ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು

ನಾರಾಯಣ ಮೆಹೆರ್

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವಿವಿಧ ಅರ್ಥಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುವುದು ಈ ಲೇಖನದ ಗುರಿ. ಲೇಖನವು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲೆಯ ಆರಂಭಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಕಲಿಸಲು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ವಿಷಯಾಧಾರಿತ ಬೋಧನಾ ಜ್ಞಾನದ (Pedagogical Content Knowledge) ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುತ್ತಿರುವ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಹಂತದತ್ತ ಸಾಗಲು ಅಗತ್ಯ ಬೆಂಬಲ ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಗಣಿತದ ಒಂದು ಮಹತ್ವದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯಾಗಿದ್ದು, ಇದನ್ನು ಶಾಲೆಯ ಆರಂಭಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣವಾದ ಅವುಗಳ ಎರಡು ಅಂತಸ್ತಿನ ನಿರೂಪಣೆಗೆ ಒಂದು ಸಂದರ್ಭೋಚಿತ ಉತ್ತಮ ಪರಿಚಯ ಅಗತ್ಯ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಈ ರೀತಿಯ ಪರಿಚಯ ನೀಡದೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಬೋಧಿಸಿದಾಗ, ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ತಿಳಿವಳಿಕೆ ಇಲ್ಲದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ವಿಷಯವು ಹೊರೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಯಾಂತ್ರಿಕವಾಗಿ ಅಥವಾ ಕಂಠಪಾಠದ ಮೂಲಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಕಲಿಸುವುದು ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.

ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವಿಷಯವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೀಗೆ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ: *ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು $\frac{a}{b}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ, ಇಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. a ಅನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ ಎಂದು ಮತ್ತು b ಅನ್ನು ಛೇದ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂಶವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣದಿಂದ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡ ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, ಛೇದವು ಆ ಪೂರ್ಣವನ್ನು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಕೇಕ್ ಅನ್ನು 4 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿದಾಗ, $\frac{1}{4}$ ಎಂಬುದು ಆ ನಾಲ್ಕರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. $\frac{1}{4}$ ಎಂಬುದು ಪ್ರತಿ ಭಾಗದ ಗಾತ್ರವೂ ಆಗಿದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ, $\frac{3}{4}$ ಎಂದರೆ ಅದೇ ಕೇಕ್‌ನಿಂದ ಪಡೆದ ಅಂತಹ 3 ಭಾಗಗಳು. $\frac{3}{4}$ ಎಂಬುದು $\frac{1}{4}$ ಗಾತ್ರದ 3 ಭಾಗಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂಶವು 1 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ (ಅಂದರೆ ಕೇವಲ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದರೆ), ಅದನ್ನು ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿ (Unit Fraction) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಅಂಶವು 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ, ಅದನ್ನು ಏಕಾಂಶವಲ್ಲದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ (Non-unit Fraction) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.*

ಮುಖ್ಯವಾಗಿ 3 ರೀತಿಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿವೆ:

ಎ) ಅಂಶ < ಛೇದ (ಉದಾ. $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{7}$, ಇತ್ಯಾದಿ.) ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದಿಂದ ಇಂತಹ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಕ್ಕಿಂತ ಅಥವಾ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದು ಸ್ಪಷ್ಟ. ಇವುಗಳನ್ನು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು (Proper Fractions) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಬಿ) ಅಂಶ > ಛೇದ (ಉದಾ. $\frac{5}{4}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{7}{3}$, ಇತ್ಯಾದಿ.) ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಮೌಲ್ಯವು 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\frac{5}{4}$ ರ ಅರ್ಥವೇನೆಂದರೆ, ಒಂದು ಪೂರ್ಣವನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಭಾಗಗಳಾಗಿ (4 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳು) ವಿಂಗಡಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅಂತಹ 5 ಭಾಗಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಅಂತಹ 4 ಭಾಗಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವುದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಅಥವಾ 1 ಆಗುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ನಾವು ಇನ್ನೊಂದು $\frac{1}{4}$ ಭಾಗವನ್ನು ಆರಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟ. ಒಂದು ಪೂರ್ಣಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರುವ ಇಂತಹ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು (Improper Fractions) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಸಿ) ಅಂಶ = ಛೇದ (ಉದಾ. $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{7}$, ಇತ್ಯಾದಿ.) ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಮೌಲ್ಯವು ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಗೊಂದಲ ಉಂಟಾಗುವುದರಲ್ಲಿ ಆಶ್ಚರ್ಯವೇನಿಲ್ಲ....!

