ಗಣಿತದ ಸ್ವರೂಪದ ವಿಚಾರವಾಗಿ ಪರ್ಯಾಯ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳು ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಮೇಲೆ ಅವುಗಳ ಪ್ರಭಾವ

ಆಂಗ್ಲ ಮೂಲ: ಸ್ಟೀಫನ್ ಲರ್ಮನ್

ಸಾರಾಂಶ: ಗಣಿತದರ್ಶನವು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಮೇಲೆ ಬೀರುವ ಪ್ರಭಾವಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದೊಂದಿಗೆ ಅದಕ್ಕೆ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ, ಅದರ ಪ್ರಸ್ತುತ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದ ಡಾಕ್ಟರೇಟ್ ಮಹಾಪ್ರಬಂಧವೊಂದರ ವಿಷಯವನ್ನು ಈ ಲೇಖನವು ವರದಿಮಾಡುತ್ತದೆ. "ದೋಷಸಂಭಾವ್ಯತಾವಾದ"ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಬಲವಾದ ಸಮರ್ಥನೆಯನ್ನು ನೀಡುವ ಜ್ಞಾನದ ಸಾಮಾಜಿಕ ಆಯಾಮವನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ ನಡೆದಿರುವ ಇತ್ತೀಚಿನ ಅಧ್ಯಯನವನ್ನು ನಿರಪೇಕ್ಷಾತ್ಮಕ ಜ್ಞಾನಮೀಮಾಂಸೆಗಳಿಗೆ ಪ್ರತಿಯಾಗಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನವನ್ನಾಗಿ ನೋಡಬಹುದಾಗಿದೆ. ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಬೋಧನೆ, ಸಂಶೋಧನೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಸಕ್ತ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳಿಗೆ ನಾವು ತೋರುವ ಮನೋಧರ್ಮಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಎರಡು ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳು ಪ್ರತಿಫಲಿತವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ಇಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕ್ಷೇತ್ರ-ಅಧ್ಯಯನವೊಂದನ್ನು, ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಆಧಾರಕ್ಕಾಗಿ ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, ನಾವು ಮಂಡಿಸುವ ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಕೆಲವು ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಕೈಗೊಳ್ಳಲಾಯಿತು. ಅದರ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ, ಕೊನೆಯದಾಗಿ, ಈ ಸಂಶೋಧನೆಯ ಕೆಲವು ಧ್ವನಿತಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತದ ಸ್ವರೂಪ ಮತ್ತು ಸಮಾಜದಲ್ಲಿನ ಅದರ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಕುರಿತ ಧೋರಣೆಗಳು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಮೇಲೆ ಬೀರಿರುವ ಪ್ರಭಾವವು ಕಳೆದ ೮೦ ವರ್ಷಗಳಿಗಿಂತಲೂ, ಗತ ಶತಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ನಿಚ್ಚಳವಾಗಿತ್ತು ಎನ್ನಬಹುದು. ಇದಕ್ಕೆ, ಭಾಗಶಃ, ಈ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತವನ್ನು ಕುರಿತಾದ ದರ್ಶನಗಳ ತ್ವರಿತ ಹೆಚ್ಚಳವು ಕಾರಣವಿರಬಹುದು ಹಾಗೂ, ಭಾಗಶಃ, ಏನನ್ನು ಕಲಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ ಮತ್ತು ಹೇಗೆ ಕಲಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ ಎಂಬ ವಿಚಾರದ ಮನೋವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಆಸಕ್ತಿಯ ಪ್ರಾಬಲ್ಯವೂ ಕಾರಣವಿರಬಹುದು. "ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯ ಕಲೆಯೆಲ್ಲವೂ, ಅದು ಎಳ್ಳಷ್ಟೂ ಸುಸಂಬದ್ಧವಾಗಿರದಿದ್ದರೂ, ಗಣಿತದ ತಾತ್ತ್ವಿಕ ನಿಲುಮೆಯನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ" ಎಂಬ ಫ್ರೆಂಚ್ ಗಣಿತಜ್ಞ ರನೆ ಥೋಮ್ ಅವರ ಮತ್ತೆ-ಮತ್ತೆ ಉಲ್ಲೇಖಗೊಳ್ಳುವ ಘೋಷಣೆಯಿಂದಾಗಿ (ಥೋಮ್, ೧೯೭೩, ಪು. ೨೦೪) ಗಣಿತದ ಜ್ಞಾನಮೀಮಾಂಸೆಗಳಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಗಣಿತಬೋಧನೆಯ ಮೇಲೆ ಅವುಗಳ ಪ್ರಭಾವದ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಣವೇತ್ತರ ನಡುವೆ ಆಸಕ್ತಿ ಪುನಶ್ಚೇತನಗೊಂಡಿತು. ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಈಚೆಗೆ ಈ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಹಳಷ್ಟು ಅಧ್ಯಯನ ನಡೆದಿದ್ದು, ಶೋಧನೆಯ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಮಾರ್ಗಗಳು ರೂಪುಗೊಂಡಿವೆ: "ಅಧೋಗಾಮಿ" ವಿಧಾನವೆಂದು ಹೇಳಲ್ಪಡುವ ಒಂದು ವಿಧಾನವು ಗಣಿತ ದರ್ಶನದಲ್ಲಿನ ಪ್ರಚಲಿತ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಗಣಿತದ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಪರ್ಯಾಯ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳನ್ನು ಗಣನೆಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಮೊದಲಾಗುತ್ತದೆ; "ಊರ್ಧ್ವಗಾಮಿ" ವಿಧಾನವಾದರೋ — ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಥಾಮ್ಸನ್ (೧೯೮೪) ಅವರ ಅಧ್ಯಯನದಂತೆ — ಶಿಕ್ಷಕರ ಧೋರಣೆ ಹಾಗೂ ವರ್ತನೆಗಳಿಂದ ಮೊದಲ್ಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣವು ವಿಷಯಕ್ಕಿಂತಲೂ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸುವ ಅಗತ್ಯದ ಕುರಿತಾಗಿ ನಾವಿಂದು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ನಿಯತಕಾಲಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು-ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಓದುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಆದರೆ, ಇದರ ಜ್ಞಾನಮೀಮಾಂಸೆಯ ಮೂಲಗಳ ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮಗಳ ಮೇಲೆ ಬೆಳಕು ಚೆಲ್ಲಲಾಗದಿದ್ದರೆ, ಹಾಗೂ, ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಮೇಲೆ ಇದು ಬೀರಬಹುದಾದ ವಿಸ್ತೃತ ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಒಳಪಡಿಸದಿದ್ದರೆ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಯಾವುದೇ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯನ್ನಾಗಲೀ, ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನಾಗಲೀ ಸಾಧಿಸುವುದು ಕಷ್ಟಸಾಧ್ಯ. ಅಮೇರಿಕನ್ ಗಣಿತಜ್ಞ ರೂಬೆನ್ ಹರ್ಷ್(೧೯೭೯, ಪು. ೩೩) ಅವರು ಹೇಳಿರುವಂತೆ:

“ಸಮಸ್ಯೆ ಇರುವುದು ಕಲಿಸಲು ಯಾವುದು ಅತ್ಯುತ್ತಮ ವಿಧಾನ ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲ, ಬದಲಿಗೆ, ಗಣಿತ ಎಂದರೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಏನನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿದೆ ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ... ಗಣಿತದ ಸ್ವರೂಪದ ವಿಚಾರವಾಗಿ ಇರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮುಖಾಮುಖಿಯಾಗದೆ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಯ ಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು ಕುರಿತಾದ ವಿವಾದಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.”

ಅಧೋಗಾಮಿ ವಿಧಾನವು ಅವ್ಯಕ್ತ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳ ಪಾತ್ರವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವತ್ತ ಗಮನವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುತ್ತದೆ; ಶಿಕ್ಷಕರ ವರ್ತನೆ, ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ವಿಕಾಸ ಇವೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಸಂಶೋಧನಾ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳು, ಪೂರ್ವಪಕ್ಷಗಳು (hypotheses) ಹಾಗೂ ವಿಧಾನಗಳತ್ತ ಗಮನ ಹರಿಸುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಅದು ನಮ್ಮ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ತೀರ್ಮಾನಗಳ ತಳಹದಿಯಾಗಿರುವ ಅವ್ಯಕ್ತ ಜ್ಞಾನಮೀಂಮಾಸಾತ್ಮಕ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳನ್ನು ಬಯಲುಮಾಡುವ (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಿಕ್ಸನ್, ೧೯೮೧), ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಪ್ರಭಾವಿಸುವ (ಲರ್ಮನ್, ೧೯೮೩) ಹಾಗೂ ಅದರ ಸಂಶೋಧನೆಯ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಗುರಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿನ ಬದಲಾವಣೆಗಳು ಗಣಿತದ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಮೂಲಭೂತ ಗ್ರಹಿಕೆಗಳನ್ನು ಇದಿರಿಸಿ ನಿಲ್ಲಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ; ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಅವು ಬೀರುವ ಪ್ರಭಾವ ನಗಣ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ನನ್ನ ಡಾಕ್ಟರೇಟ್ ಮಹಾಪ್ರಬಂಧದ (೧೯೮೬) ವಿಚಾರವನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಹೇಳುವುದು ನನ್ನ ಉದ್ದೇಶವಾಗಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ನಾನು ಗಣಿತದ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಧೋರಣೆಗಳಿಗೆ ಪರ್ಯಾಯಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಗಣಿತವನ್ನು ಕಲಿಸುವಲ್ಲಿ ಇವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಇರಬಹುದಾದ ನಂಟನ್ನು ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದೆ. ಗಣಿತದ ವಿಷಯವಾಗಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಮನೋಭಾವಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹಾಗೂ ಬೋಧನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅವರ ವರ್ತನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಡೆಸಿದ ಕ್ಷೇತ್ರ-ಅಧ್ಯಯನದ ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಬಳಿಕ ನೀಡುತ್ತೇನೆ. ಈ ಅಧ್ಯಯನದ ಗುರಿ ನಾನು ಮಂಡಿಸಿದ ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಕ್ಕೆ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಬೆಂಬಲವನ್ನು ನೀಡುವುದಾಗಿರಲಿಲ್ಲ; ಏಕೆಂದರೆ, ಬೋಧನೆಯ ವರ್ತನೆಗಳ ಮೇಲೆ ಪ್ರಧಾನ ಪ್ರಭಾವ ಬೀರುವುದು ಶಾಲೆಯ ವಾತಾವರಣ, ಶಿಕ್ಷಣ ವಿಭಾಗ ಇತ್ಯಾದಿ ಎಂದು ಇತರ ಅಧ್ಯಯನಗಳು (ಉದಾ., ಪೋಸ್ಟ್ ಮೊದಲಾದವರು, ೧೯೭೭; ಥಾಮ್ಸನ್, ೧೯೮೪) ಈಗಾಗಲೇ ಸೂಚಿಸಿವೆ. ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ನಾನು ಮಂಡಿಸಿದ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದ ಮಹತ್ತ್ವವನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು ನನ್ನ ಗುರಿಯಾಗಿತ್ತು. ಅಂತಿಮವಾಗಿ, ಈ ವಿಚಾರಗಳು ಸಂಶೋಧನೆಯ ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗಿರುವ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆಗಳ ವಿಷಯವಾಗಿ ತಲುಪುವ ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇನೆ.

