At Right Angles
A Resource for School Mathematics

गुणन में महारत

पद्मप्रिया शिराली

Azim Premji University
A publication of Azim Premji University

गुणन में महारत

हम कब यह कह सकते हैं कि किसी विद्यार्थी ने किसी अमुक अवधारणा में अच्छी-ख़ासी महारत हासिल कर ली है? यह ज़रूरी नहीं है कि किसी याद की हुई प्रक्रिया या अभ्यास की गई कलन विधि को दोहराना प्रवीण होने का संकेत हो। हमें ऐसी स्थितियों और सन्दर्भों में किसी अवधारणा को लागू करने की क्षमता को पहचानना होता है जहाँ वह अवधारणा अप्रत्यक्ष रूप से अन्तर्निहित हो।

यहाँ कुछ ऐसी स्थितियाँ और प्रश्न दिए गए हैं (जो किसी क्रम में नहीं हैं) जिन्हें विद्यार्थियों के सामने रखकर उनकी गुणन की प्रक्रिया का उपयोग करने की समझ को आँका जा सकता है। इनमें से कुछ में विशुद्ध तर्क शामिल है, जबकि अन्य में पैटर्न पहचानना, सम्बन्धों को समझना, गुणन करने के लघु तरीक़े, गिनना आदि शामिल हैं।

वे प्रश्न जिनमें तर्क शामिल होता है, उनमें अवधारणा की एक गहरी समझ की ज़रूरत होती है, ताकि उनमें शामिल अमूर्त संख्याओं और संक्रियाओं के साथ लचीले ढंग से काम किया जा सके। ये प्रश्न सन्दर्भ पर निर्भर होते हैं और इन्हें सूत्रों में नहीं बदला जा सकता।

वे प्रश्न जिनमें गुणन की प्रक्रिया के द्वारा निर्मित पैटर्न और सम्बन्धों की पड़ताल करनी होती है, वे गुणन करने के लघु तरीक़ों को विकसित करने में मदद करते हैं। वे विभिन्न मानसिक रणनीतियाँ विकसित करने में मदद करते हैं। गुणन के लघु तरीक़ों को ऐसी मानसिक गणना में इस्तेमाल किया जाता है जो रोज़मर्रा के जीवन का हिस्सा होती हैं।

ऐसे प्रश्न जिनमें गिनना शामिल हो और उन्हें या तो वास्तविक प्रतिरूपों (मॉडल) या फिर चित्रों के माध्यम से प्रस्तुत किया जा सकता है। इन प्रतिरूपों को देखने की कोई मानक विधियाँ नहीं हैं और ये प्रत्येक विद्यार्थी की कल्पना की क्षमता को सामने लाते हैं।

इस बात को दिमाग़ में रखना ज़रूरी है कि इन गतिविधियों का उद्देश्य प्रश्नों को हल करना नहीं बल्कि अलग-अलग रणनीतियों को खोजने की जिज्ञासा और इच्छा को विकसित करना है।

विद्यार्थी प्रश्न की स्थिति को समझने में मदद हासिल करने के लिए वस्तुओं और चित्रों का उपयोग कर सकते हैं।

हमारा सुझाव है कि शुरुआत में ये सारे प्रश्न विद्यार्थियों द्वारा स्वतंत्र रूप से काम करते हुए हल किए जाएँ। इसके बाद विद्यार्थियों के बीच इन प्रश्नों को हल करने के लिए इस्तेमाल किए गए विभिन्न तरीक़ों पर चर्चाएँ हो सकती हैं। इससे उनका उन विभिन्न तरीक़ों से परिचय होता है जिनसे किसी प्रश्न को देखा जा सकता है और उसे हल करने की तरफ़ बढ़ा जा सकता है। विद्यार्थियों को दूसरों द्वारा आज़माई गई रणनीतियाँ भी अपनाकर देखने दें।

इस प्रक्रिया में शिक्षक के लिए एक महत्त्वपूर्ण सीख है कि वे गणनाओं के प्रकारों के साथ विद्यार्थियों की सहजता के स्तर से अवगत हों। इससे शिक्षकों को विद्यार्थियों के सोचने के तरीक़ों और तर्क से अवगत होने का मौक़ा भी मिलता है।

ज़रूरी बात : ये सभी गतिविधियाँ यह मानकर बनाई गई हैं कि विद्यार्थियों ने गुणज, गुणनखण्ड और अभाज्य गुणनखण्डन का बुनियादी ज्ञान हासिल कर लिया है। इसलिए इनका उपयोग पाँचवीं और छठवीं कक्षा के स्तर पर किया जा सकता है।

की-वर्ड : *गुणन, पैटर्न की पहचान, रणनीति बनाना, अवधारणात्मक समझ*

प्रश्न-1

उद्देश्य : तार्किक विवेचन

सामग्री : फ्लैश कार्ड

अगर $6 \times 10 = 60$ होता है, तो 12×5 कितना होगा?

$6 \times 10 = 60$
$12 \times 5 = ?$

हो सकता है विद्यार्थी 12×5 के गणितीय तथ्य जानते हों और देख सकें कि उत्तर समान होगा।

क्या वे इन दो जोड़ों, यानी 6×10 और 12×5, के बीच के सम्बन्ध को देख पाते हैं?

क्या वे इस बात को समझा पाते हैं कि गुणनफल एक जैसा कैसे आता है?

एक गुणनखण्ड को आधा करने और दूसरे को दोगुना करने से क्या प्रभाव पड़ता है?

जाँच करने के लिए उनसे और ऐसे जोड़े बनाने के लिए कहा सकता है।

क्या विद्यार्थी गुणनखण्डों का एक और ऐसा जोड़ा बना सकते हैं जो 6×10 से मेल खाता हो?