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: *ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಗಣಿತ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ತಿಳಿವಳಿಕೆ, ದೃಶ್ಯೀಕರಣ*

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಎದುರಿಸುವ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ತೊಂದರೆಗಳು

1. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಕೇತ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ (ಛೇದವು ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿರಬಾರದು). ಆದರೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ಅರ್ಥವು ಆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಪರಿಮಾಣಕ್ಕಿಂತ ಬಹಳ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\frac{2}{5}$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು 2 ಎಂದೂ ಅಲ್ಲ, 5 ಎಂದೂ ಅಲ್ಲ ಅಥವಾ 2 ಮತ್ತು 5 ರ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ. $\frac{2}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{2}$ ಸಹ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬೇಕು ಎಂದು ಕಲಿಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ವಿನಿಯೋಗಿಸಬೇಕು; ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಅವರಿಗೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗುವಂತಹ ನೈಜ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದು ಅವಶ್ಯ.

2. ಹೊಸ ಪದಕೋಶ

ಅಂಶ, ಛೇದ, ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿ, ಏಕಾಂಶವಲ್ಲದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ, ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮತ್ತು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮುಂತಾದ ಹೊಸ ಪರಿಭಾಷೆಗಳಿಗೆ ಬಹಳ ಬೇಗ ಒತ್ತು ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಬೋಧನೆ ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಎರಡರಲ್ಲೂ ಅರ್ಥಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಪದಕೋಶದ ಮೇಲೆ ಗಮನ ಹರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅರ್ಥದ ನಿಜವಾದ ಮಹತ್ವದಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ದೂರ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

3. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಕ್ರಮಬದ್ಧತೆ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಜೋಡಿಸುವುದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಕಷ್ಟಕರವಾಗಿದೆ. 8, 2 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ. ಆದರೆ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ. ಇದು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಗೊಂದಲವನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸುತ್ತದೆ. ಎರಡು ಸತತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುವುದಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ಎರಡು ಅಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ನಡುವೆ ಅನೇಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿಯೇ ಅವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಜೋಡಿಸುವುದು ಕಷ್ಟ. ಏಕಾಂಶವಲ್ಲದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಕಷ್ಟಕರವಾಗಿದೆ.

4. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಮೇಲಿನ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಗಳು

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡುವಾಗ ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವಾಗ, ಬಿಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಗಳಿಗೆ ಕೂಡಲಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಬಿಡಿಗಳಿಂದ ಕಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ, ಹತ್ತನ್ನು ಹತ್ತಕ್ಕೆ ಕೂಡಲಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಹತ್ತರಿಂದ ಕಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ, ಇತ್ಯಾದಿ. ಆದರೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ, ಅಂಶಗಳನ್ನು ಅಂಶಗಳಿಗೆ ಕೂಡುವುದಿಲ್ಲ/ಕಳೆಯುವುದಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳನ್ನು ಛೇದಗಳಿಗೆ ಕೂಡುವುದಿಲ್ಲ/ಕಳೆಯುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ– 35 + 54 = 89 (5 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು 4 ಬಿಡಿಗಳಿಗೆ ಕೂಡಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು 3 ಹತ್ತುಗಳನ್ನು 5 ಹತ್ತುಗಳಿಗೆ ಕೂಡಿಸಲಾಗಿದೆ)

ಆದರೆ $\frac{1}{3} + \frac{3}{5} \neq \frac{4}{8}$ (ಅಂಶವನ್ನು ಅಂಶಕ್ಕೆ ಕೂಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ, ಮತ್ತು ಛೇದವನ್ನು ಛೇದಕ್ಕೆ ಕೂಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ). ಆದರೆ ಆಶ್ಚರ್ಯವೆಂದರೆ, ಗುಣಿಸುವಾಗ, ಅಂಶಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಗುಣಿಸಿ, ಛೇದಗಳನ್ನು ಸಹ ಗುಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ, ಇದು ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗಿದ್ದರೂ, ಭಾಜಕದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಭಾಜ್ಯದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ನಿಯಮಗಳ ಮೇಲೆ ಮಾತ್ರ ಗಮನ ಹರಿಸುವುದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಕ್ರಮವಿಧಿಗಳ (algorithms) ಜಟಿಲತೆಯಲ್ಲಿ ಸಿಲುಕಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವುದೇ ಅವರ ಅಂತಿಮ ಗುರಿಯಾಗಿಬಿಡುತ್ತದೆ.

ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ, ನಾನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವಿಭಿನ್ನ ಅರ್ಥಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತೇನೆ. ಈ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ತಮ್ಮ ಬೋಧನಾ ಶೈಲಿಯನ್ನು ಸುಧಾರಿಸುವಲ್ಲಿ ನೆರವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇವಲ ನೆನಪಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುವ ಬದಲು, ವಿಷಯವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಆಲೋಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವಿಭಿನ್ನ ಅರ್ಥಗಳು

Behr, Harel, Post, Lesh [1], Kieren [3], and Lamon [4] ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಅನೇಕ ಅರ್ಥಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ. ಅವರು ಗುರುತಿಸಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಐದು ವಿಭಿನ್ನ ಅರ್ಥಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ [2].

1. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂದರೆ ಪೂರ್ಣದ ಒಂದು ಭಾಗ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ಭಾಗ
2. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂದರೆ ಅಳತೆ
3. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂದರೆ ಭಾಗಾಕಾರದ ಫಲಿತಾಂಶ
4. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂದರೆ ಅನುಪಾತ
5. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂದರೆ ಪರಿವರ್ತಕ (Operator)

ಒಂದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ $\frac{a}{b}$ ಈ ಯಾವುದೇ ಅರ್ಥವನ್ನು ಹೊಂದಬಲ್ಲದು ಎಂಬುದು ಒಂದು ಆಶ್ಚರ್ಯಕರ ಸಂಗತಿಯೇ ಸರಿ. ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂದರ್ಭದ ಹಿನ್ನಲೆಯಿಲ್ಲದೆ ಕೇವಲ ಸಂಕೇತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿದಾಗ, ಅದರ ಉದ್ದೇಶಿತ ಅರ್ಥ ಏನೆಂದು ಗ್ರಹಿಸುವುದು ಅವರಿಗೆ ಕಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿದಾಗ, ಅವರು ವಿವಿಧ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಳವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ಅವರ ಗ್ರಹಿಕೆ ಉತ್ತಮಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆಯಲ್ಲದೆ, ಅವರ ಗಣಿತೀಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳೂ ಹೆಚ್ಚು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗುತ್ತವೆ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವ ಮೊದಲು, ಶಿಕ್ಷಕರು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವಿಭಿನ್ನ ಅರ್ಥಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲೆಯ ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ತಿಳಿಯಬೇಕು. ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಐದು ಅರ್ಥಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

1. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂದರೆ ಪೂರ್ಣದ ಒಂದು ಭಾಗ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ಭಾಗ

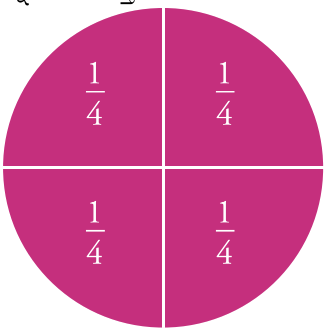
ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಪರಿಚಿತ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅರ್ಥ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವೆಂದರೆ 'ಭಾಗ–ಪೂರ್ಣ ಮಾದರಿ' (Part–Whole Model). ಈ ಅರ್ಥವು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಶಾಲೆಗೆ ಬರುವ ಮೊದಲೇ ಅನುಭವಕ್ಕೆ ಬಂದಿರುತ್ತದೆ. ಮಕ್ಕಳು ಕೇಕ್, ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳು ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ತಮ್ಮ ಒಡಹುಟ್ಟಿದವರು ಅಥವಾ ಸ್ನೇಹಿತರೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಭಾಗ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣದ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭಾಗ–ಪೂರ್ಣ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಪೂರ್ಣಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಧಗಳಿವೆ:

1ಎ. ಪೂರ್ಣವು ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾಗಿರುವುದು (Continuous)

ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದ ಪೂರ್ಣಕ್ಕೆ ಉದಾಹರಣೆ ಕೇಕ್. ಇದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಬೋಧನೆಯ ಆರಂಭಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸುವ ಸರಳ ಮತ್ತು ಮೂಲಭೂತ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕೇಕ್ ಅನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಜನರಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಕೇಕ್‌ನ ಕಾಲು ಭಾಗ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಭಾಗ–ಪೂರ್ಣ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಕೇಕ್‌ನ 4 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ 1 ಭಾಗವನ್ನು ಪಡೆಯುವುದರಿಂದ, ಅವರಿಗೆ ಕೇಕ್‌ನ ($\frac{1}{4}$) ಭಾಗ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿ. ಈ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದ ಅರ್ಥವೇನೆಂದರೆ, ನಾವು ಕೇಕ್‌ನ 'n' ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ 1 ಭಾಗವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣದ 1/n ಭಾಗ ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ (ಅಂದರೆ ಪೂರ್ಣದ 'n' ನೇ ಭಾಗ ಎಂದು ಓದಲಾಗುತ್ತದೆ).