ಗಣಿತಸ್ವರೂಪದ ವಿಚಾರವಾಗಿ ಪರ್ಯಾಯ ಅಭಿಪ್ರಾಯಗಳು

ಗಣಿತವನ್ನು ಕುರಿತು ನಾನಾ ದರ್ಶನಗಳಿರುವಂತೆ ತೋರುವುದಕ್ಕೆ ಕಾರಣ ಇಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸ್ಪರ್ಧಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳೆಂದು ಲಕಾಟೋಸ್ (೧೯೭೮) ಗುರುತಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅವರು ಇವುಗಳನ್ನು ಯೂಕ್ಲೀಡಿಯನ್ ಹಾಗೂ ಭಾಗಶಃ ಅನುಭವಜನ್ಯ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಮೊದಲಿನ ವರ್ಗವು ಎಲ್ಲಾ ಗಣಿತವನ್ನೂ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬುನಾದಿಗಳ ಮೇಲೆ ನೆಲೆಗೊಳಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ, ಎರಡನೇ ವರ್ಗವು ಗಣಿತಜ್ಞಾನದ ವಿಕಾಸವನ್ನು ಊಹೆಗಳ, ರುಜುವಾತುಗಳ ಹಾಗೂ ನಿರಾಕರಣೆಗಳ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತಾ, ಗಣಿತಜ್ಞಾನದ ಅನಿಶ್ಚಿತತೆಯನ್ನು ಗಣಿತಸ್ವರೂಪದ ಅಂಗವಾಗಿ ಸ್ವೀಕರಿಸುತ್ತದೆ.

ಬಹಳಷ್ಟು ಜನ, ಅದರಲ್ಲೂ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಗಣಿತ ಸಂಶೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ನಿರತರಾಗಿರುವ ಬಹುತೇಕ ಗಣಿತಜ್ಞರು, ಗಣಿತವನ್ನು ಜ್ಞಾನದ ಮೂಲಮಾದರಿಯೆಂದು ನೋಡುತ್ತಾ, ಅದರ ಸ್ವರೂಪವು ನಿಶ್ಚಿತ, ನಿರಪೇಕ್ಷ, ಮೌಲ್ಯಮುಕ್ತ ಹಾಗೂ ಅಮೂರ್ತವೆಂದೂ, ನಿಜ ಜಗತ್ತಿನೊಂದಿಗಿನ ಅದರ ಸಂಬಂಧಗಳು ಬಹುಶಃ ಆದರ್ಶ ಸ್ವರೂಪದ್ದೆಂದೂ ನಂಬುತ್ತಾರೆ; ಮೇಲಾಗಿ, ಅಂತಹ ಕಲ್ಪನೆಗಳು ಅದರ ಅಧ್ಯಯನಕ್ಕಾಗಲೀ, ಅದರ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗಾಗಲೀ ಅಪ್ರಸ್ತುತವೆಂಬುದಂತೂ ಸತ್ಯ. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವು ನಿರಪೇಕ್ಷತಾವಾದದ ಅಥವಾ ಯೂಕ್ಲೀಡಿಯನ್ ವಾದದ ಅಂತಿಮ ಭದ್ರಕೋಟೆಯಾಗಿದೆ. ತನ್ನ ಬಾಹ್ಯ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಅದು ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ನಿರ್ಣಾಯಕಾಂಶಗಳಿಂದ ಹಾಗೂ ಸಾಮಾಜಿಕ ಅಂಶಗಳಿಂದ ಪ್ರಭಾವಿತವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ

ಒಪ್ಪಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದ್ದರೂ, ಇದರ ಫಲಸ್ವರೂಪವಾದ ಗಣಿತಜ್ಞಾನವು ತನ್ನ ಸತ್ಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಸ್ವಯಂ-ಸಮರ್ಥನೀಯ ಎಂಬುದೇ ಪ್ರಚಲಿತ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವಾಗಿದೆ. ತಾತ್ಪರ್ಯವೇನೆಂದರೆ, ಗಣಿತಜ್ಞಾನವನ್ನು, ಅಂತಿಮವಾಗಿ, ಕಾಲಾತೀತ ಸತ್ಯಗಳ ಅನ್ವೇಷಣೆಯೆಂದು ಕಾಣಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಈ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ವಿಶೇಷ ಭಾಗದ ಇತಿಹಾಸವನ್ನು ಈ ತಾರ್ಕಿಕಾಧಾರದ ಮೇಲೆ ಪುನರ್‌ರಚಿಸಬಹುದಾಗಿದ್ದು, ಅದರ ಪರಿಣಾಮವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಜ್ಞಾನಕ್ಕೆ ಸಾಗುವ ಹಾದಿಯಲ್ಲಿನ ದೋಷ ಹಾಗು ತಪ್ಪುಗಳ ಪ್ರದರ್ಶನವಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ನಿರಪೇಕ್ಷತಾವಾದವು ವಿಭಿನ್ನ ರೂಪಗಳನ್ನು ತಾಳುತ್ತದೆ: ತರ್ಕದ ತೆಕ್ಕೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತವನ್ನು ಅಡಕಗೊಳಿಸುವುದು, ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಕಾಲವನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಮೂಲ ಸಹಜಜ್ಞಾನದಿಂದ ಗಣಿತವನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು ಅಥವಾ ವಾಸ್ತವ ಜಗತ್ತಿನೊಂದಿಗಿನ ಸುಸಂಬದ್ಧತೆಯನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣತೆ, ಸಾಮಂಜಸ್ಯಗಳ ಗುರಿಗಳಿಂದ ಬದಲಿಸುವುದು, ಇತ್ಯಾದಿ. ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಯ ಪ್ರಧಾನ ವೈಚಾರಿಕ ನೆಲೆಗಳನ್ನಷ್ಟೇ ವಿವರಿಸಲು ಇವು ಸಾಕು. ಈ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳೆಲ್ಲವೂ ಗಣಿತದ ಬುನಾದಿಗಳನ್ನು ಭದ್ರಗೊಳಿಸುವುದನ್ನು, ನಿಶ್ಚಿತತೆಯನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸುವುದನ್ನು ಹಾಗೂ ವಿರೋಧಾಭಾಸಗಳನ್ನು ನಿವಾರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ತಮ್ಮ ಗುರಿಯನ್ನಾಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಇದಕ್ಕೆ ಪರ್ಯಾಯವೆಂದರೆ, ಗಣಿತಜ್ಞಾನವು ಅಪೂರ್ಣವಾಗಿದ್ದು, ಸದಾ ಬದಲಾವಣೆ ಹಾಗು ಪುನಃಪರಿಶೀಲನೆಗೆ ಒಳಪಟ್ಟಿದೆ ಎಂಬ "ದೋಷಸಂಭಾವ್ಯತಾವಾದ"ದ ನಿಲುವು. ವಿಟ್ಗನ್ಸ್ಟೈನ್ ಅವರ ತದನಂತರದ ದರ್ಶನವು, ಬಹುಶಃ, ದೋಷಸಂಭಾವ್ಯತಾವಾದದ ಪ್ರಧಾನ ಸ್ರೋತವಾಗಿದೆ ಎನ್ನಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಅವರು ಗಣಿತವನ್ನು, ಬೇರೆ ಕ್ರೀಡೆಗಳಂತೋ ಅಂತೆಯೇ, ಒಂದು "ಭಾಷಾಕ್ರೀಡೆ" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಲಕಾಟೋಸ್ ತನ್ನ "ಸಾಧನೆಗಳು ಹಾಗೂ ನಿರಾಕರಣೆಗಳು" (Proofs and Refutations ಲಕಾಟೋಸ್, ೧೯೭೭) ಎಂಬ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಬರೆಯುವ ವೇಳೆಗೆ ನಿಶ್ಚಯವಾಗಿಯೂ ಅವರು ವಿಟ್ಗನ್ಸ್ಟೈನ್ ಅವರನ್ನು ಎಚ್ಚರವಹಿಸಿ ಓದಿಕೊಂಡಿದ್ದರು. ಲಕಾಟೋಸ್ ಗಣಿತವನ್ನು ಕುರಿತಾದ ತನ್ನ ದರ್ಶನವನ್ನು ಅನಿಶ್ಚಿತತೆಯ ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಏಕೆ ಸ್ಥಾಪಿಸಿದರು ಎಂಬ ಅಂಶವನ್ನು ಇದು ವಿವರಿಸಬಲ್ಲದೇನೋ. ಆದರೆ ಅವರು, ತನ್ನ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ದರ್ಶನದಲ್ಲಾದರೋ, ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಶೋಧನಾ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳ ಕ್ರಮಬದ್ಧತೆಯನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಿ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ತಮ್ಮ-ತಮ್ಮ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಅನ್ವೇಷಣೆಯ ತರ್ಕಗಳಿಗನುಗುಣವಾಗಿ ವಿಜ್ಞಾನದ ತಾರ್ಕಿಕ ಪುನರ್‌ರಚನೆ ಮಾಡಬಹುದು ಎಂದೂ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿದರು. ಇನ್ನೂ ಇತ್ತೀಚೆಗೆ, ಜ್ಞಾನದ ಸಾಮಾಜಿಕ ಅಧ್ಯಯನವು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಹಾಗೂ ಗಣಿತೀಯ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಸಾಮಾಜಿಕ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ಪರಿಧಿಗೆ ಎಳೆದು ತಂದಿದೆ. ಈ ಇತ್ತೀಚಿನ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೂ ಮೊದಲು, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ವಿಜ್ಞಾನ, ಗಣಿತಗಳೆರಡನ್ನೂ ಜ್ಞಾನದ ಮೂಲಮಾದರಿಗಳೆಂದು, ಸತ್ಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಸ್ವಯಂ-ಸಮರ್ಥನೀಯವೆಂದು, ಹಾಗೂ, ಈ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ, ಅವು ಸಮಾಜಶಾಸ್ತ್ರದ ಪರಿಧಿಯ ಹೊರಗೆ ಇರುವಂತೆಯೂ ಕಾಣಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ಅದರ ತೀಕ್ಷ್ಣರೂಪದಲ್ಲಿ (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಬ್ಲೂರ್, ೧೯೭೬), ಗಣಿತವನ್ನು ಒಂದು ಸಾಮಾಜಿಕ ಸಂರಚನೆ ಎಂದು, ಅದರ ಪರಿಣಾಮಗಳು ಕಾಲ ಹಾಗೂ ದೇಶಗಳಿಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಎಂದು, ಜ್ಞಾನದ ಇತರ ರೂಪಗಳಂತೆ ಕ್ರಾಂತಿಕಾರಿ ಬದಲಾವಣೆಗೆ ಒಳಪಟ್ಟಿರುವಂತದ್ದು ಎಂದೂ ನೋಡಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಸಾಧನೆ, ಸತ್ಯ ಹಾಗೂ ನಿಷ್ಠುರತೆಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಸಾಪೇಕ್ಷ ಮೌಲ್ಯಗಳೆಂಬುದು ನಿಚ್ಚಳವಾಗಿದ್ದು, ಗಣಿತದ ವಿಕಾಸಕ್ಕೆ ಪರ್ಯಾಯ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿರಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನೂ ಗ್ರಹಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಗಣಿತಜ್ಞಾನದ ಸದ್ಯದ ವಸ್ತುಸ್ಥಿತಿಗೆ ಯಾವುದೇ ತಾರ್ಕಿಕ ಅಥವಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಅನಿವಾರ್ಯತೆಯಿಲ್ಲ. ನಾವು ತಲುಪುವ ಪರಿಣಾಮಗಳು ಎಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಉಪಯುಕ್ತವೂ, ಉಚಿತವೂ, ನಮ್ಮ ಪ್ರಚಲಿತ ಗ್ರಹಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಸತ್ಯ ಎಂಬ ಪದಕ್ಕೆ ಇರುವ ಅರ್ಥದ ಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ನಮ್ಮ ಅನುಭವದ ಅಸ್ತಿತ್ವದ ಸ್ಥಾನದ ಪರಿಗಣನೆಯಲ್ಲಿ ಸುಸಂಬದ್ಧವೆಂದು ತೋರುತ್ತವೆಯೋ ಅಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಅವನ್ನು ನಾವು ಸತ್ಯ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ, ಯಾವುದೇ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ, ಇದು ವಿವಾದಾಸ್ಪದವಾಗುತ್ತದೆ; ಏಕೆಂದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಸತ್ಯದ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಆರೋಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಯಸುವ ಪ್ರತಿಸ್ಪರ್ಧಿ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಗಣಿತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸುವುದು ಅದರ ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕತೆ; ಈ ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕತೆಯು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು; ಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಊಹೆಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸುವುದು; ಪರೀಕ್ಷಣ; ಚಿಂತನ-ಮಂಥನ; ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನು

ಅನೌಪಚಾರಿಕವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು; ಔಪಚಾರಿಕ ಚೌಕಟ್ಟೊಂದನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು; ಔಪಚಾರಿಕ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು; ಗಣಿತಸಮುದಾಯವು ವಿಮರ್ಶೆಗೆ ಒಳಪಡಿಸಲಾಗುವಂತೆ, ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಲಾಗುವಂತೆ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸುವುದು–ಇವೇ ಮೊದಲಾದವುಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರಕಟಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳು ಗಣಿತಕ್ಕಷ್ಟೇ ಮೀಸಲಾದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳೇನಲ್ಲ; ಇವಕ್ಕೂ, ಜ್ಞಾನದ ಇತರ ರೂಪಗಳಿಗೂ ಸಮಾನವಾದದ್ದು ಬಹಳಷ್ಟಿದೆ. ಗಣಿತದ ಮೂಲ ಉಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಅಮೂರ್ತ ಸ್ವಭಾವವೂ ಕೂಡ ಅದರ ಲಕ್ಷಣ ಎನ್ನಬಹುದಾದ್ದರಿಂದ, ನಿರಾಕರಣೆ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವುದೂ ಗಣಿತದ ಲಕ್ಷಣವೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಬೋಧನೆಯೊಂದಿಗಿನ ನಂಟು

ಗಣಿತದ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಈ ಎರಡನೇ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವು ಗಣಿತೀಯ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತಗಳಲ್ಲೂ — ಜ್ಞಾನವಿಕಾಸದ ಮುಂಚೂಣಿಯಲ್ಲಾಗಲೀ ಅಥವಾ ಮಕ್ಕಳು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುವ ಹಾಗೂ ಬಗೆಹರಿಸುವ ವಿಚಾರದಲ್ಲಾಗಲೀ ಪ್ರಸ್ತುತ ಎಂಬುದನ್ನು ತಕ್ಷಣವೇ ಕಾಣಬಹುದು. ಇದು, ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ನಿಯಂತ್ರಿಸುವ ಯಾವುದೋ ವರ್ಗವು ಆವಶ್ಯಕವೆಂದು ಬಗೆಯುವ ವಿಷಯವನ್ನಾಗಲೀ, ಯಾವುದನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಅಗತ್ಯ ಬಿದ್ದಾಗ ಪ್ರಯೋಗಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುತ್ತಾರೋ ಅಷ್ಟು ವಿಷಯವನ್ನಾಗಲೀ ಬೋಧಿಸುವ ವಿಚಾರವಲ್ಲ. ನಿರಪೇಕ್ಷವಾದಿಗಳ ಈ ಮೂಲಮಾದರಿ ಎಂಬ ಕಲ್ಪನೆಯು ಮಹಾನ್ ಗಣಿತಜ್ಞರಿಂದ ಅನ್ವೇಷಿಸಲ್ಪಟ್ಟ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ, ಒಂದು ಜ್ಞಾನಸಂಚಯದ ಚಿತ್ರಣವನ್ನು ಕಟ್ಟಿಕೊಡುತ್ತದೆ. ಸೃಜನಶೀಲ ಗಣಿತೀಯ ಕಲಾಕೃತಿಯೆಂಬುದು ಶಿಕ್ಷಕರ ಹಕ್ಕಲ್ಲ ಎಂದಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಹಕ್ಕಿನ ಮಾತಂತೂ ದೂರವೇ ಉಳಿಯಿತು. ಇತ್ತೀಚಿನ ಸಂಶೋಧನೆಯು ಇಂತಹ ಅನೇಕ ಗ್ರಹಿಕೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಶ್ನಾರ್ಹಗೊಳಿಸಿದ್ದಾಗ್ಯೂ, ಈ ನಿಲುವಿನ ತಾತ್ತ್ವಿಕ ಹಾಗೂ ಮನೋವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಆಸರೆಗಳನ್ನು ಕೂಲಂಕಷ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಒಳಪಡಿಸುವುದು ಮಾತ್ರವೇ ಮೂಲಭೂತ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ತರಬಲ್ಲದು. ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಗಣಿತ ಸನ್ನಿವೇಶದ ಪ್ರಸ್ತುತತೆಯ ಕಡೆಗೆ ಹಾಗೂ ಅದು ತರುವ ಅರ್ಥದ ಕಡೆಗೆ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳೆಡೆಗೆ ದೋಷಸಂಭಾವ್ಯತಾವಾದದ ಮಾದರಿಯು ತನ್ನ ಗಮನವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುತ್ತದೆ. ಅದು ಗಣಿತಜ್ಞಾನವನ್ನು ಒಂದು ಸಂಚಯಿತ ಅನುಭವದ ಗ್ರಂಥಾಗಾರದಂತೆ ಕಾಣುತ್ತಾ, ಅದಕ್ಕೆ ಪ್ರವೇಶಾವಕಾಶ ಇರುವವರು ಅದರ ಪ್ರಯೋಜನ ಪಡೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಎನ್ನುತ್ತದೆ. ಈ ಮೊದಲನೆಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಂದು ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆ ಅಥವಾ ಒಂದು ಹೊಸ ನಿರೂಪಣೆಯು ಎದುರಾದಾಗ, “ಇಲ್ಲ, ನಾನಿದನ್ನು ಮಾಡಿಲ್ಲ” ಎಂದು ನಕಾರಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯಿಸುತ್ತಾರೆ. ತಾವು ಆಸಕ್ತರಾಗಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಮಗ್ನರಾಗಿರುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೇಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಊಹಿಸುತ್ತಾ, ಹೆಚ್ಚಿನ ಜ್ಞಾನದ ಆವಶ್ಯಕತೆಯನ್ನು ಬಹುಶಃ ಗುರುತಿಸುತ್ತಾ (ಅದು ಗೋಳದ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಇರುವ ಸೂತ್ರವಾಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಸಂಕಲನವಾಗಿರಬಹುದು) ಸಾಗುತ್ತಾರೆ; ಹೊಸ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು ಅವರ ಧೈರ್ಯವನ್ನು ಕುಗ್ಗಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಅವರಿಗೆ ಪರಿಚಯಾತ್ಮಕವಾಗಿ ತೋರುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಈ ಪ್ರಸಂಗವನ್ನು ಇನ್ನೂ ಪೂರ್ಣರೂಪದಲ್ಲಿ ಬೇರೆಡೆ ಪರಾಮರ್ಶಿಸಲಾಗಿದೆ (ಲರ್ಮನ್, ೧೯೮೭).

ಯೂಕ್ಲೀಡಿಯನ್ನರ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ನೋಡಿದರೆ, ಶಿಕ್ಷಕನು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಬೇಕಿರುವ ಗಣಿತಜ್ಞಾನದ ಆಕರವೆನಿಸಿರುತ್ತಾನೆ. ಆ ಜ್ಞಾನವು, ಬಳಸಲ್ಪಡುವ ವಿಧಾನಗಳಂತೆ ಖಚಿತವಾಗಿದ್ದು, ಬೋಧನೆ ಎಂಬುದು ಆ ಜ್ಞಾನ ಹಾಗೂ ಆ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ದಾಟಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರ ಪ್ರಕಾರ, ಆ ಜ್ಞಾನದ ಪ್ರಯೋಗವು ಹೇಗೋ ಮುಂದೊಂದು ದಿನ, ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಗಣಿತಜ್ಞಾನದ ವಿಕಾಸದ ಅಗ್ರಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಸೃಜನಶೀಲತೆಯು ನಿಜವಾಗಿ ಸೃಜಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸೃಜನಶೀಲತೆಯನ್ನು ಮೆರೆಯುವುದು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕನ ಅನುಭವದ ಪರಿಧಿಯಲ್ಲಿ ಇದ್ದಿಲ್ಲ ಕೂಡ.