30×2 ऐसा ही एक जोड़ा है। यह 6×10 से किस प्रकार मेल खाता है?

क्या विद्यार्थी इस बात को देख पाते हैं कि 2, 10 का *पाँचवाँ* हिस्सा है और 30, 6 का *पाँच गुना* है?

अच्छा है यदि विद्यार्थी इस बात पर ध्यान देते हैं कि ये स्थितियाँ संरचनात्मक रूप से समान हैं। पहले उदाहरण में, गुणनखण्ड दोगुने और आधे हो गए। दूसरे उदाहरण में एक गुणनखण्ड 5 गुना हो गया जबकि दूसरा पाँचवाँ हिस्सा रह गया।

$100 \times 9 = 900$
$25 \times 36 = ?$

अगर $100 \times 9 = 900$, तो 25×36 क्या होगा?

ये दो जोड़े किस प्रकार सम्बन्धित हैं?

क्या विद्यार्थी गुणनखण्डों के ऐसे अन्य जोड़े बना सकते हैं जो 25×36 से मेल खाते हों?
इन प्रश्नों को हल करने के लिए विद्यार्थी क्या रणनीतियाँ इस्तेमाल करते हैं?

क्या विद्यार्थी इस सिद्धान्त को दर्शाने के लिए और उदाहरण रच सकते हैं?

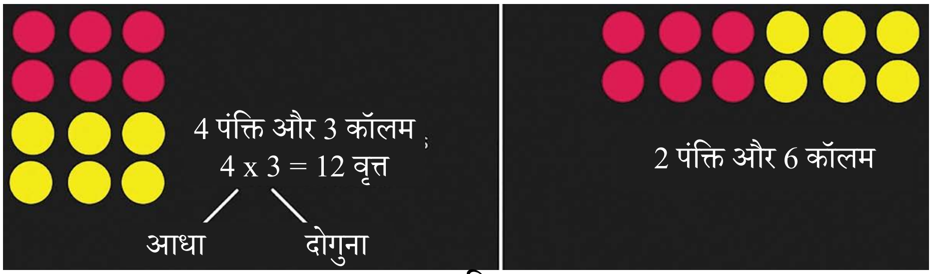
इस प्रश्न में और आगे आने वाले प्रश्नों में हम गुणनखण्डों, गुणजों और अभाज्य गुणनखण्डन के बीच की कड़ी को देख सकते हैं।

प्रश्न-2

उद्देश्य : गुणन की दोगुना करने और आधा करने की रणनीति को जानने के लिए क्रम-विन्यासों के माध्यम से पड़ताल करना।

सामग्री : खूँटी बोर्ड या बिन्दु शीट

यहाँ एक दृश्य दिया गया है कि किस प्रकार 4 पंक्तियों और 3 स्तम्भों को पुनर्व्यवस्थित करके 2 पंक्ति व 6 स्तम्भ बना दिए जाते हैं।



चित्र-1

फिर विद्यार्थियों से 8 × 6 कैसा दिखता है इसे दर्शाने के लिए एक क्रम विन्यास बनाने के लिए कहा जा सकता है।

उन्हें खूँटियों को अन्य सम्भव आयताकार क्रम विन्यासों में पुनर्व्यवस्थित करने को कहें। अन्य जोड़े किस प्रकार मूल जोड़े, यानी 8 × 6 से मेल खाते हैं?

2 × 24 (2, 8 का एक-चौथाई है और 24, 6 का चार गुना है)

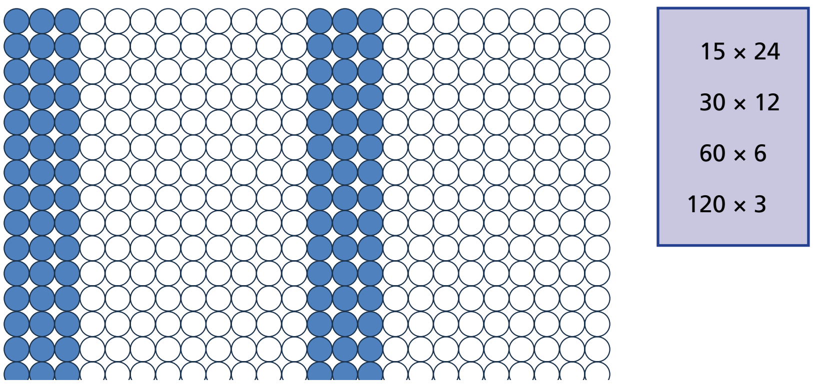
3 × 16 (3, 6 का आधा है और 16, 8 का दोगुना)

4 × 12 (4, 8 का आधा है और 12, 6 का दोगुना)

विद्यार्थी क्या देखते हैं और क्या निष्कर्ष निकालते हैं?

3 × 16 और 4 × 12, दोनों ही विन्यासों में, एक गुणनखण्ड को आधा करके और दूसरे को दोगुना करके विन्यास को पुनर्व्यवस्थित किया गया है।

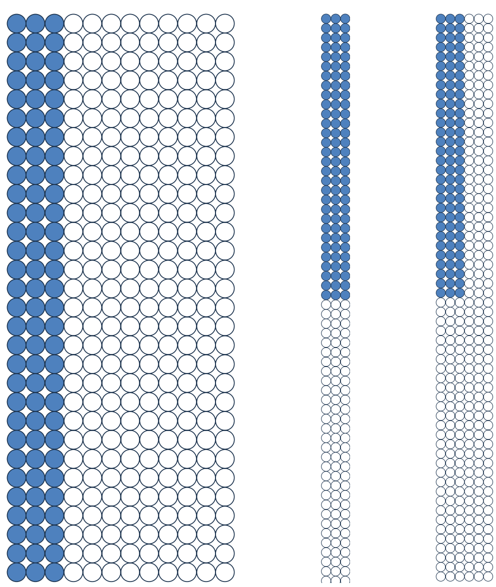
आधा करने और दोगुना करने की रणनीति में एक गुणनखण्ड को आधा करना और दूसरे को दोगुना करना शामिल होता है। उदाहरण के लिए, 15 × 24 के लिए हम 15 को दोगुना करके 30 कर सकते हैं और 24 को आधा करके 12।