ಭಾಗ–ಪೂರ್ಣ ಸಂಬಂಧ ಎಂದರೆ ಎಲ್ಲ ತುಣುಕುಗಳೂ ನೋಡಲು ಒಂದೇ ರೀತಿ ಇರಬೇಕೆಂದು ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರಬೇಕು ಎಂದಲ್ಲ. ನಾವು ಭಾಗಗಳ ಇತರ ಅಂಶಗಳಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಗಾತ್ರವನ್ನು ಹೋಲಿಸಬಹುದು. ತುಣುಕುಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲದಿರಬಹುದು ಆದರೆ ಒಂದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಅಥವಾ ಘನ ಅಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು [2].

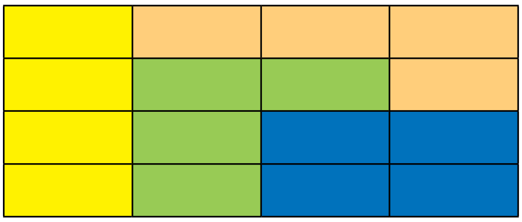
ಚಿತ್ರಗಳು ಇದನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತವೆ.



ಚಿತ್ರ 1

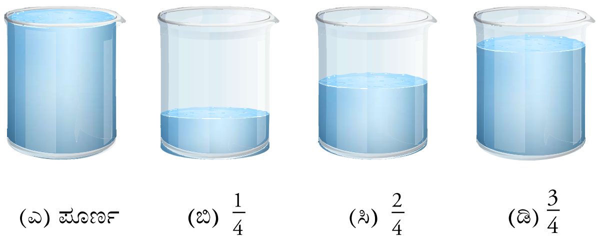
ಚಿತ್ರ 1 ರಲ್ಲಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗವೂ, $\frac{1}{4}$, ಇತರ ಭಾಗಗಳಂತೆಯೇ ಇದೆ (ಸರ್ವಸಮ).

ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ, ದೊಡ್ಡ ಆಯತವನ್ನು 4 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ, ಅವುಗಳಿಗೆ ನಾಲ್ಕು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ತುಂಬಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗವೂ (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವಿರುವ) ಇತರ ಭಾಗಗಳಿಗೆ (ಹಸಿರು, ಪೀಚ್ ಮತ್ತು ನೀಲಿ ಬಣ್ಣವಿರುವ) ತದ್ರೂಪವಾಗಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಅವೆಲ್ಲವೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಬಣ್ಣದ ಭಾಗವೂ ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ $\frac{1}{4}$ ರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 2

ಚಿತ್ರ 3 ರಲ್ಲಿ, ಬೀಕರ್ ಎ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಿದೆ ಮತ್ತು ಇದು ಪೂರ್ಣವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಬೀಕರ್‌ಗಳು ಬಿ, ಸಿ, ಡಿ ಗಳು, ಕ್ರಮವಾಗಿ, ಬೀಕರ್ ಎ ಯಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಪರಿಮಾಣದ $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{4}$ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ.



ಚಿತ್ರ 3

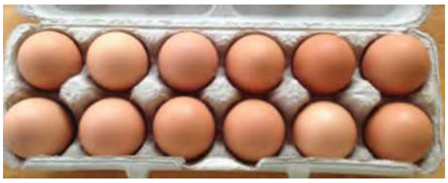
1ಬಿ. ಪೂರ್ಣವು ಬಿಡಿ ಬಿಡಿಯಾಗಿರುವುದು (Discrete)

ಎರಡನೆಯ ವಿಧದ ಪೂರ್ಣವನ್ನು ನಾವು ನಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಆಗಾಗ್ಗೆ ಬಳಸುತ್ತೇವೆ – ನಾವು ಮೊಟ್ಟೆಗಳು, ಹಣ್ಣುಗಳು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗುಂಪುಗಳು ಮುಂತಾದವುಗಳ ಅರ್ಧ, ಮೂರನೇ ಒಂದು ಭಾಗ ಅಥವಾ ನಾಲ್ಕನೇ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ಸಂಗ್ರಹವು ಒಂದು 'ಗುಂಪು' (set), ಮತ್ತು ನಾವು ಆ ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ 'ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ಭಾಗ' ಎಂಬ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು ಪ್ರತಿ ಏಕಾಂಶದಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಸ್ತುಗಳು ಅಥವಾ ಜನರಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ಖಚಿತಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಹಿಂದಿ ಚಲನಚಿತ್ರ 'ಶೋಲೆ'ಯ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ದೃಶ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಈ ದೃಶ್ಯದಲ್ಲಿ ಪೊಲೀಸ್ ಇನ್ಸ್‌ಪೆಕ್ಟರ್ ಅಸ್ರಾನಿ ಅವರು ಮೆರವಣಿಗೆ ಮಾಡುವಾಗ, ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಸಿಬ್ಬಂದಿ ತಮ್ಮ ಬಲಕ್ಕೆ, ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಸಿಬ್ಬಂದಿ ತಮ್ಮ ಎಡಕ್ಕೆ ಮತ್ತು

