಹೋಗುತ್ತವೆ.
- -43-(-46) ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಗೊಂದಲವಾಯಿತು. ಅಲ್ಲಿ ಎರಡು ಚಿಹ್ನೆಗಳಿದ್ದವು. ‘ಒಂದು - (ವ್ಯವಕಲನ ಚಿಹ್ನೆ) ಎಂದರೆ ಹಿಮ್ಮುಖವಾಗಿ ಚಲಿಸುವುದು,’ ಮತ್ತೊಂದು – (ವ್ಯವಕಲನ ಚಿಹ್ನೆ) ಎಂದರೆ ‘ಹಿಂಚಲನೆ.’ ಆದ್ದರಿಂದ ಹಿಮ್ಮುಖದ ಹಿಂಚಲನೆಯ ಅರ್ಥ ಮುನ್ನಡೆ ಎಂಬುದರ ಪರಿಗಣನೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಮುಂದೆ ಚಲಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂದು ಒಂದು ಮಗು ಉತ್ತರಿಸಿತು.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ಇದಾದ ನಂತರ ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನೆಗೆತವನ್ನು (ಜಿಗಿತ) ಒಳಗೊಂಡಿರುವ (jumping numbers) ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡೆವು.

ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಕಲಿಸುವಾಗ, ನಾನು ಕೆಳಗಿನ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಂಡೆ.

4 x 3

ಆಕೃತಿ 7. ಇಲ್ಲಿ, ಮೂರು ಮೂರು ಮನೆಯಂತೆ ಧನಾತ್ಮಕ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಬಾರಿ ಜಿಗಿಯಬೇಕು ಎನ್ನುವುದು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಇದೆ.

4 x -3

ಆಕೃತಿ 8. ಇಲ್ಲಿ ಋಣಾತ್ಮಕ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಬಾರಿ ಜಿಗಿಯಬೇಕು.

-4 x 3

ಆಕೃತಿ 9. ಇಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಮನೆಗಳನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿ ಋಣಾತ್ಮಕ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಜಿಗಿಯಬೇಕು.

-4 x-3

ಆಕೃತಿ 10. ಇಲ್ಲಿ ಮೂರು ಮೂರು ಮನೆಗಳಂತೆ ನಾಲ್ಕು ಬಾರಿ ಜಿಗಿಯಬೇಕು. ಪ್ರತಿ ಜಿಗಿತವೂ ಋಣಾತ್ಮಕ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕು ಎಂದು ನಾನು ವಿವರಿಸಿದೆ. ಆದರೆ 4ರ ಎದುರಿಗೆ ಋಣಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆ ಇದೆ. ಅಂದರೆ ಏನನ್ನು ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆಯೋ ಅದರ ವಿರುದ್ಧವಾದುದು ಎಂದರ್ಥ. ಋಣಾತ್ಮಕ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಜಿಗಿಯುವ ಬದಲಿಗೆ ನಾವು ಧನಾತ್ಮಕ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಜಿಗಿಯಬೇಕು. ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ -4 x -3 = 12 ಎನ್ನುವುದು ಉತ್ತರವಾಗುತ್ತದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನೆಗೆತ (ಜಿಗಿತ)

ಜಿಗಿತದಂತೆಯೇ ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಸಂಕಲನದ ವಿಷಯವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಅದಾಗಲೇ ಕರಗತ ಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದರು ಎನ್ನುವುದು ನಾವು ಈ ಕುರಿತು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುತ್ತಿರುವಾಗ ನನಗೆ ತಿಳಿದುಬಂದಿತು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ಇನ್ನಷ್ಟು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನೆರವಾಗುವ ಹಾಗೆ ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಸಂಕಲನದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನಾವು ಬಳಸಬಹುದಿತ್ತೇ?

ಹಾಗೆ ಮಾಡಲು ನಾನು ದಾಳಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಒಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಯೋಜಿಸಿದೆ. ನಾನದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದೇನೆ. ದಾಳವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು-ಇವೆರಡರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಚೆನ್ನಾಗಿ ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ? ಎನ್ನುವುದರ ಬಗ್ಗೆ ಇತರ ಬೋಧಕರ ಅಭಿಪ್ರಾಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು ಬಹುಮುಖ್ಯ.