चित्र-2

यह प्रक्रिया गुणन के आसान हो जाने तक जारी रह सकती है। 30 को दोगुना करके 60 किया जा सकता है और 12 को आधा करके 6।

60 × 6 करना आसान है, यानी 360।



चित्र-3

चर्चा करें कि किस प्रकार यह प्रक्रिया गुणन में सहायक होती है। विद्यार्थियों को कुछ और प्रश्नों में इस विधि का उपयोग करने को कहें ताकि वे इसकी प्रभावकारिता को देख सकें।

किन प्रश्नों के लिए दोगुना करने और आधा करने का तरीक़ा अच्छे ढंग से काम करता है?

उन्हें ऐसे ही और विन्यासों के साथ प्रयोग करने को कहें जैसे कि 6 पंक्तियाँ, 7 स्तम्भ आदि। (जहाँ पंक्तियों की संख्या सम हो और स्तम्भों की विषम।)

क्या यह 11×13 के लिए ठीक काम करेगा? यह इस प्रश्न के लिए सही काम क्यों नहीं करेगा?

क्या यह तब काम करेगा जब दो में से एक संख्या सम हो?

विद्यार्थियों को कुछ प्रश्न तैयार करने को कहें जहाँ ऐसी विधि प्रश्न को हल करना आसान कर देती है।

यह एक और प्रश्न है जहाँ 5 के द्वारा गुणनखण्डन प्रश्न को सरल कर देता है।

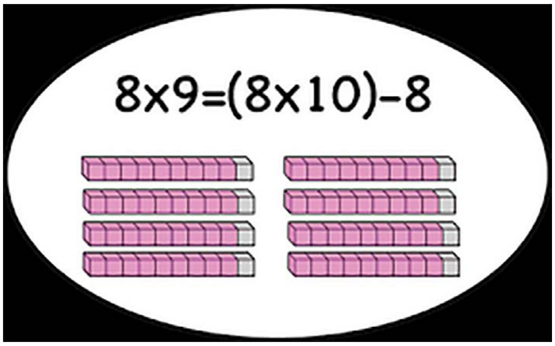
जैसे $375 \times 28 = 75 \times 140 = 15 \times 700$ आदि।

प्रश्न-3

उद्देश्य : साहचर्य, वितरणात्मकता आदि की अवधारणा, नियमों की समझ को लागू करना।

प्रश्न-3.1

यहाँ 8×9 का एक दृश्यात्मक निरूपण दिया गया है।



चित्र-4

विद्यार्थी किस प्रकार इस विधि में फेरबदल करके 18×9 या 98×9 की गणना कर सकते हैं?

प्रश्न-3.2

क्या विद्यार्थी वितरणात्मक नियम की अपनी समझ का इस्तेमाल करते हुए जल्दी से गणना कर पाते हैं? 53, 50 से 3 ज़्यादा है। उन्हें दिए गए गुणनफल में 9×3, यानी 27 जोड़ना है।

$9 \times 53 = 9 \times 50 + 9 \times 3$

विद्यार्थी की रणनीति का चुनाव संख्या तथ्यों के साथ उनके कौशल पर निर्भर करता है। रणनीतियों में बदलाव होना निश्चित है।

प्रश्न-3.3

$7 \times 8 = (5 + 2) \times 8,$

$6 \times 7 = (5 + 1) \times 7,$

$9 \times 7 = (10 - 1) \times 7,$

$8 \times 6 = (10 - 2) \times 6$

प्रश्न-3.4

साहचर्य के गुणधर्म का उपयोग

$8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12$

इस प्रश्न को हल करने के लिए विद्यार्थी कौन-सी रणनीतियाँ अपनाएँगे?

क्या वे इन संख्याओं को $8 \times 12 \times 9 \times 11 \times 10$ के रूप में पुनर्व्यवस्थित करेंगे?

$8 \times 12 = 96$ और $9 \times 11 = 99$

अब यह सवाल $96 \times 99 \times 10$ बन गया है

99 से गुणा करने को $(100 - 1)$ से गुणा करने के रूप में देखा जा सकता है।

$(96 \times 100 - 96 \times 1) \times 10$

$(9600 - 96) \times 10$

$9504 \times 10 = 95040$

प्रश्न-3.5

यहाँ साहचर्य गुणधर्म का इस्तेमाल किया जा रहा है।

$11 \times 12 = 132$
$66 \times 12 = ?$

प्रश्न-3.6

$600 \times 15 = 9000$
$600 \times 45 = ?$

प्रश्न-3.7

विद्यार्थी इन दो प्रश्नों को हल करने के लिए क्या सोचेंगे? इस्तेमाल की गई रणनीतियों की चर्चा करें।

128×8 क्या होगा?

26×17 क्या होगा?