ಉಳಿದವರು ತಮ್ಮ ಹಿಂದೆ ಬರಲು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ (ಆಧಾ ಬಾಯೇಂ, ಆಧಾ ದಾಯೇಂ ಔರ್ ಬಾಕಿ ಸಬ್ ಮೇರೆ ಪೀಛೆ). ಇಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅರ್ಥವು 'ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ಭಾಗ' ಆಗಿದೆ. ಹಾಸ್ಯದ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ, ಅಸ್ರಾನಿಗೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ತಿಳಿದಿತ್ತೋ ಇಲ್ಲವೋ ಎಂದು ಚರ್ಚಿಸುವುದು ಮುಖ್ಯ, ಆದರೆ ಅವರಿಗೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ 'ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ಭಾಗ'ದ ಅರ್ಥದ ಬಗ್ಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ತಿಳಿದಿತ್ತು.

ಗುಂಪು ಒಂದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಯಾವುದೇ ಜೋಡಣೆಯಿಲ್ಲದೇ ಇರಬಹುದು. ಕೆಳಗಿನ ವಿವರಣೆಯು ಜೋಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರುವ ಗುಂಪಿಗೆ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ.

ಚಿತ್ರ 4 ರಲ್ಲಿ, 12 ಮೊಟ್ಟೆಗಳಿವೆ. ಮೊಟ್ಟೆಗಳ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗವು ಒಂದು ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು $\frac{1}{6}$ ಭಾಗವು ಮೊದಲನೇ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 4

2. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂದರೆ ಅಳತೆ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಈ ಅರ್ಥವು ಅಳತೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 124 m ಉದ್ದದ ಹಗ್ಗವನ್ನು 5 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಬೇಕು ಅಂದುಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಹಗ್ಗದ 120 m ಅನ್ನು 24 m ಉದ್ದದ 5 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಬಹುದು; ಆದರೆ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ 4 m ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಈ 4 m ಅನ್ನು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ನಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ 400 cm ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿ 5 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಬಹುದು (ಪ್ರತಿ ಭಾಗದ ಉದ್ದ 80 cm). ಆದ್ದರಿಂದ 124 m ಉದ್ದದ ಹಗ್ಗವನ್ನು ಐದು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ, ಪ್ರತಿ ಭಾಗವೂ 24 m + 80 cm ಉದ್ದ ಇರುತ್ತದೆ. ನಾವು ಅಂತಿಮ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ತಲುಪುವವರೆಗೆ ಉದ್ದ, ತೂಕ ಮತ್ತು ಗಾತ್ರವನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವ ವಿಧಾನ ಇದು. ಇದನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ $\frac{124}{5}$ m ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭಾಗಾಕಾರದ ಅರ್ಥವನ್ನೂ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ, ಸೂಕ್ತ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ $\frac{14}{10}$ ಅನ್ನು 10 ಜನರಿಗೆ ಹಂಚಿರುವ 14 ಲೀಟರ್ ಎಣ್ಣೆ ಎಂದೂ ಅರ್ಥೈಸಬಹುದು.

1 ಪೂರ್ಣಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಅಥವಾ ಪೂರ್ಣಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಅಳೆಯಲು, ನಾವು fractional units ಬಳಸುತ್ತೇವೆ; ಅಂದರೆ, ಏಕಾಂಶವನ್ನು ಸಮಾನ ಉಪ-ಏಕಾಂಶಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ– 1 ಮೀಟರ್ ಅನ್ನು 3 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಉದ್ದವು $\frac{1}{3}$ ಮೀಟರ್ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ, 3 ಲೀಟರ್ ಜ್ಯೂಸ್ ಅನ್ನು 9 ಜನರ ನಡುವೆ ಹಂಚಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ $\frac{3}{9}$ ಅಥವಾ $\frac{1}{3}$ ಲೀಟರ್ ಜ್ಯೂಸ್ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಘನ ಅಳತೆಯ ಮಾಪನಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತವಾಗಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ತೂಕ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸಮಯದ ಮಾಪನಕ್ಕೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 200 ml = $\frac{1}{5}$ ಲೀಟರ್, 250 g = $\frac{1}{4}$ kg. ಇದನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಮತ್ತಷ್ಟು ಅನ್ವೇಷಿಸಬಹುದು.

52 g = $\frac{52}{1000}$ kg = 52 kg ಅನ್ನು 1000 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲಾಗಿದೆ = ಇದರರ್ಥ 52 ಬಾರಿ $\frac{1}{1000}$ kg.