ಗುಣಕವು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿದ್ದಾಗ, ಅದನ್ನು ‘ಅಷ್ಟೊಂದು ಬಾರಿ ಹೇಳುವುದು’ ಸಾಧ್ಯವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ ನಾವು ನಮ್ಮ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತೇವೆ :

ಗುಣಕವು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿದ್ದಾಗ, ಗುಣಕಕ್ಕೆ ಸಮನಾದಷ್ಟು ಎಣಿಕೆಯ ಬಿಲ್ಲೆಗಳನ್ನು ಗುಣಕದ ಮೌಲ್ಯದಿಂದ, ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಹೇಳಲಾಗಿದೆಯೋ ಅಷ್ಟು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಅದರ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ಬಂದಷ್ಟು ಬಿಲ್ಲೆಗಳನ್ನು ನಂತರ ಮಗುಚಿಡಬೇಕು. ಏಕೆಂದರೆ ಗುಣಕಕ್ಕೆ ಋಣಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆಯಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 4 (-3) = -12

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದೊಮ್ಮೆ 4 (ಧನಾತ್ಮಕ) ಹಸಿರು ದಾಳಗಳನ್ನು 3 ಬಾರಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಮತ್ತು 3 ಋಣಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಎಲ್ಲಾ ದಾಳಗಳನ್ನು ಮಗುಚಿಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅವೆಲ್ಲವೂ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ್ದಾಗುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮವು -12 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಅದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ, -4 x (-3) = 12 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದು

ತರಗತಿಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಲಿಸುವಾಗ, ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ಮುನ್ನಡೆಯುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅವರ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಜ್ಞಾನವು ಕೂಡ ಉತ್ತಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹಿರಿಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಉಲ್ಲೇಖಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು. ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಅಚ್ಚೊತ್ತಲಾದ ಅರ್ಥಗಳು, ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿದ ಪ್ರಸಂಗ- ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಅವರ ಭವಿಷ್ಯದ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅಡ್ಡಿಯನ್ನುಂಟುಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಇಂತಹ ಆಲೋಚನೆ ಅಗತ್ಯ. ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವು ಹೊರಹೊಮ್ಮಿಸುವ ಅರ್ಥ ಅಥವಾ ಅರಿವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಾರ ಸಂಗ್ರಹದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ತೀವ್ರಗೊಳಿಸುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ನಿಧಾನವಾಗಿಸುತ್ತದೆಯೇ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಕೂಡ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಮೊಟ್ಟ ಮೊದಲು ಪರಿಚಯಿಸಿದಾಗ, ಅವರು 0 ವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ನೋಡುತ್ತಿದ್ದರು. ಎಲ್ಲಾ ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ನಂತರದಲ್ಲಿ ನಾನು ಬೇರೆ ಪ್ರಸಂಗ, ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಅವರಿಗೆ ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದೆ. ಅದನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟ ಪಡಿಸಲು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿದೆ. ಮಕ್ಕಳು ಅರಿವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ನೆರವಾಗುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಆರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಇಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.ಮಾದರಿ, ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣದಿಂದ ನಿಯಮಗಳಿಗೆ ಮುಂದುವರೆಯಬೇಕು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಾವೇ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಶೋಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಹಿಂದಿರುವ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಮಕ್ಕಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತಿದ್ದಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿಯೂ ಇಡಬೇಕಾದ ಹೆಜ್ಜೆಯ ಮಾದರಿ ಅಥವಾ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ತಾವೇ ಗ್ರಹಿಸಿದರು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಎಲ್ಲಾ

ಋಣಾತ್ಮಕ ಹಾಗೂ ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಸಂಕಲಿಸಿ, ನಂತರ ಅವೆರಡನ್ನೂ ವ್ಯವಕಲಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಹೇಳಿದ. ಅದೇ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಅವಲೋಕಿಸಿ, 'ಮತ್ತೆ ಅದು ಧನಾತ್ಮಕ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿಯೇ ಹೋಗುವುದು' ಎಂದು ಹೇಳಿದ. ಅಂದರೆ, ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಿಂದ ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಬರುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮದೇ ತೀರ್ಮಾನಗಳಿಗೆ ಬರಲಾರಂಭಿಸಿದರುರಾಹುಲ್ ಸಿಂಗ್ ರಾಥೋಡ್ ಅವರು ರಾಜಸ್ಥಾನದ ಸಿರೋಹಿಯಲ್ಲಿರುವ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇದಕ್ಕೂ ಮೊದಲು ಅವರು ಹಲವೆಡೆ ಸರ್ಕಾರಿ ಹಾಗೂ ಖಾಸಗಿ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿದ್ದರು. ಅವರಿಗೆ ಒಟ್ಟಾರೆ ಹದಿನೈದು ವರ್ಷಗಳಷ್ಟು ಬೋಧನಾ ಅನುಭವವಿದೆ. ಅವರು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಎಮ್‌ಎಸ್‌ಸಿ (M.Sc), ಬಿ.ಎಡ್ (B.Ed) ಮತ್ತು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಅಪ್ಲಿಕೇಷನ್ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಡಿಪ್ಲೊಮಾ (PGDCA) ಪದವಿಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿರುತ್ತಾರೆ. ಅವರನ್ನು rahul.rathore@azimpremjifoundation.org ಮೂಲಕ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.

ಅನುವಾದ : ಸಹನಾ ಹೆಗಡೆ

ಪರಿಶೀಲನೆ : ಚಂದ್ರಶೇಖರ್ ಮಂಡೆಕೋಲು