इन दो प्रश्नों के लिए रणनीतियाँ भिन्न हो सकती हैं।

128×8 जैसे प्रश्न को अलग-अलग ढंग से हल करने का प्रयास किया जा सकता है।

$128 \times 8 = 256 \times 4 = 512 \times 2 = 1024 \times 1$

या

$128 \times 8 = 128 \times (10 - 2) = 1280 - 256 = 1024$

विद्यार्थियों से कहें कि वे इसी तरह के और प्रश्न बनाएँ और उन्हें एक-दूसरे के सामने रखें। उन्हें अपने उत्तरों को एक-दूसरे को समझाने के लिए प्रोत्साहित करें।

प्रश्न-4

उद्देश्य : किसी प्रश्न को तार्किक ढंग से हल करना।

ऐसे प्रश्न सामने रखना जिन्हें हल करने के लिए विवेचन की ज़रूरत हो।

प्रश्न-4.1

दो पास-पास रखे डिब्बे दो अंकों वाली एक संख्या को निरूपित करेंगे। क्या विद्यार्थियों ने स्थानीय मान की अपनी समझ का इस्तेमाल किया है? क्या उन्हें इस सवाल के एक से अधिक उत्तर मिलते हैं?

अंक 3, 4 और 5 को इस तरह रखें कि गुणनफल अधिक-से-अधिक हो सके।

$\square\square \times \square =$

प्रश्न-4.2

किस तरह से ये सवाल एक-दूसरे के समान हैं और किस तरह से एक-दूसरे से अलग?

मज़ेदार सवाल : एक अंक वाली दस संख्याओं का गुणनफल क्या होगा?

अगर $4 \times 6 = 24$ है तो $4 \times 600 = ?$ कितना होगा

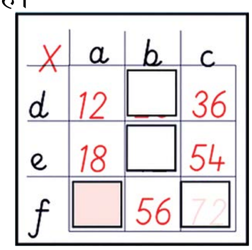
$400 \times 6 = ?$

$40 \times 60 = ?$

$4000 \times 0.6 = ?$

प्रश्न-4.3

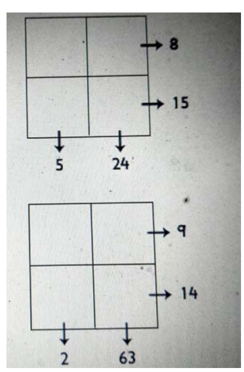
यहाँ गुणनफल का एक और प्रश्न दिया जा रहा है जिसमें अक्षरों a, b, c, ... को संख्याओं से बदलने में तर्क का उपयोग करना है। प्रत्येक अक्षर एक-एक अंक वाली संख्या को निरूपित करता है।



चित्र-5

क्या इस प्रश्न का एक ही हल है या एक से ज़्यादा हल हैं?

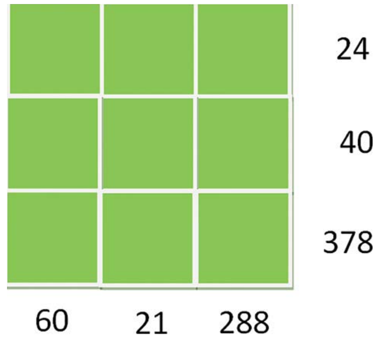
प्रश्न-4.4



चित्र-6

एक बढ़िया सवाल जहाँ गुणनफल दिए हुए हैं और खानों को सही संख्याओं से भरना है ताकि सही गुणनफल आ सकें (जो दाईं तरफ़ और नीचे दिए गए हैं)।

प्रश्न-4.5



चित्र-7

इस लिंक पर NRICH का एक और बढ़िया सवाल पढ़ सकते हैं। (https://nrich.maths.org/11750)

मुझे यह बात अच्छी लगती है कि इसका उत्तर तर्क के आधार पर निकाला जा सकता है और इसमें बार-बार ग़लती कर उत्तर तक पहुँचने जैसी सम्भावना न के बराबर है। यह गुणनखण्डों और गुणजों के गुणधर्मों की समझ को सुदृढ़ बनाने का अच्छा तरीक़ा है।

दिए गए गुणनफलों को हासिल करने के लिए खानों में 1 से 9 तक की सभी संख्याओं का इस्तेमाल करें।

प्रश्न-5

उद्देश्य : नए सम्बन्धों को खोजना।

विद्यार्थियों से संख्याओं की एक शृंखला के भीतर गुणात्मक सम्बन्धों में पैटर्नों की खोज करने को कहें।

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

8×10 का 9×9 से क्या सम्बन्ध है? (ध्यान दें कि 8 और 10 का 9 से 1 अंक का फ़ासला है।)

$8 \times 10 = 80$ जो कि 81 से 1 कम है।

7×11 का 9×9 से क्या सम्बन्ध है? (ध्यान दें कि 7 और 11 का 9 से 2 अंकों का फ़ासला है।)

$7 \times 11 = 77$ जो कि 81 से 4 कम है।

6×12 का 9×9 से क्या सम्बन्ध है? (ध्यान दें कि 6 और 12 का 9 से 3 अंकों का फ़ासला है।)

$6 \times 12 = 72$ जो कि 81 से 9 कम है।

इस सम्बन्ध की खोज को बाद में $a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$ के साथ जोड़ा जा सकता है।

क्या विद्यार्थी अनुमान लगा सकते हैं कि 5×13, 81 से किस प्रकार सम्बन्धित है?

वे कौन-से दूसरे अवलोकन कर सकते हैं?

हम देखते हैं कि ऐसी संख्याओं के जोड़े जो एक-दूसरे के ज़्यादा नज़दीक होती हैं, उनका गुणनफल अधिक होता है।

अब क्या विद्यार्थी इस तथ्य का उपयोग करके कि $45 \times 45 = 2025$ होता है, यह पता लगा सकते हैं कि 41×49 कितना होता है?

$45 \times 45 = 2025$

$41 \times 49 = ?$

क्या वे समझा सकते हैं कि यह कैसे किया जा सकता है और गुणनफल का पता लगा सकते हैं?

हम और प्रश्न सामने रखकर इस खोज में इज़ाफ़ा कर सकते हैं।

197 x 197 क्या होगा?