27 ml = $\frac{27}{1000}$ ಲೀಟರ್‌ಗಳು = 27 ಲೀಟರ್‌ಗಳನ್ನು 1000 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲಾಗಿದೆ ಅಂದರೆ 27 ಬಾರಿ $\frac{1}{1000}$ ಲೀಟರ್.

3. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂದರೆ ಭಾಗಾಕಾರದ ಫಲಿತಾಂಶ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದ ಫಲಿತಾಂಶವಾಗಿರಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣವು ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಬಿಡಿಬಿಡಿಯಾಗಿರಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಕೆಳಗೆ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪ್ರತ್ಯೇಕ ವಸ್ತುಗಳು

- ಎ–ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ಭಾಗ– 12 ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು 4 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ 3 ($\frac{12}{4}$) ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. 12 ಅನ್ನು, 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದಾದ ಕಾರಣ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಬಿ–ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ಭಾಗ– 12 ಸೇಬುಗಳನ್ನು 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಡುವೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ $2\frac{2}{5}$ (ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿ) ಸೇಬುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.

ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನ ವಸ್ತುಗಳು

- ಸಿ–ಪೂರ್ಣದ ಒಂದು ಭಾಗ – 1 ಲೀಟರ್ ಸೇಬಿನ ರಸವನ್ನು 3 ಜನರಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ $\frac{1}{3}$ ಲೀಟರ್ ರಸ ಸಿಗುತ್ತದೆ.
- ಡಿ–ಪೂರ್ಣದ ಒಂದು ಭಾಗ– 1 ಕಲ್ಲಂಗಡಿಯನ್ನು 9 ಜನರೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ $\frac{1}{9}$ ರಷ್ಟು ಕಲ್ಲಂಗಡಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

4. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂದರೆ ಅನುಪಾತ

ಅನುಪಾತವು ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದರ ಗಾತ್ರಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ನಿರೂಪಿಸುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 12 cm ಮತ್ತು 3 cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಅದರ ಅಗಲಕ್ಕೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತವು 4:1 ಆಗಿದ್ದು, ಅದನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ $\frac{4}{1}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದರರ್ಥ ಉದ್ದವು, ಅಗಲದ 4 ಪಟ್ಟು ಇದೆ ಎಂದು. ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 9 cm ಹೆಚ್ಚು ಎಂಬ

ಸಂಕಲನಾತ್ಮಕ ಸಂಬಂಧಕ್ಕೆ (additive relationship) ಬದಲಾಗಿ, ಇದು ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲದ ನಡುವಿನ ಗುಣಾಕಾರಾತ್ಮಕ/ಅನುಪಾತ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಭಾಗ–ಪೂರ್ಣ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು. 30 ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ, ಅದರಲ್ಲಿ 20 ಚೆಂಡುಗಳು ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ್ದಾಗಿದ್ದು, ಉಳಿದವು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ್ದಾಗಿವೆ. ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳು ಒಟ್ಟು ಚೆಂಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ನಾವು ಇದನ್ನು ಅನುಪಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಒಟ್ಟು ಚೆಂಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳ ಅನುಪಾತವು 2:3 ಆಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಅನುಪಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು, ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{2}{3} = 2:3$.

ಅನುಪಾತಗಳಲ್ಲಿ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಎರಡು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ಅಳತೆಗಳು/ಏಕಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಇದ್ದಾಗ, ಇದು ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಬಹಳ ವಿಚಿತ್ರವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಕಾರು 150 km ಪ್ರಯಾಣಿಸಲು 10 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಬಳಸುತ್ತದೆ. ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರಕ್ಕೂ ಬಳಸಿದ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತವು 150:10 ಆಗಿದ್ದು, ಇದು 15:1 ಕ್ಕೆ ಸರಳೀಕೃತವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರರ್ಥ 15 km ಪ್ರಯಾಣಿಸಲು, 1 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ನಾವು ಈ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದರೆ, ಅದು $\frac{15}{1}$ ಆಗುತ್ತದೆ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭಾಗ–ಪೂರ್ಣ ಅರ್ಥವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಇದು ಅರ್ಥಹೀನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಬದಲಿಗೆ ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭಾಗಾಕಾರದ ಅರ್ಥವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು, ಅಂದರೆ ಕಾರು ಪ್ರತಿ ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್‌ಗೆ 15 km ಪ್ರಯಾಣಿಸಬಹುದು.

5. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂದರೆ ಪರಿವರ್ತಕ

ಪರಿವರ್ತಕವಾಗಿ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕುಗ್ಗಿಸುತ್ತದೆ/ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತದೆ, ಸಂಕುಚಿತಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಹಿಗ್ಗಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಗುಣಿಸುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ [4].