ವಿಭಿನ್ನ ಬೋಧಕರ ವಿಧಾನಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳಂತೆ ಬೋಧನೆಯ ಬಹಳಷ್ಟು ವಿಶೇಷ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಮಹಾಪ್ರಬಂಧದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನದೂ ಒಂದು (ಲರ್ಮನ್, ೧೯೮೬ಎ, ಪುಟಗಳು. ೭೫-೭೬):

> ಬಿಷಪ್ (೧೯೭೬) ಅವರು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಪರಿಚಯ ಹೊಂದಿದ್ದರೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಕುರಿತ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ನುರಿಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಾವು ಮಾಡಿದ ಪಾಠವೊಂದರ ಬಗ್ಗೆ ವರದಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ: ಅವರು ೧/೨ ಮತ್ತು ೩/೪ರ ನಡುವಿನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೊಂದನ್ನು ನೀಡುವಂತೆ ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೊಬ್ಬ, "೨/೩" ಎಂದು ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಕಾರಣವನ್ನು ಕೇಳಿದಾಗ ಆತ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶವಾದ ಎರಡು, ೧ ಮತ್ತು ೩ರ ನಡುವೆ ಇರುವುದಾಗಿಯೂ, ಛೇದವಾದ ಮೂರು, ೨ ಮತ್ತು ೪ರ ನಡುವೆ ಇರುವುದಾಗಿಯೂ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಎರಡು ಆಯ್ಕೆಗಳು ತೆರೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಮೊದಲ ಆಯ್ಕೆಯಾದರೋ, ಈ ವಿಧಾನವು ಸರಿಯಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ನೀಡಿದ ಉತ್ತರ ಸರಿಯಾಗಿದ್ದು, ೧/೨ ಮತ್ತು ೧/೩ ಎಂಬ ಬೇರೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಈ ವಿಧಾನವು ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ನೀಡಲಾರದು ಎಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತಾ; ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಯಾರಿಗಾದರೂ ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ವಿಧಾನ ತಿಳಿದಿದೆಯೆ ಎಂದು ಕೇಳುವುದಾಗಲೀ ಅಥವಾ ಒಂದು ಪ್ರತ್ಯುದಾಹರಣೆಯನ್ನು (counter example) ನೀಡುವಂತೆ ಹೇಳುವುದಾಗಲೀ ಮಾಡಬಹುದು. ಜೊತೆಗೆ, ಈ ವಿಧಾನವು ಮೊದಲು ನೀಡಿದ ವಿಧದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಸರಿಯುತ್ತರ ನೀಡಬಲ್ಲದು, ಆದರೆ, ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯವಾಗಬಲ್ಲ ಇದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಉತ್ತಮ ವಿಧಾನ ಇದೆಯೆಂದೂ ತಿಳಿಸಬಹುದು.
>
> ಆ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ವಿಶೇಷ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ವಿಧಾನಗಳು ಇವೆಯೆಂದೂ, ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸರಿಯಾದ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ವಿಧಾನಗಳು ತಿಳಿದಿದ್ದು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗುರಿಯು ಸರಿಯಾದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಿದೆ, ಇಲ್ಲವೇ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸುವ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ತರಗತಿಗೆ ತಿಳಿಸುವವರೆಗೂ ಕಾಯುವುದಾಗಿದೆ ಎಂಬ ಈ ಎಲ್ಲವೂ ಒಂದು ನಿಲುವಾಗಿದ್ದು, ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಇರುವ ಎರಡನೇ ನಿಲುವೆಂದರೆ: ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ವಿಧಾನವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿರದಿದ್ದರೂ, ಅವನ ಉತ್ತರ ಸರಿಯಾಗಿರುವುದರ ಬಗ್ಗೆ ಅಚ್ಚರಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು; ಎರಡನೆಯದಾಗಿ, ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೂ ಈ ಉತ್ತರ ಸರಿ ಇದೆಯೇ, ಇಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಹೇಳುತ್ತಾ, ಉತ್ತರ ನೀಡಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಅಭಿನಂದಿಸುವುದಾಗಿದೆ; ಮೂರನೆಯದಾಗಿ, ಬೇರೆ ಉದಾಹರಣೆಯ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ, ಮೊದಲ ಪ್ರತ್ಯುದಾಹರಣೆಗಳು ಅಥವಾ, ಪ್ರಸ್ತುತ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ, ಮೇಲಿನ ವಿಧಾನಕ್ಕೆ ಮಣಿಯದ ಇತರ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ದೊರೆಯುವವರೆಗೂ ಅದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ ಆಯ್ದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು; ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದು; ನಮ್ಮ ಅಗತ್ಯಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಅಣಿಗೊಳಿಸುವುದು; ಬದಲಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಅಗತ್ಯ ಎನಿಸಿದರೆ ನಿರಾಕರಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಮೇಲೆ ನೀಡಿರುವ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಹೊರಹೊಮ್ಮಬಹುದಾದ ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವಂತೆ ಒಂದಷ್ಟು ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಹಾಕಿಕೊಂಡು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಈ ಆಯ್ಕೆಯಲ್ಲಿ, ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನಿರತರಾಗಲು, ಊಹೆಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು, ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಲು, ಇವೇ ಮೊದಲಾದವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಶಿಕ್ಷಕರು ನೆರವಾಗುತ್ತಾರೆ. ತರಗತಿಯು ತಾನು ನೀಡಿದ ಹೊಸರೀತಿಯ ಅಭಿಪ್ರಾಯಕ್ಕಾಗಿ ಪ್ರಶಂಸೆಯನ್ನು ಗಿಟ್ಟಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಗಣಿತವು ತಾವು ಮಾಡಲಾಗದ್ದಲ್ಲ ಎಂಬ ಭಾವನೆಯು ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಲಿಯುತ್ತದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಶಿಕ್ಷಕರು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ, ಪೂರ್ವನಿರ್ಧಾರಿತ ಹಾಗೂ ಸರಿಯಾದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿಕೊಡುವವರೆಗೂ ಕಾಯುತ್ತಾ ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳುವ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನೂ ತರಗತಿಯು ಮನಗಾಣುವಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಿಂಧುವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವುದರಿಂದ ಹಾಗೂ ಇದು ಶಿಕ್ಷಕರ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಇರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ಊಹಿಸುವ ವಿಚಾರವಲ್ಲವಾದ್ದರಿಂದ, ಶಿಕ್ಷಕರ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಾಮಾಣಿಕ ಎಂದೇ ಹೇಳಬೇಕು.

ಕ್ಷೇತ್ರ-ಅಧ್ಯಯನ

ಈ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಸಾರಾಂಶದಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ತಾತ್ತ್ವಿಕ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳಿಗೆ ಪರ್ಯಾಯಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳಿಗೆ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದೊಂದಿಗೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸಲು ನಾನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ್ದೇನೆ. ಈ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷವಾಗಿ ಕಾಣಬಹುದು ಎಂಬುದು ನನ್ನ ಅಭಿಪ್ರಾಯವಲ್ಲ; ಏಕೆಂದರೆ, ಬೋಧನೆಯ ರೀತಿಗಳನ್ನು ಇತರ ಬಹಳಷ್ಟು ಅಂಶಗಳು ಪ್ರಭಾವಿಸುತ್ತವಲ್ಲದೆ, ಈಗಾಗಲೇ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿರುವಂತೆ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಶಾಲಾ-ಸನ್ನಿವೇಶವು ಬಹುಶಃ ಅತಿ ಪ್ರಬಲ ಪ್ರಭಾವ ಬೀರುವ ಅಂಶವೆನ್ನಬಹುದು. ಏನೇ ಆಗಲಿ, ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಈ ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ ಚೌಕಟ್ಟು ಒಂದು ಬೋಧಪ್ರದವೂ, ಸಮರ್ಥವೂ ಆದ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿರುವ ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದ ಕಾರಣದಿಂದ ತಲೆದೋರಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ನನ್ನ ಡಾಕ್ಟರೇಟ್ ಅಧ್ಯಯನದ ವೇಳೆ ಕ್ಷೇತ್ರ-ಅಧ್ಯಯನವೊಂದನ್ನು ಕೈಗೊಳ್ಳಲಾಯಿತು. ಗಣಿತವನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಕರ ಧೋರಣೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದನ್ನು ಗುರಿಯಾಗಿರಿಸಿಕೊಂಡ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನಾವಳಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸಿ ಅದನ್ನು ಅನೇಕ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಷ್ಕರಿಸಲಾಯಿತು. ಇದರ ಉದ್ದೇಶವು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಶಿಕ್ಷಕನ ವರ್ಗೀಕರಣವಾಗಿರಲಿಲ್ಲ, ಬದಲಿಗೆ, ನಿರಪೇಕ್ಷವಾದದಿಂದ ದೋಷಸಂಭಾವ್ಯತಾವಾದದ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದವರೆಗೂ ಇರುವ ನಿಲವುಗಳನ್ನು ಅಖಂಡವಾಗಿ ಜೋಡಿಸಲು ಒಂದು ಸಾಧನವನ್ನು ನೀಡುವುದಾಗಿತ್ತು. ಈ ಪ್ರಶ್ನಾವಳಿಯ ವಿಕಾಸ ಹಾಗೂ ಅದರ ಮಾನ್ಯೀಕರಣವನ್ನು ನನ್ನ ಡಾಕ್ಟರೇಟ್ ಮಹಾಪ್ರಬಂಧದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ (ಲರ್ಮನ್, ೧೯೮೬). ಗಣಿತ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿನ ಶಿಕ್ಷಕರ ಶೈಲಿಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವ ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕೆಲವು ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಿಗೆ ಒಳಪಡಿಸಿದ ಬಳಿಕ ಪಾಠವೊಂದರ ಸಂಗ್ರಹಭಾಗವನ್ನು ವಿಡಿಯೋ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಆಹ್ವಾನಿಸುವುದೆಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲಾಯಿತು. ಶಿಕ್ಷಣ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮದ ಒಂದು ವರ್ಷ ಅವಧಿಯ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಪದವಿಯ ಅರ್ಹತಾಪತ್ರಕ್ಕಾಗಿ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದ ಗಣಿತ ಪದವೀಧರರನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ನಲವತ್ತೆರಡು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಈ ಪ್ರಶ್ನಾವಳಿಯನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿದರು. ಅವರಲ್ಲಿ ಕೆಲವರಿಗೆ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಪಾಠದ ಸಂಗ್ರಹಭಾಗದ ವಿಡಿಯೋ ತೋರಿಸಿ ಅವರ ಸಂದರ್ಶನ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಯಿತು.

ಗಣಿತ ಪಾಠಗಳ ಅನೇಕ ವಿಡಿಯೋ ಧ್ವನಿಮುದ್ರಣಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದ ಬಳಿಕ ಸೂಕ್ತ ಎನ್ನಿಸಿದ ಒಂದನ್ನು ಆರಿಸಲಾಯಿತು. ಈ ಆಯ್ಕೆಗೆ ಕಾರಣಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ:

(i) ಸಂಗ್ರಹಭಾಗದ ವಿಡಿಯೋ ಕಾಲಾವಧಿ ಐದು ನಿಮಿಷಗಳದ್ದಾಗಿತ್ತು. ಅತಿಯಾಗಿ ಮಾಹಿತಿ ನೀಡದೆ ಅನಿಸಿಕೆಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳಲು ಇಷ್ಟು ಸಮಯ ಪರ್ಯಾಪ್ತವೆಂದು ನಮಗೆ ತೋರಿತ್ತು.