क्या विद्यार्थी इस स्थिति में सन्निकटन का उपयोग कर सकते हैं? 200, 197 से 3 अधिक है। विद्यार्थी इस सवाल को 200 × 194 में बदल सकते हैं (दोनों तरफ़ 3 कम-ज़्यादा करके) जिसका उत्तर होगा 38,800। अब वे 3 × 3 = 9 को इस संख्या में जोड़कर उत्तर प्राप्त कर सकते हैं जो होगा 38,809।

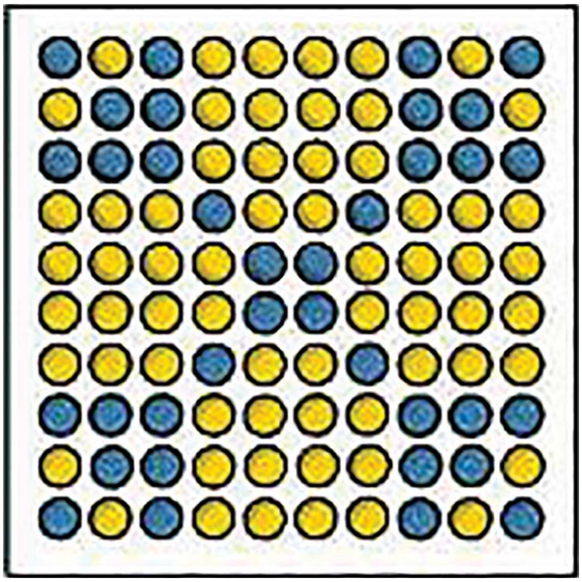
विद्यार्थियों को अन्य नतीजों के साथ काम करते हुए एक-दूसरे के समक्ष प्रश्न रखने को कहें।

प्रश्न-6

उद्देश्य : सन्दर्भों में गुणन

प्रश्न-6.1

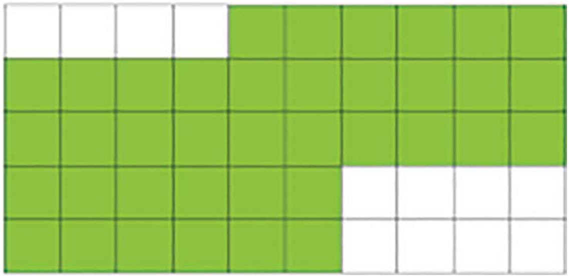
कितने पीले गोले हैं?



चित्र-8

प्रश्न-6.2

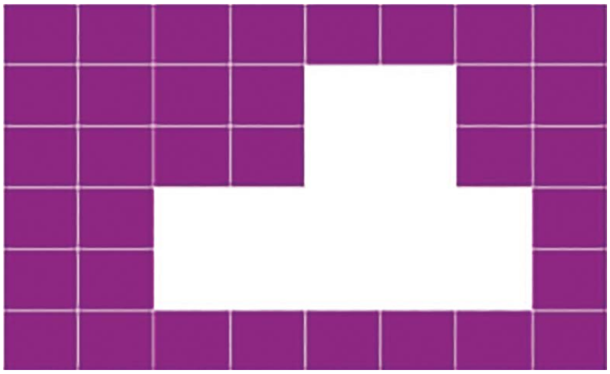
कितने हरे वर्ग हैं?



चित्र-9

प्रश्न-6.3

कितने बैंगनी आयत हैं?

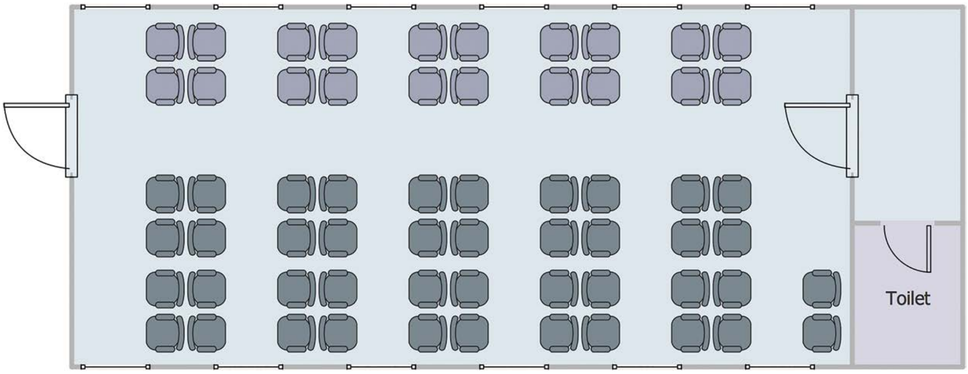


चित्र-10

क्षेत्रफल के प्रश्नों के साथ इन प्रश्नों के रिश्ते पर ध्यान दें।

प्रश्न-6.4

इस ट्रेन में कितनी सीटें हैं?



चित्र-11

प्रश्न-6.5

इस फ्लाइट में कितनी सीटें हैं?

चित्र-12

प्रश्न-7 : पैगबोर्ड विन्यास

उद्देश्य : पैटर्नों में गुणन की अवधारणा का इस्तेमाल

यहाँ पैगबोर्ड (खूँटियों का बोर्ड) के कुछ विन्यास दिए गए हैं जिन्हें बच्चे बना सकते हैं और गिनने के लिए उनका उपयोग कर सकते हैं।

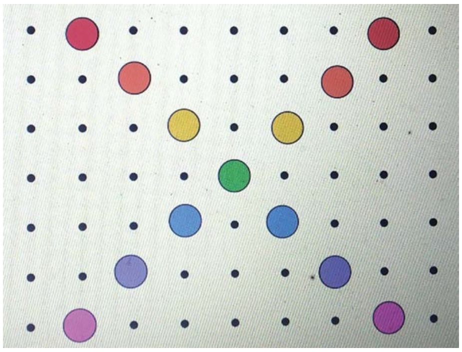
हर समूह में कितनी खूँटियों का उपयोग किया गया है?