ಪರಿವರ್ತಕಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವ ರೂಪಾಂತರಕಾರರು:

- ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವುದು
- ಒಂದು ಆಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಅಥವಾ ಘನ ಅಳತೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವುದು
- ಪ್ರತ್ಯೇಕ ವಸ್ತುಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವುದು

ಪರಿವರ್ತಕವು ಹೀಗಿದ್ದಾಗ:

ಎ. ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ (Proper Fraction) ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದು ಕುಗ್ಗಿಸುತ್ತದೆ, ಸಂಕುಚಿತಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ, ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು ₹3 ಕ್ಕೆ 2 ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳನ್ನು ಮಾರುತ್ತಾನೆ. ಒಬ್ಬ ಗ್ರಾಹಕರು ₹x ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದರೆ, ಅವರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ? ಇದರರ್ಥ ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ ಹಣಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ (ಕೋಷ್ಟಕ 1). ಖರೀದಿಸಬಹುದಾದ ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ ಮೊತ್ತದ 2/3 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ ರೂಪಾಯಿಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದೆ.

ಇನ್‌ಪುಟ್ (ರೂಪಾಯಿ)	ಪರಿವರ್ತಕ	ಔಟ್‌ಪುಟ್ (ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ)
9	$\frac{2}{3}$	6
12	$\frac{2}{3}$	8
15	$\frac{2}{3}$	10
18	$\frac{2}{3}$	12

ಕೋಷ್ಟಕ 1

ಬಿ. ವಿಷಮ ಅಥವಾ ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಹಿಗ್ಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಹಿಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಮಾರ್ಪಡಿಸೋಣ. ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು ₹2 ಕ್ಕೆ 3 ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳನ್ನು ಮಾರುತ್ತಾನೆ. ಒಬ್ಬ ಗ್ರಾಹಕರು ₹x ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದರೆ, ಅವರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ? ಇಲ್ಲಿ ಖರೀದಿಸಬಹುದಾದ ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ ಮೊತ್ತದ 3/2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಕೋಷ್ಟಕ 2 ರಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದಂತೆ ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ ಹಣಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಇನ್‌ಪುಟ್ (ರೂಪಾಯಿ)	ಪರಿವರ್ತಕ	ಔಟ್‌ಪುಟ್ (ಚಾಕೊಲೇಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ)
8	$\frac{3}{2}$	12
10	$\frac{3}{2}$	15
12	$\frac{3}{2}$	18
6	$\frac{3}{2}$	9

ಕೋಷ್ಟಕ 2

ವಿಭಿನ್ನ ಸಂದರ್ಭಗಳ ಸ್ಪಷ್ಟ ಚಿತ್ರಣವನ್ನು ನೀಡಲು ಭಾಗ–ಪೂರ್ಣ ಅರ್ಥವು ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. $\frac{2}{5}$ ಮೀಟರ್ ಬಟ್ಟೆ, ಅಂಗಡಿಯ $\frac{2}{3}$ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಇಂಗ್ಲಿಷ್‌ನಲ್ಲಿವೆ, $\frac{9}{7}$ ಸೇಬುಗಳು, ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಅಳತೆ, ಅನುಪಾತಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾನ ಪಾಲುಗಳಂತಹ ಇತರ ಅರ್ಥಗಳಿವೆ. ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭಾಗ–ಪೂರ್ಣ ಅರ್ಥದೊಂದಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಪರಿಚಿತರಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಮೇಲೆ ನೀಡಿದಂತೆಯೇ ಇರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತಿಳಿವಳಿಕೆ

ಅಪೂರ್ಣವಾಗಿಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವಿಭಿನ್ನ ಅರ್ಥಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳೊಂದಿಗೆ ಪರಿಚಿತರಾದಾಗ, ಅವರು ವಿಭಿನ್ನ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅವರ ತಿಳಿವಳಿಕೆ ಸಮೃದ್ಧವಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವಿಭಿನ್ನ ಅರ್ಥಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವ ಆರಂಭಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ (3 ಮತ್ತು 4 ನೇ ತರಗತಿಗಳು) ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗ–ಪೂರ್ಣ ಮತ್ತು ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ಭಾಗ ಎಂಬ ಅರ್ಥಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿದರೆ ಒಳ್ಳೆಯದು ಎಂದು ಸಂಶೋಧನೆಗಳು ಹೇಳುತ್ತವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಇತರ ಅರ್ಥಗಳನ್ನು ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲೆಯ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಆಳವಾಗಿ ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ. ಇದರರ್ಥ ಅವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತದ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಬಾರದು ಎಂದಲ್ಲ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವಿವಿಧ ಅರ್ಥಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅಗತ್ಯ. ಈ ಜ್ಞಾನವು ಅವರಿಗೆ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಯೋಜಿಸಲು, ಉತ್ತಮ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಆರಿಸಲು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಮತ್ತು ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಾಗ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಹಾಯ (ಪರಿಹಾರ ಬೋಧನೆ) ನೀಡಲು ನೆರವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಪಾಠ ಮಾಡುವಾಗ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳಿಗೆ ಅತಿಯಾದ ಒತ್ತು ಕೊಡದಂತೆ ಎಚ್ಚರಿಕೆ ವಹಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕೆಳಗಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಯು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗಾಗಿ ಮಾತ್ರವಾಗಿದ್ದು ಇದನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮಾಡಿಸುವ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿಲ್ಲ.