(ii) ಈ ವಿಡಿಯೋ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಧ್ಯಯನದ ಪರಿಚಯ, ಅದರ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಹಾಗೂ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ತಮ್ಮಷ್ಟಕ್ಕೆ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನಿರತರಾಗಲು ಬಿಡುವುದರೊಂದಿಗೆ ಮುಕ್ತಾಯವನ್ನು ಕಂಡಿತ್ತು. ಈ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹಭಾಗದ ವಿಡಿಯೋ "ಪರಿಪೂರ್ಣವಾಗಿತ್ತು" .

(iii) ತರಗತಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕರನ್ನು ಕುರಿತು ನಮ್ಮ ಪ್ರಥಮ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆಯ ಒಂದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಇದು ಒದಗಿಸಿತ್ತು.

(iv) ಶಿಕ್ಷಕರ ಪರಿಚಯದ ರೀತಿ ವಿನೂತನವೂ, ಆಸಕ್ತಿ ಹುಟ್ಟಿಸುವಂತದ್ದೂ ಆಗಿದ್ದು, ಅದು ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಬೋಧನ ವಿಧಾನವನ್ನು ಮರೆಮಾಚುವಂತಿತ್ತು.

ನಾವು ತೋರಿಸಲು ಆರಿಸಿಕೊಂಡ ಸಂಗ್ರಹಭಾಗವು ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಏಕಕಾಲಿಕ ಪರಿಹಾರದ ವಿಷಯವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪರಿಚಯಿಸುವುದಾಗಿತ್ತು. ಶಿಕ್ಷಕರು ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾ ಮೊದಲುಮಾಡಿದರು:

c = ಕಾಫಿ ಲೋಟಗಳು; t = ಚಹಾ ಲೋಟಗಳು

$$c + 2t = 38.$$

ಬಳಿಕ ಶಿಕ್ಷಕಿಯು ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಕುರಿತು, ಈ ಸಮೀಕರಣವು ಏಳು ಲೋಟ ಕಾಫಿ ಹಾಗೂ ಎರಡು ಲೋಟ ಚಹಾಗಳನ್ನು 38 ರುಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಖರೀದಿಸಬಹುದು ಎಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆಯಾದರೆ, ಪ್ರತಿ ಲೋಟ ಕಾಫಿ ಹಾಗೂ ಪ್ರತಿ ಲೋಟ ಚಹಾದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ಕೇಳುತ್ತಾರೆ.

ವಿಡಿಯೋದಲ್ಲಿನ ಶಿಕ್ಷಕಿ ಚರಾಕ್ಷರಗಳಾದ c ಮತ್ತು tಗಳನ್ನು ಬೆಲೆಗಳಾಗಿ ನಿರ್ದೇಶಿಸುವ ಬದಲು ಲೋಟಗಳನ್ನಾಗಿ ನಿರ್ದೇಶಿಸಿದ ದೋಷವನ್ನು ನಾವು ಈ ವಿಡಿಯೋವನ್ನು ತೋರಿಸಿ ಸಂದರ್ಶನ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಗಮನಿಸಲಿಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಇಲ್ಲಿ ಗಮನಾರ್ಹ. ಈ ರೀತಿಯ ಸಂಗತಿಗಳು ಇರುವಾಗ ಶಾಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಚರಾಕ್ಷರದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೆಣಗಾಡುವುದು ನನಗೆ ಅಚ್ಚರಿಯುಂಟುಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ. ಇಷ್ಟಾಗಿಯೂ, ನಮ್ಮ ಸಂದರ್ಶನದ ಗಮನಕೇಂದ್ರ ಇದಾಗಿರಲಿಲ್ಲ.

ಒಂದೋ ಎರಡೋ ತಪ್ಪು ಸಲಹೆಗಳನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಬಹಳಷ್ಟು ಸಲಹೆಗಳನ್ನು ಪಡೆದ ಬಳಿಕ ಶಿಕ್ಷಕಿ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎದುರು ಇಡುತ್ತಾರೆ: ಇನ್ನಾರೋ ಒಬ್ಬರು ಬಂದು ಇನ್ನೂ ಒಂದಷ್ಟು ಲೋಟ ಕಾಫಿ ಹಾಗೂ ಚಹಾ ಖರೀದಿಸುತ್ತಾರೆ. ಇದನ್ನು,

$2c + 3t = 23$ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಿ

ಎಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತಾ, ಮೊದಲ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸುವ ಯಾವ ಉತ್ತರ ಎರಡನೇ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ. ಓರ್ವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ನೀಡಿದ ಬಳಿಕ, ಆ ಉತ್ತರವೊಂದೇ ಎರಡನೆಯದಕ್ಕೂ ಅನ್ವಯವಾಗುವ ಉತ್ತರವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಮೊದಲ ಸಮೀಕರಣದ ಇತರ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಎರಡನೇ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೂ ಅನ್ವಯಿಸಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾ ಶಿಕ್ಷಕಿ ತರಗತಿಯನ್ನು ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಹಲವು ವಿಧದ ಪೇಯಗಳನ್ನು ಆರ್ಡರ್ ಮಾಡಿ ಒಟ್ಟಾಗಿ ಹಣ ಪಾವತಿ ಮಾಡುವ ಸನ್ನಿವೇಶವು ಬಹುಶಃ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವೆನಿಸಬಹುದು ಎಂಬ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಬಳಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಯು ಆಸಕ್ತಿ ಹುಟ್ಟಿಸುವಂತದ್ದೂ, "ವಾಸ್ತವ" ಸ್ವರೂಪದ್ದೂ ಆಗಿತ್ತು ಎನ್ನಬಹುದು. ಆದರೂ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಬಳಸಿದ ಕಾಫಿ/ಚಹಾಗಳ ಬೆಲೆ, ಈ ವಿಡಿಯೋವನ್ನು ರೆಕಾರ್ಡ್ ಮಾಡಿದ ೧೯೯೦ರ ದಶಕದಲ್ಲೂ ವಾಸ್ತವಕ್ಕೆ ಅತಿ ದೂರವಾಗಿತ್ತು! ಆದರೆ, ಒಂದಷ್ಟು ಲೋಟ ಪೇಯಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿ, ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಪಾವತಿಸಿದ ಮೊತ್ತವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಪೇಯಗಳ ದರಗಳ ಸಂಭವನೀಯ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೇಳುವುದು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವ ಸನ್ನಿವೇಶವಲ್ಲ ಎನ್ನುವುದೂ ಅಷ್ಟೇ ಸತ್ಯ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಪಾಠವನ್ನು ಸ್ನೇಹಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನಡೆಸಿಕೊಟ್ಟು, ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಲು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾದ ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬಳಸುವ ಮೂಲಕ (ಮಾದರಿಯು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿದ್ದರೂ) ಶಿಕ್ಷಕರ ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಬೋಧನ ವಿಧಾನವು ಮರೆಮಾಚಲ್ಪಟ್ಟಿತಾದರೂ, ಈ ವಿಡಿಯೋವನ್ನು ನಮ್ಮ ಸಂದರ್ಶನಗಳಿಗಾಗಿ ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಮುಖ್ಯ ಕಾರಣ ಇದೇ ಆಗಿತ್ತು ಕೂಡ.

ಸಂದರ್ಶನಗಳ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು

ಇದನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು ನಾಲ್ಕು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಸಂದರ್ಶನ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಯಿತು. ಪ್ರಶ್ನಾವಳಿಯು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿದ ಪ್ರಕಾರ A ಮತ್ತು B "ನಿರಪೇಕ್ಷತಾವಾದ"ದ ಒಂದು ತುದಿಗೆ ನಿಂತರೆ, C ಮತ್ತು D ದೋಷಸಂಭಾವ್ಯತಾವಾದದ ಕಟ್ಟಕೊನೆಯನ್ನು

ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರು. ಈ ಸಂದರ್ಶನಗಳ ಪೂರ್ಣ ಪ್ರತಿಲಿಪಿಗಳು ತೋರುವಂತೆ (ಲರ್ಮನ್, ೧೯೮೯ಎ, ಪು. ೧೧೩-೧೧೮), ಬೋಧನ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಅತಿಯಾಗಿ ಪೂರ್ವನಿರ್ಧಾರಿತ ಮಿತಿಗಳಿಲ್ಲದಂತೆ ಇದ್ದು, ಶಿಕ್ಷಕಿಯು ತರಗತಿಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ನಿರ್ದೇಶಿಸಿದ್ದರೆ ಆಕೆ ಇನ್ನೂ ಯಶಸ್ಸು ಕಾಣುತ್ತಿದ್ದರು ಎಂಬುದು Aನ ಅನಿಸಿಕೆಯಾಗಿತ್ತು. ಆಕೆ ಮುಂದುವರೆದು, "... ಶಿಕ್ಷಕಿ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಸುಳುಹುಗಳನ್ನು, ಹೆಚ್ಚು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನವನ್ನೂ ನೀಡಿದ್ದರೆ ಚೆನ್ನಿತ್ತು. ಯಾವುದೇ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಒಳಪಡದ ಆಕೆಯ ಅನ್ವೇಷಣಾತ್ಮಕ ರೀತಿಯು ಅತಿಯೆನಿಸಿತು" ಎನ್ನುತ್ತಾಳೆ. ಅದೇ, ಸಂದರ್ಶನಕ್ಕೆ ಒಳಗಾದ Bಯು, "ಶಿಕ್ಷಕಿ ನೀಡಿದ ನಿರ್ದೇಶನದ ಪ್ರಮಾಣವು ಸೂಕ್ತವಾಗಿತ್ತು; ಆದರೆ, ಆಕೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಇನ್ನೂ ನೇರವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳಬೇಕಿತ್ತು; ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ಪಾಠದ ಕಡೆ ಗಮನ ನೀಡದಿದ್ದ ಅಥವಾ ಪಾಠವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳದಿದ್ದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಕೇಳಬಹುದಿತ್ತು." ಎಂದು ಹೇಳಿದ. ಆತ ಮುಂದುವರೆದು, "ಸುಮ್ಮನೆ ಇದ್ದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಆಕೆ ಪ್ರಚೋದಿಸಬಹುದಿತ್ತು. ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪಾಠಕ್ಕೆ ಗಮನವೀಯದೆ, ಪಾಠವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳದೇ ಸುಮ್ಮನೆ ಇದ್ದಾರೆಂದು ಆಕೆ ಕಾಣಬೇಕಿತ್ತು. ಅಂತಹ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗಮನವನ್ನು ಆಕೆ ಪಾಠದ ಕಡೆಗೆ ಸೆಳೆಯಬಹುದಿತ್ತು. ಆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಾವು ಮಗ್ನರಾಗಿದ್ದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ತೊರೆದು ಪಾಠದ ಕಡೆಗೆ ತಮ್ಮ ಮನಸ್ಸನ್ನು ಪುನಃ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಬಹುದಿತ್ತು. ಹೌದು, ನನ್ನ ಮಟ್ಟಿಗೆ ಅದೇ ಮುಖ್ಯವಾಗಿತ್ತು ಎಂದು ಅನಿಸುತ್ತದೆ . . . ಮೊದಲಿನಿಂದಲೂ ತರಗತಿಯು ನಿಶ್ಶಬ್ದವಾಗಿಯೂ, ಶಿಕ್ಷಕಿ ಹಾಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಡುವೆ ವಿಚಾರ ವಿನಿಮಯ ಕನಿಷ್ಠ ಮಟ್ಟದಲ್ಲೂ ಇತ್ತು" ಎನ್ನುತ್ತಾನೆ.