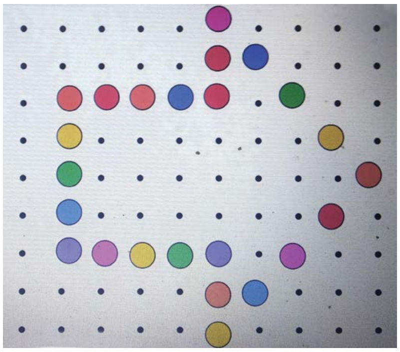
शिक्षकों को विद्यार्थियों को अपनी अलग-अलग विधियों को सबसे साझा करने के लिए प्रोत्साहित करना चाहिए।

प्रश्नों को क्षेत्रफल से जोड़ा जा सकता है।

यहाँ दो पैटर्न दिए गए हैं जिनमें रंग को भी रणनीति के हिस्से के रूप में इस्तेमाल किया जा सकता है।

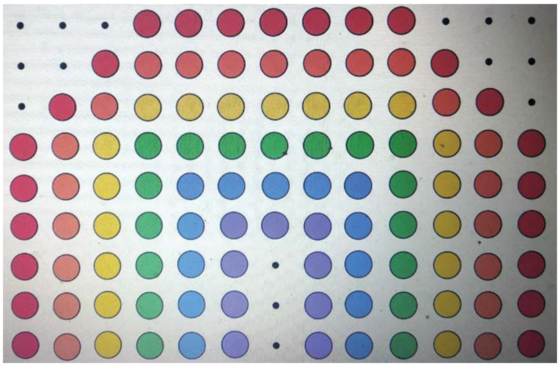
प्रश्न-7.1





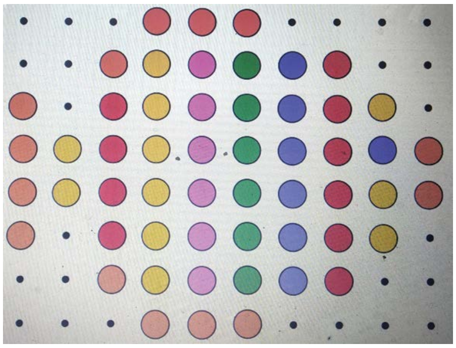
चित्र-13

प्रश्न-7.2



चित्र-14

प्रश्न-7.3



चित्र-15

प्रश्न-8 : रंगोली बिन्दु और गुणन

उद्देश्य : गणना में गुणन की अवधारणा का उपयोग

यहाँ रंगोली की डिज़ाइन बनाने के लिए बिन्दुओं का एक समूह तैयार किया गया है।

कलाकार ने कितने बिन्दुओं का प्रयोग किया है?

विद्यार्थी गणना के लिए किन रणनीतियों का इस्तेमाल करते हैं?

हर एक विद्यार्थी अपना-अपना हल ढूँढ़े और अपनी रणनीतियों को सबसे साझा करे।

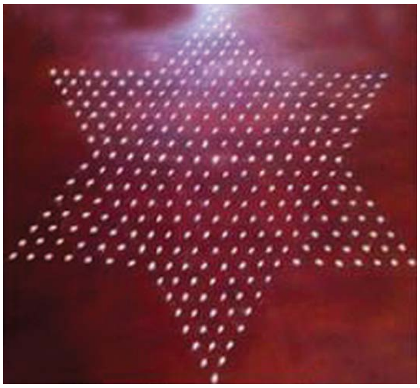
क्या एक रणनीति एक-एक त्रिभुज और बीच वाले षटकोणीय आकार को अलग-अलग गिनने की हो सकती है? हर एक त्रिभुज के लिए गिनती कैसे होगी?

क्या जोड़ के लिए 1, 2, 3, ... 7 के पैटर्न को अपनाया जाएगा?

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 के योग में कौन-कौन से गुणन प्रयोग किए जाते हैं?

(1 + 7) + (2 + 6) + (3 + 5) + 4। तीन 8 हैं और एक 4। 24 + 4 = 28

28-28 बिन्दु वाले 6 त्रिभुज हैं। यानी सारे त्रिभुजों में मिलाकर 168 बिन्दु हैं।



चित्र-16

क्या आधी आकृति के बिन्दुओं की संख्या जानने के लिए षटकोण को विकर्ण 15, 14, 13, … 8 से शुरू करके गिना जाएगा?

15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 = (15 + 8) +

(14 + 9) + (13 + 10) + (12 + 11) यानी चार 23। यानी कि आधी आकृति में 92 बिन्दु।

तो पूरे षटकोण में 184 बिन्दु हैं।

कुल मिलाकर इस पूरी डिज़ाइन में 184 + 168 = 352 बिन्दु हैं!

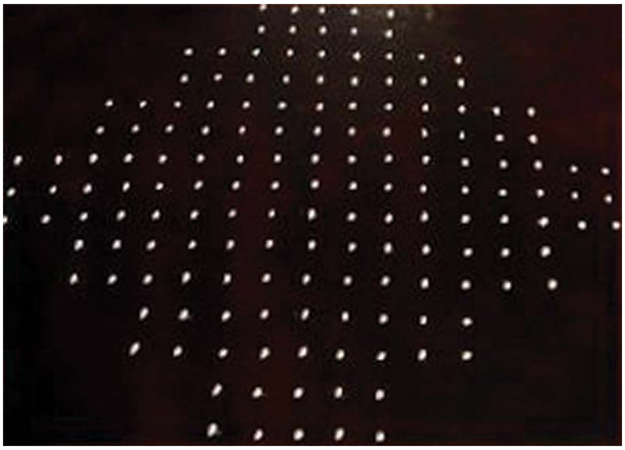
एक दूसरी रणनीति हो सकती है कि आकृति की सममिति का इस्तेमाल करते हुए आधे बिन्दुओं की संख्या का पता लगाया जाए। बिन्दु 22, 21, 20, … से कम होते-होते 15 तक आ रहे हैं और शीर्ष पर त्रिभुज की आकृति है।

क्या बिन्दुओं को गिनने के और भी तरीक़े हैं?