ತಾನು ಪಾಠದ ಬಗ್ಗೆ ಏನನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡಲಿಲ್ಲ ಎಂಬುದು Cಗೆ ಮೊದಲು ಅಷ್ಟೊಂದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿರದಿದ್ದರೂ, ಶಿಕ್ಷಕಿಯು ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವಲ್ಲಿ ಸಫಲರಾಗಿಲ್ಲವೆಂಬುದು ವ್ಯಕ್ತವಾಯಿತೆಂದು ಆಕೆಗೆ ಅನಿಸಿತು. ಆಕೆ, "ಶಿಕ್ಷಕಿ ಎರಡನೆಯ ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೆ ಹೋದಾಗ, ಸರಿ, ಮೊದಲನೆಯ ಲೆಕ್ಕದೊಂದಿಗೆ ಇರುವ ನಂಟನ್ನು ಆಕೆ ಈಗ ತೋರಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಕಾದರೂ, ಅವರು ಕೇವಲ, ಇದು ಇದಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ನಾನು ಬರೆದರೆ ಇದರಲ್ಲಿನ ಯಾವುದು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂದು ಕೇಳುತ್ತಾ ಪಾಠ ಮುಗಿಸಿದರು. ಆಕೆ ಏನನ್ನು ಮಾಡಬಹುದಿತ್ತು, ಗೊತ್ತಾ? ಎರಡನೇ ಸಮೀಕರಣವನ್ನೂ ಮೊದಲನೆಯದನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಂತೆಯೇ ಬಿಡಿಸಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸುಮಾರು ಹತ್ತು ಬೇರೆ-ಬೇರೆ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೀಡುವಂತೆ ಮಾಡಬಹುದಾಗಿತ್ತು. ಇಷ್ಟಾದ ಬಳಿಕ, ಸರಿ, ನೀವು ಇದರಿಂದ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ಎಂದು ಕೇಳುತ್ತಾ, ಸೂಕ್ತ ಉತ್ತರ ಸಿಕ್ಕಾಗ, ಇದನ್ನೇ ನಾವು ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಏಕಕಾಲಿಕ ಪರಿಹಾರ ಎನ್ನುವುದು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದಾಗಿತ್ತು."

Dಗೆ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿದ ವಿಧಾನ ಹಿಡಿಸಿತು. ಎಲ್ಲಾ ಉತ್ತರಗಳನ್ನೂ — ತಪ್ಪಾದವುಗಳನ್ನು ಕೂಡ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿದ ಶಿಕ್ಷಕಿಯ ಮನೋಧರ್ಮ ಆಕೆಗೆ ಮೆಚ್ಚುಗೆಯಾಯಿತು. ಶಿಕ್ಷಕಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗುರಿಯತ್ತ ಸಾಗುತ್ತಿದ್ದರು ಎಂಬ ವಿಚಾರವನ್ನು ಆಕೆ ಟೀಕಿಸಿದಳು. "ಆಕೆಯ ಮನೋಭಾವ ತುಂಬಾ ಮುಕ್ತವಾಗೇನೂ ಇರಲಿಲ್ಲ ಎಂಬುದು ನನ್ನ ಅನಿಸಿಕೆ. ಕೆಲವೊಂದು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಆಕೆ ಬಹಳ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗುರಿ ಹೊಂದಿದ್ದಳು ಎನ್ನಬಹುದು. ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಉತ್ತರದ ನಿರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿದ್ದರೂ ಎಲ್ಲಾ ಉತ್ತರಗಳನ್ನೂ ಒಪ್ಪಿಕೊಂಡು, ಎಲ್ಲಾ ಉತ್ತರಗಳನ್ನೂ ಆಕೆ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿದಳು." ಬಳಿಕ ಆಕೆ, ಎರಡನೇ ಸಮೀಕರಣದ ವಿಚಾರವಾಗಿ C ಸೂಚಿಸಿದ ವಿಧಾನವನ್ನೇ ಸೂಚಿಸಿದಳು.

ಸಂದರ್ಶನಕ್ಕೆ ಒಳಗಾದ C ಮತ್ತು D ಇಬ್ಬರೂ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ ಪರಿಹರಿಸುವುದೆಂದರೆ ಏನು ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗ್ರಹಿಸುವ ಬಗ್ಗೆ ಕಾಳಜಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವಂತೆ ತೋರುತ್ತಿತ್ತು. ಪ್ರತಿ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೂ ತನ್ನಷ್ಟಕ್ಕೇ, ಕಡಿಮೆ ಎಂದರೂ, ಬಹಳಷ್ಟು ಪರಿಹಾರಗಳಿದ್ದು, ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯವಾಗುವ ಪರಿಹಾರ ಒಂದೇ ಒಂದು ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗ್ರಹಿಸಿದರೋ, ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬ ಕಾಳಜಿ ಅದಾಗಿತ್ತು. ಶಿಕ್ಷಕಿಯ ವಿಧಾನದ ಕೆಲವು ಅಂಶಗಳ ಬಗ್ಗೆ, ಬೋಧನೆಯ ವಿಧಾನದ ಬಗ್ಗೆ ಅವರು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದ ಮೆಚ್ಚುಗೆಯು ಅವರು ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯ ಗುರಿಗಳನ್ನು ಕಾಣುವ ವಿಷಯವಾಗಿ, ಅಂದರೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಅಂತಗ್ರಸ್ತ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಪರಿಚಯಿಸುವುದರ ವಿಷಯವಾಗಿ, ಶಿಕ್ಷಕಿಯನ್ನು ಟೀಕಿಸುವಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಅಡ್ಡಿಯುಂಟುಮಾಡಲಿಲ್ಲ. ಸಂದರ್ಶನ ನೀಡಿದ A ಮತ್ತು B ಇಬ್ಬರೂ, ಬೋಧನ ವಿಧಾನವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಂದ ಸರಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು

ಹೊಮ್ಮಿಸುವಷ್ಟು ವಿವರಣಾತ್ಮಕವಾಗಿತ್ತೋ, ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆಯೇ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಆತಂಕಿತರಾದಂತೆ ತೋರುತ್ತಿತ್ತು. ಅವರಿಬ್ಬರೂ ಪಾಠದ ಕೆಲವು ಅಂಶಗಳಿಂದ — ಮುಖ್ಯವಾಗಿ, ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಮಾದರಿಯ ಆಯ್ಕೆಯಿಂದ ಹಾಗೂ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಶಿಕ್ಷಕಿಯ ಮುಕ್ತ ಮನೋಧರ್ಮದಿಂದ — ಪ್ರಭಾವಿತರಾಗಿದ್ದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿತ್ತಾದರೂ, ಬೇರೆ ಅಂಶಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಟೀಕೆ ಮಾಡದೇ ಇರಲಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಅವರಿಬ್ಬರೂ, ಮೊದಲ ಸಮೀಕರಣದ ವಿಭಿನ್ನ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅನುಸರಿಸಬೇಕಾದ ವಿಧಾನದ ಬಗ್ಗೆ ಶಿಕ್ಷಕಿ ಸಾಕಷ್ಟು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಇರಲಿಲ್ಲ ಎಂಬ ವಿಚಾರವಾಗಿ ಹೆಚ್ಚು ಆತಂಕಿತರಾಗಿದ್ದರು. ತಾತ್ಪರ್ಯವೇನೆಂದರೆ, ನಿರಪೇಕ್ಷವಾದದ ಅತಿ ಎನ್ನಬಹುದಾದ ಇಬ್ಬರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿಡಿಯೋದಲ್ಲಿನ ಶಿಕ್ಷಕಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ತಕ್ಕಮಟ್ಟಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಿಲ್ಲವೆಂದೂ, ಬಹಳ ಮುಕ್ತಭಾವವನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಿದ್ದಾರೆಂದೂ ಅಭಿಪ್ರಾಯಪಟ್ಟರೆ, ಅತಿ ದೋಷಸಂಭಾವ್ಯತಾವಾದಿಗಳಾದವರು ಆಕೆ ಅಷ್ಟೊಂದು ಮುಕ್ತವಾಗಿ ಏನೂ ಇರಲಿಲ್ಲ ಹಾಗೂ ಬಹಳ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಗುರಿ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡಿದ್ದರು ಎಂದು ಅಭಿಪ್ರಾಯಪಟ್ಟಿದ್ದು ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಸಂಗತಿ. ಆಚರಣೆಯಲ್ಲಿ ಬೋಧನ ಶೈಲಿಗಳು ಶಿಕ್ಷಕರ ಮಮನೋಧರ್ಮಗಳ ಹಾಗೂ ಬೋಧನೆಗಳ ನಡುವೆ ನೇರ ಸಂಬಂಧ ಕಾಣಲಾಗದಂತೆ ಅನೇಕ ಅಂಶಗಳಿಂದ, ಅದರಲ್ಲೂ ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಶಾಲಾ ಸನ್ನಿವೇಶದಿಂದ, ಇಷ್ಟು ನೇರವಾದ ಪ್ರವೃತ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ಬೋಧನೆಯ ನಡುವೆ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯ ಕಲ್ಪಿಸುವಿಕೆಯಿಂದ ತೀವ್ರ ಪ್ರಭಾವಕ್ಕೆ ಒಳಗಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಪ್ರಭಾವದ ಬಾಧೆಗೆ ಒಳಗಾಗದ ಶಿಕ್ಷಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸಂದರ್ಶನಕ್ಕೆ ಆಯ್ಕೆಮಾಡಿದ್ದು ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತಹ ಅಭಿಪ್ರಾಯ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಕಾರಣವಿರಬಹುದು. ಫಲಿತಾಂಶಗಳಾದರೋ, ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿರುವಂತೆ, ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಸಂಪರ್ಕ ಕೊಂಡಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವಂತೆ ಇವೆ. ಸಂಶೋಧನೆಯ ಕ್ರಮವು ಕೂಡ ಶಿಕ್ಷಕರ ಶಿಕ್ಷಣದ ಪಾಠಗಳಲ್ಲಿ ವಿಡಿಯೋ ಚಿತ್ರೀಕರಣದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

ಕೆಲವು ಧ್ವನಿತಾರ್ಥಗಳು

ಜ್ಞಾನ ಹಾಗೂ ಜ್ಞಾನಾರ್ಜನೆಯ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳು ಸಂಶೋಧನೆಯ ಅಗತ್ಯಗಳು ಎಲ್ಲಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು, ಸಮಾಜ ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಣ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಪಾತ್ರ ಏನು ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದಾದ ಚೌಕಟ್ಟನ್ನು ಕೂಡ ನೀಡುತ್ತವೆ. ಇದರ ಕೆಲವು ನಿದರ್ಶನಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗುವುದು.

a) ಕಲಿಕೆ ಎಂದರೆ ಏನು, ಹಾಗೂ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದೆಂದರೆ ಏನು, ಎಂಬುದರ ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳ ಮೇಲೆ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ಗಣಿತಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ಕಲ್ಪನೆಗಳು ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿವೆ. ಅವು ತಮ್ಮಷ್ಟಕ್ಕೇ ಸ್ಥಿರವಾಗಲೀ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಲೀ, ಮೌಲ್ಯಮುಕ್ತವಾಗಲೀ ಅಲ್ಲ. ಹರ್ಟ್ ಹಾಗೂ ಇತರರನ್ನು (೧೯೮೧) ಉಲ್ಲೇಖಿಸುವುದಾದರೆ, ನಾವು ಗಣಿತವನ್ನು ಇಷ್ಟೊಂದು ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಕಲಿಯುತ್ತಿದ್ದರೂ, ಅದನ್ನೊಂದು “ಅತಿ ಕ್ಲಿಷ್ಟ” ವಿಷಯವನ್ನಾಗಿಯೂ, ಕೆಲವರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತೆಯೂ, ಉಳಿದವರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗದಂತೆಯೂ ಕಾಣುವ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ತೋರುತ್ತೇವೆ. ಮೊದಲಿಗೆ, ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವು ನಮ್ಮ ಸುತ್ತಲಿನ ಜಗತ್ತಿನೊಂದಿಗಿನ ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಒಡನಾಟಗಳಿಗೆ, ಕೆಲವು ವಿಚಾರಧಾರೆಗಳ ಪ್ರಯೋಗಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಭಾಷಾಕ್ರೀಡೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದಾದರೆ ಅದು ಅಷ್ಟೊಂದು ಕ್ಲಿಷ್ಟವೆನಿಸಬಾರದು. ಎರಡನೆಯದಾಗಿ, ಮಕ್ಕಳು ಹಾಗೂ ವಯಸ್ಕರು ಕೆಲವು ಸಂಕೀರ್ಣ ಗಣಿತೀಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಸಫಲವಾಗಿ — ಅದಕ್ಕೂ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ — ಆರಾಮವಾಗಿ ನೆರವೇರಿಸುತ್ತಿದ್ದರೂ, ಗಣಿತ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಅದೇ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸುವಲ್ಲಿ, ಅಷ್ಟೇ ಯಶಸ್ಸು ಕಾಣುವಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಗಣಿತ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಆರಾಮವಾಗಿ ಇರುವಂತೆ ಭಾವಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಸೋಲುತ್ತಿರುವುದು ಸತ್ಯವೆಂದು ತೋರಿಸಲು ಅನೇಕ ದಾಖಲೆಗಳಿವೆ.

ಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ವಿಷಯವಾಗಿ ಇರುವ ನಮ್ಮ ಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಇದು ಒಂದು ಮೂಲಭೂತವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲೇ ಸವಾಲೊಡ್ಡುತ್ತದೆಯಲ್ಲದೆ, ಸಂವಾದ, ಮರುಚಿಂತನೆ ಹಾಗೂ ಸಂಶೋಧನೆಯ ಹೊಸ ಹಾದಿಗಳನ್ನು ಆಗ್ರಹಿಸುತ್ತದೆ. ಕಲಿಕೆಯ ನೂತನ ಮಾರ್ಗಗಳು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದ ನೂತನ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ “ಸಾಮರ್ಥ್ಯ”ದ ನೂತನ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು

ಬೇಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ತರಗತಿಯೊಳಕ್ಕೆ ಮಕ್ಕಳು ಹೊರಗಿನಿಂದ ತರುವ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯವಾಗಿ ಮೈದಾಳುವ ಮಗುವಿನ ಸಂರಚನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಗಮನ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುವ ಅತಿ ವಿಭಿನ್ನ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕಾಬ್ ೧೯೮೬), ಮಕ್ಕಳ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವ ಬದಲಿಗೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಬೋಧಿಸುವುದರ ಗ್ರಹಿಕೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ಮಾಮೂಲಿ ರೂಢಿಗತ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಎರಡನೇ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯಾದ ಮಕ್ಕಳ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯ ವಿಚಾರವು ಪ್ರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಬಹಳಷ್ಟು ಸಂವಾದ ಹಾಗೂ ಸಂಶೋಧನೆಗಳ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದುವಾಗಿದೆಯಾದರೂ, ಇಲ್ಲಿ ನಾನು ಹೇಳಬೇಕೆಂದಿರುವುದು "ಸಾಮರ್ಥ್ಯ"ದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯು ನಾವು ವ್ಯವಹರಿಸುತ್ತಿರುವ "ತಿಳಿವಳಿಕೆಯ" ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆಯೇ ಹೊರತು ಬೇರೆ ಯಾವುದೋ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು. ನಾವು ಮಕ್ಕಳ ಗಣಿತದ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಸ್ವತಂತ್ರ ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಗೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ಮತ್ತು ಗಣಕಯಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಗಣಕಯಂತ್ರ ಪರಿಭಾಷೆಯಾದ "ಲೋಗೋ" ಮೂಲಕ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸುವುದೇ ಆದರೆ, ಅವರ ಪ್ರಗತಿಯ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಕ್ಕೆ ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಈ ವಿಧಾನಗಳ ರೀತ್ಯಾ "ತಿಳಿವಳಿಕೆ"ಯೆಂದರೆ ಯಾವುದೋ ಕಲಿತ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸುವಲ್ಲಿ ಸಫಲರಾಗುವುದೆಂದಲ್ಲ. ಈ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ ಇದನ್ನು ಮಕ್ಕಳ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳ ಚೌಕಟ್ಟಿನೊಳಗೆ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಲಾದ ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಪೇಪರ್ ಪರೀಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಗುರುತಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇಷ್ಟಾದರೂ, ನಾವು ಮಕ್ಕಳ ಗಣಿತೀಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಕ್ಕಾಗಿ ಈ ಮಾದರಿಗೇ ಆತುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ.

b) ಗಣಿತದ ಬಗೆಗಿನ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾವಾದಿ ಅಥವಾ ದೋಷಸಂಭಾವ್ಯತಾವಾದಿ ಧೋರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ಗಣಿತವು ಸಂಸ್ಕೃತಿಭರಿತವೂ, ಮೌಲ್ಯಭರಿತವೂ ಆಗಿದೆಯೆಂಬ ತೀರ್ಮಾನವು ಸೇರಿಹೋಗಿರುತ್ತದೆ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣವು ರಾಜಕೀಯಕ್ಕೆ ಮೂಗು ತೂರಿಸಲು ಅನುವುಮಾಡಿಕೊಡುವುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದಾದ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿನ ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಕ್ಕಿಂತ ಇದು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ, ಇದನ್ನು ಗಣಿತದ ದುರುಪಯೋಗವೆಂದೇ ಕಾಣಲಾಗುತ್ತಿದ್ದು, ಶಿಕ್ಷಕರು ತಮ್ಮ ಪ್ರಶ್ನೆ, ಮಾತುಗಳ ಆಯ್ಕೆಯಲ್ಲಿ ಎಚ್ಚರವಹಿಸಿದರೆ ಗಣಿತದ ತಾಟಸ್ಥ್ಯವನ್ನೇ ಕಾಪಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ನಾವು ಗಣಿತಜ್ಞಾನದ ಸಾಮಾಜಿಕ ಸ್ವರೂಪದ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಕ್ಕೆ ಆತುಕೊಂಡರೆ, ಮೌಲ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಸಿಲುಕಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗಬಹುದು. ನಾವು ಬೋಧಿಸುವ ಗಣಿತೀಯ ವಿಚಾರಗಳು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕಾಲ ಹಾಗೂ ದೇಶದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಜ್ಞನ ವೈಯಕ್ತಿಕ ಅಥವಾ ವಿಸ್ತೃತ ಸಮಾಜದ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಅಥವಾ ಕೆಲವೊಂದು ಸಾಮಾಜಿಕ ಅಗತ್ಯದಲ್ಲಿ ಜನ್ಮತಳೆದಿರಬಹುದು. ಗಣಿತದ ಇತಿಹಾಸ ಹಾಗೂ ಸಮಾಜಶಾಸ್ತ್ರಗಳು ಗಣಿತ ಎಂದರೆ ಏನು, ಅದು ಹೇಗೆ ವಿಕಾಸವಾಗುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಹೇಗೆ ಅದು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಾಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟಕಾಲದಲ್ಲಿ ತನ್ನ ಕರ್ತವ್ಯ ನಿಭಾಯಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕುರಿತ ಮಾಹಿತಿಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಆಕರಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಇದು, ಯಾರು ದ್ವಿಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರು ಅಥವಾ ಯಾವಾಗ ಲಘುಗಣಕದ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಅಣಿಗೊಳಿಸಲಾಯಿತು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಬದಲಿಗೆ, ಗ್ರೀಕರೇಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯನ್ನು ಮೆಚ್ಚಿಕೊಂಡರು ಅಥವಾ ಬ್ರಿಟಿಷ್ ಗಣಿತಜ್ಞರೇಕೆ ಯೂಕ್ಲಿಡೇತರ ಜ್ಯಾಮಿತಿಗಳನ್ನು ವಿಕಾಸಗೊಳಿಸಲಾಗಲಿಲ್ಲ ಎಂಬುದಾಗಿ ನಾವು, ಊಹೆ ಮತ್ತು ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ಮಾಡುವಂತೆಯೇ, "ಪಾಸ್ಕ್ಯಾಲ್ ತ್ರಿಭುಜ"ವನ್ನು ಅವನ ಹುಟ್ಟಿಗೂ ಹಲವು ಶತಮಾನಗಳ ಮೊದಲೇ ಚೀಣಿಯರು ಹೇಗೆ ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರೆಂಬುದನ್ನೂ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕ್ಕೊಳ್ಳಲು ಯತ್ನಿಸಬಹುದು. ಅಥವಾ ಅತ್ಯಂತ ಅಮೂರ್ತ ಗಣಿತೀಯ ತರ್ಕವನ್ನು ಫ್ರೇಜ್ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಿದ್ದಾದರೂ ಏತಕ್ಕೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. "ಉಚಿತ" (correct) ಗಣಿತ ಅಥವಾ "ಅನುಚಿತ" ಗಣಿತದ ವಿಚಾರವಾಗಿ ನಾವು ನಿಷ್ಪಕ್ಷಪಾತ ತೋರಬಹುದು. ಜೊತೆಗೆ, ಹೇಗೆ ಗಣಿತವು ಇರುವುದಕ್ಕಿಂತಲೂ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ವಿಕಾಸವಾಗಬಹುದಿತ್ತು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