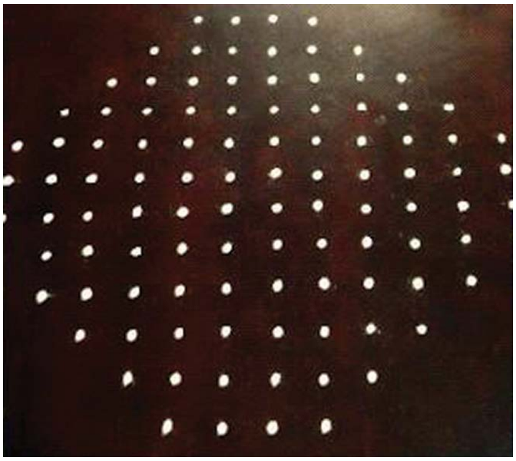
अगर आप को इस डिज़ाइन की कॉपी करना हो तो आप कैसे शुरुआत करेंगे?

अपनी रणनीतियों की चर्चा करें और मज़े के साथ डिज़ाइन बनाएँ!

यहाँ गिनने के लिए दो और डिज़ाइन दी गई हैं।



चित्र-17



चित्र-18

प्रश्न-9 : घनों वाली रचनाएँ और गुणन

उद्देश्य : गिनती करने में गुणन की अवधारणा का उपयोग

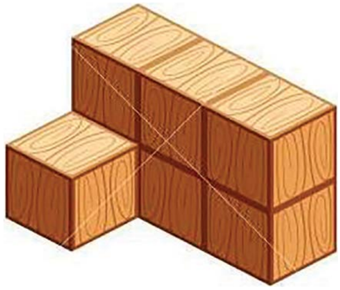
इस तरह के मूर्त मॉडल जोड़ो क्यूब के साथ या आभासी रूप से मैथीगॉन पॉलीपैड या https://toytheater.com/cube/ के माध्यम से बनाए जा सकते हैं।

विद्यार्थी घनों को गिनने की अपनी रणनीतियों को समझाने के लिए घन की सरल डिज़ाइन से शुरुआत करें।

कितने घन?

अधिकांश विद्यार्थी सम्भवतः इन्हें 6 + 1 यानी, (2 × 3 + 1) के रूप में गिनेंगे।

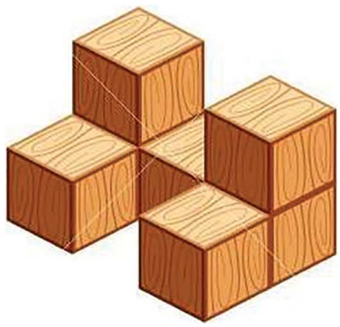
प्रश्न-9.1



चित्र-19

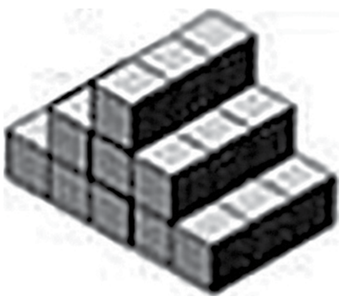
शिक्षक इस प्रश्न को आयतन के साथ जोड़ सकते हैं।

प्रश्न-9.2



चित्र-20

प्रश्न-9.3



चित्र-21

क्या इसे आड़े में बिछी तह-दर-तह गिना जाएगा या खड़ी फाँकों से गिना जाएगा?

प्रश्न-9.4

कितने घन?

वे इस प्रश्न का समाधान किस विधि से करेंगे?

क्या नदारद घनों को गिनकर उन्हें घनों की कुल संख्या में से घटाना आसान है?

चित्र-22

प्रश्न-9.5

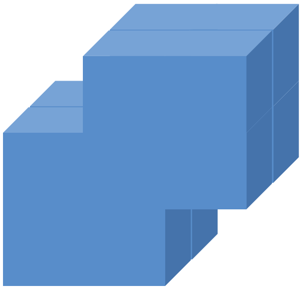
इस E आकार वाली रचना में कितने घन हैं?

चित्र-23

क्या विद्यार्थियों ने एक-एक करके गिनती की? या फिर उन्होंने तीन पंक्तियों को 4 घन वाली 3 पंक्तियों के रूप में देखा (3×4) जिसमें दो पंक्तियाँ ऐसी हैं जिनमें एक-एक घन अतिरिक्त है और इन्हें जोड़ने वाले 2 घन अतिरिक्त हैं?

प्रश्न-9.6

कितने घन?



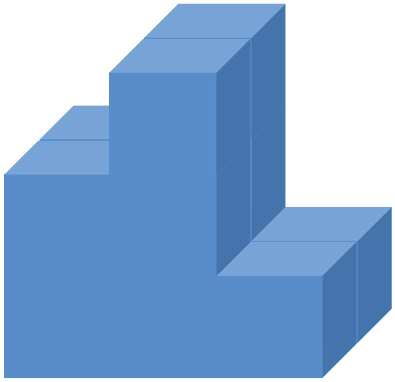
चित्र-24

चर्चा शुरू करने के लिए यह एक रोचक डिज़ाईन है।

कुछ विद्यार्थी इन्हें (2×2×2) आकार के 2 घनों के रूप में गिन सकते हैं जिनमें से एक के ऊपर एक चढ़े हिस्से को घटाना होगा। या फिर वे तह-दर-तह इन्हें गिनेंगे?