ಎಲ್ಲಾ ವಿಧದ ನಿರ್ಣಯಗಳನ್ನು ಕೈಗೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ ಆಡಳಿತ ವರ್ಗಗಳು ಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿರುವುದರಿಂದಾಗಿ, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲು, ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನೆರವು ನೀಡುವುದರಿಂದ ಅಧಿಕಾರ ವರ್ಗವು ನೀಡುವ

ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸುವ, ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವ, ವಿಮರ್ಶಿಸುವ ಹಾಗೂ ತತ್ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ಸಮಾಜವನ್ನು ಬದಲಿಸುವ ಅಧಿಕಾರವು ಜನರ ಕೈಯಲ್ಲಿ ನೆಲೆಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ (ಲರ್ಮನ್ , ೧೯೮೭ಎ).

ಇತ್ತೀಚೆಗೆ ಇಂಗ್ಲೆಂಡಿನ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ಗಣಿತದ ಪ್ರಶ್ನೆಯು ಸಂಪ್ರದಾಯಶರಣ ಪತ್ರಿಕಾ ಮಾಧ್ಯಮದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾರಿ ಸಂಚಲನ ಮೂಡಿಸಿದ ಸಂಗತಿ ಮೇಲಿನ ಕೆಲವು ಅಂಶಗಳಿಗೆ ದೃಷ್ಟಾಂತವಾಗಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಅತಿ ಶಕ್ತಿಶಾಲಿ ರಾಷ್ಟ್ರಗಳು ಶಸ್ತ್ರಾಸ್ತ್ರಗಳಿಗಾಗಿ ವ್ಯಯಿಸುವ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನೀಡಿ, ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಅವರನ್ನು ಆಹ್ವಾನಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಇದೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಕೊನೆಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಜಗತ್ತಿನ ಹೊಟ್ಟೆಗಿಲ್ಲದವರ ಒಂದು ವರ್ಷದ ಪೋಷಣೆಯ ವ್ಯಯ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅಂಕಿ-ಅಂಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿ, ಶಸ್ತ್ರಾಸ್ತ್ರಗಳ ಮೇಲಿನ ಎಷ್ಟು ವಾರಗಳ ವ್ಯಯ ಈ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಬಹುದು ಎಂದು ಕೇಳಲಾಗಿತ್ತು. ಅದೇ ಪತ್ರಿಕೆಯ ಮತ್ತೊಂದು ಪರೀಕ್ಷಾ ಪ್ರಶ್ನೆಯು ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ಹಡಗನ್ನು ಹೊಡೆದು ಮುಳುಗಿಸಲು ಕ್ಷಿಪಣಿಯನ್ನು ಉಡಾಯಿಸಬೇಕಾದ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಇದ್ದು, ಇದನ್ನು ಮಾಧ್ಯಮಗಳು ಟೀಕಿಸಲೇ ಇಲ್ಲ. ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ವಿಕಾಸದ ಈ ಕ್ಷೇತ್ರವು ವಿವಾದಾಸ್ಪದವೆಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದ್ದರೂ ಇದು, ಗಣಿತದ ಸಾಮಾಜಿಕ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದ ಪರಿಣಾಮವೆಂಬುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಛಿ) ಇಂದು ಜನಾಂಗೀಯ ಗಣಿತ ಹಾಗೂ ಬಹುಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ಗಣಿತಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಭಾರಿ ಚರ್ಚೆ ನಡೆಯುತ್ತಿದೆ. ನಾವೇನಾದರೂ ಇರುವುದು ಒಂದೇ ಗಣಿತ; ಅದು ನಮ್ಮ ಜಗತ್ತನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ ಇರುವ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವೂ, ಸಮಗ್ರವೂ, ಸಂದೇಹಾತೀತವೂ ಆದ ಜ್ಞಾನಸಂಚಯವೆಂಬ ನಿಲುವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿಕೊಂಡರೆ ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ನ್ಯಾಯ ಒದಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ; ಏಕೆಂದರೆ, ನಾವು ಬಹಳಷ್ಟು ಮಂದಿ ಇಂದು ಪ್ರಶ್ನಾತೀತವೆಂದು ಒಪ್ಪಿಕೊಂಡಿರುವ ಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ, ವಿಧಾನಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಅರ್ಥಗಳಿಗೆ ಪರ್ಯಾಯಗಳಿವೆ ಎಂಬ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಅವು ತಮ್ಮೊಂದಿಗೆ ತರುತ್ತವೆ. ಇದು ಜಾನಪದ ಕಲೆಯನ್ನು ವಿಲಕ್ಷಣವೆಂದು ಗುರುತಿಸುವುದೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದಾದರೆ, ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿದ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳೆಡೆಗೆ ಸಾಗಲು ಒದಗಿಬಂದರೆ ಮಾತ್ರ ಜಾನಪದ ಕಲೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಕಾರಿಯೆಂದು ನೋಡುವುದಾಗಲೀ, ಬಹುಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ಗಣಿತವನ್ನು ಗಣಿತದ ಇತಿಹಾಸದ ಒಂದು ಲಘುಘಟಕವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವುದಾಗಲೀ ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ಸಾಮ್ರಾಜ್ಯವಾದದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶವಾಗಿದ್ದಿರಬಹುದು. ಗಣಿತವು ಬೇರೆ ರೀತಿಯೂ ಇರಬಹುದೆಂಬ ಹಾಗೂ ಆ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ ಅದು ಬೇರೆಯೂ ಆಗಿರಬಹುದೆಂಬ ವಿಚಾರವನ್ನು ಒಪ್ಪಿಕೊಂಡರೆ ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಕೋನ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ. ಗಣಿತದ ಮೌಲ್ಯಗಳ ವಿಚಾರವಾಗಿ ಮೇಲೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಇದನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವುದರಿಂದ ಇತ್ತೀಚಿನ ಜನಾಂಗಭೇದ-ವಿರೋಧಿ ನೀತಿಯ ಗಣಿತದ ಬಗೆಗಿನ ಕೆಲವು ಇತ್ತೀಚಿನ ಅಧ್ಯಯನವನ್ನು (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಪ್ರಾಂಕನ್‌ಸ್ಟೈನ್, ೧೯೮೧) ಸೂಕ್ತ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ನೋಡುವಂತಾಗುತ್ತದೆ.

ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಬಂಧಿತ ಸಂಶೋಧನೆಯು ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳಿಂದ ಮುಕ್ತವಾಗಿಲ್ಲವಾದ್ದರಿಂದ, ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿರುವಂತಹ ಮೂಲಭೂತ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಗಳು ಪೂರ್ವಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಗ್ರಹಿಕೆಗಳನ್ನು ಬಯಲು ಮಾಡಿ ಸಂಶೋಧನೆಯ ಹೊಸ ಹಾದಿಗಳನ್ನು ತೆರೆಯಲು ಮಾತ್ರವೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಮನಃಶಾಸ್ತ್ರ ಮತ್ತು ತತ್ತ್ವಶಾಸ್ತ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ನಿಕಟ ಒಡನಾಟಕ್ಕೂ ಎಡೆಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಪತ್ರವ್ಯವಹಾರ: Dr Stephen Lerman, South Bank Polytechnic, 103 Borough Road, London SE1 OAA, United Kingdom.

ಉಲ್ಲೇಖಗಳು:

BISHOP, A. J. (1976) Decision-making, The Intervening Variable, *Educational Studies in Mathematics,* 7, pp. 41–47.

BLOOR, D. (1976) *Knowledge and Social Imagery* (London, Routledge & Kegan Paul).

COBB, P. (1986) Contexts, Goals, Beliefs and Learning Mathematics, *For The Learning of Mathematics,* 6(2), pp. 2–9.

FRANKENSTEIN, M. (1981) A Different Third R: radical math, *Radical Teacher,* 20, pp. 14–18.

HART, K. (Ed) (1981) *Children's Understanding of Mathematics: eleven to sixteen* (London, Murray).

HERSH, R. (1979) Some Proposals for Reviving the Philosophy of Mathematics, *Advances in Mathematics,* 31(1), pp. 31–50.

LAKATOS, I. (1977) *Proofs and Refutations* (Cambridge, Cambridge University Press).

LAKATOS, I. (1978) A renaissance of empiricism in the recent philosophy of mathematics, in: J. WORRAL & G. CURRIE (Eds) *Mathematics Science and Epistemology: philosophical papers Vol. 2* (Cambridge, Cambridge University Press).

LERMAN, S. (1983) Problem-solving or knowledge-centred: the influence of philosophy on mathematics teaching, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 14(1), pp. 59–66.

LERMAN, S. (1986a) Alternative Views of the Nature of Mathematics and Their Possible Influence on the Teaching of Mathematics, *unpublished PhD dissertation,* King's College (KQC), London.

LERMAN, S. (1986b) Learning mathematics as a revolutionary activity, paper presented at the conference Research into Social Perspectives of Mathematics Education (London, University of London Institute of Education).

LERMAN, S. (1987) Investigations, where to now? or problem-posing and the Nature of Mathematics, *Perspectives,* 33 (Exeter, University of Exeter).

NICKSON, M. (1981) Social Foundations of the Mathematics Curriculum, *unpublished PhD dissertation,* University of London Institute of Education.

POST, T. R., WARD, W. H. & WILSON, V. W. (1977) Teachers', principals' and university faculties' view of mathematics learning and instruction as measured by a mathematics inventory, *Journal for Research in Mathematics Education,* 8(5), pp. 332–344.

THOM, R. (1972) Modern Mathematics: does it exist?, in: A. G. HOWSON (Ed.) *Developments in Mathematical Education* (Cambridge, Cambridge University Press).

THOMPSON, A. G. (1984) The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice, *Educational Studies in Mathematics,* 15, pp. 127–195.