प्रश्न-9.7

कितने घन?

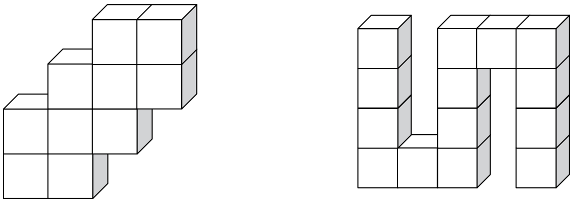


चित्र-25

एक बार फिर, इस्तेमाल की गई रणनीतियों की चर्चा करें।

यहाँ ऐसे ही कुछ और उदाहरण दिए गए हैं।

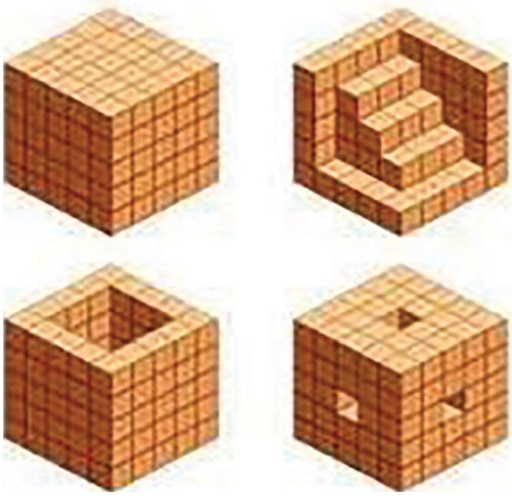
प्रश्न-9.8



चित्र-26

प्रश्न-9.9

विद्यार्थी इन डिज़ाइनों में घनों को गिनने के लिए कौन-सी विधियाँ अपनाएँगे?



चित्र-27

प्रश्न-10

उद्देश्य : दशमलव/ भिन्नात्मक संख्याओं के साथ गुणन में गुणनफल की भविष्यवाणी

कई विद्यार्थी अक्सर इस ग़लतफ़हमी को लिए चलते रहते हैं कि गुणन का नतीजा हमेशा एक ज़्यादा बड़ा गुणनफल होता है। उनकी समझ को जाँचने के लिए उनके समक्ष ऐसे प्रश्न रखें जिनमें उन्हें गणना करने की बजाय अनुमान लगाने की आवश्यकता हो।

23×0.2	23×2.4	543×0.62
65×0.7	864×1.2	98×0.65

क्या विद्यार्थी इस बात की भविष्यवाणी कर पाते हैं कि उत्तर कहाँ मौजूद हैं?

क्या उत्तर उस संख्या से कम होगा या अधिक? क्या वे अपनी सोच के कारणों को सामने रख सकते हैं?

प्रश्न-11

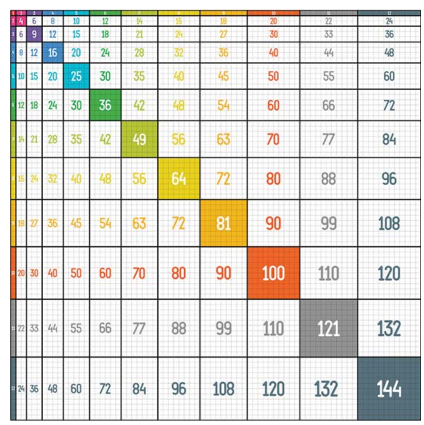
उद्देश्य : गुणनफलों के आकार की समझ

पैमाने पर बनाया गया एक गुणन जाल संख्याओं और गुणात्मक सम्बन्धों की कल्पना करने में विद्यार्थियों की अतिरिक्त मदद कर सकता है।

गुणन तालिका में आप कौन-से पैटर्न देख रहे हैं?

कौन-से आकार वर्ग हैं और कौन-से आयत?

क्या यह जाल यह देखने में मदद करता है कि 7×9, 8×8 से एक कम क्यों है? या 4×8, 6×6 से कम क्यों है?



चित्र-28

आभार :

https://www.stem.org.uk/resources/elibrary/resource/32124/multiplication

https://stevewyborney.com

पद्मप्रिया शिराली

पद्मप्रिया शिराली सह्याद्री स्कूल (पुणे) और ऋषि वैली (आन्ध्र प्रदेश) में स्थित कम्युनिटी मैथ सेंटर का हिस्सा हैं, जहाँ वे 1983 से काम कर रही हैं और गणित, कम्प्यूटर एप्लीकेशंस, भूगोल, अर्थशास्त्र, पर्यावरण अध्ययन और तेलुगू जैसे विभिन्न विषय पढ़ाती रही हैं। 1990 के दशक में, उन्होंने दिवंगत श्री पी. के. श्रीनिवासन के साथ जुड़कर काम किया। वह उस टीम का हिस्सा थीं जिसने ऋषि वैली रूरल सेंटर के 'स्कूल इन ए बॉक्स' नामक बहुकक्षा प्रारम्भिक शिक्षा कार्यक्रम को तैयार किया। वे वर्तमान में एनसीईआरटी पाठ्यपुस्तक विकास समूह का हिस्सा हैं। पद्मप्रिया से padmapriya.shirali@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।

यह अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी एट राइट एंगल्स, मार्च 2024 में प्रकाशित Mastery of Multiplication का अनुवाद है।

अनुवाद : भरत त्रिपाठी **पुनरीक्षण :** प्रतिका गुप्ता **कॉपी एडिटर :** अनुज उपाध्याय