ಮೇಲಿನ ಚರ್ಚೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ, ಶಿಕ್ಷಕರಿಗಾಗಿ ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚಟುವಟಿಕೆ ಇದೆ (ಕೋಷ್ಟಕ 3). ಪ್ರತಿ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಓದಿ, ಅವು ಹೊಂದಿರುವ ಅರ್ಥಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ಕೋಷ್ಟಕದ ಸಂಬಂಧಿತ ಕೋಶದ ಮೇಲೆ ಗುರುತು ಹಾಕಿ. ಅವು ಯಾವಾಗಲೂ ಕಟ್ಟುನಿಟ್ಟಾದ ವಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಡಿ.

ಕ್ರ. ಸಂ.	ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು/ಸಂದರ್ಭಗಳು	ಪೂರ್ಣದ ಒಂದು ಭಾಗ/ ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ಭಾಗ		ಅಳತೆ	ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆ	ಪರಿವರ್ತಕ	ಅನುಪಾತ
		ಪೂರ್ಣವು ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾಗಿದೆ	ಪೂರ್ಣವು ಬಿಡಿ ಬಿಡಿಯಾಗಿದೆ				
1	ವಂಶಿ ಮತ್ತು ಧ್ರುವ ಅವರು ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದ ತೋಟಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ವಂಶಿ ತನ್ನ ತೋಟದ ಜಾಗದ $\frac{1}{6}$ ಅನ್ನು ಟೊಮೆಟೊಗಳನ್ನು ನೆಡಲು ಬಳಸಿದರು. ಧ್ರುವ ತನ್ನ ತೋಟದ $\frac{1}{7}$ ಅನ್ನು ಆಲೂಗಡ್ಡೆಗಳನ್ನು ನೆಡಲು ಬಳಸಿದರು. ಯಾರ ಬಳಿ ಹೆಚ್ಚು ತೋಟದ ಜಾಗ ಉಳಿದಿದೆ? ಏಕೆ?						
2	ಶ್ರೀರಾಮ್ ಅವರು 420 ಪುಸ್ತಕಗಳ ಗ್ರಂಥಾಲಯವನ್ನು ನಡೆಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. $\frac{1}{3}$ ಪುಸ್ತಕಗಳು ವಿಜ್ಞಾನದ ಬಗ್ಗೆ ಮತ್ತು $\frac{1}{4}$ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಇವೆ. ಗಣಿತ ಮತ್ತು ವಿಜ್ಞಾನದ ಬಗ್ಗೆ ಎಷ್ಟು ಪುಸ್ತಕಗಳಿವೆ? ಎಷ್ಟು ಭಾಗದ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಉಳಿದ ವಿಷಯಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ್ದಾಗಿವೆ?						
3	ಒಂದು ಕುಂಬಳಕಾಯಿ $2\frac{3}{4}$ kg ತೂಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕಲ್ಲಂಗಡಿ 2340 ಗ್ರಾಂ ತೂಗುತ್ತದೆ. ಯಾವುದು ಹೆಚ್ಚು ಭಾರವಾದದ್ದು?						
4	ರಬೀನಾ ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಪಾನೀಯವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು 3 ಲೋಟ ಜ್ಯೂಸ್ ಅನ್ನು 4 ಲೋಟ ನೀರಿನೊಂದಿಗೆ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಿದರು. ಪಾನೀಯದ ಯಾವ ಭಾಗವು ಜ್ಯೂಸ್ ಆಗಿದೆ?						
5	ಮುತ್ತುಲಕ್ಷ್ಮಿ ತನ್ನ ತಿಂಗಳ ಸಂಬಳದ $\frac{2}{5}$ ಅನ್ನು ತನ್ನ ಮನೆ ಖರ್ಚುಗಳಿಗೆ ಬಳಸಿದರು. ಅವರು ಉಳಿಸಿದ ತಮ್ಮ ಸಂಬಳದ ಭಾಗ ಎಷ್ಟು?						
6	ಮೂರು ಸಮಾನ ಗಾತ್ರದ ಕೇಕ್‌ಗಳನ್ನು 11 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಡುವೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಲಾಯಿತು. ಅವರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ಕೇಕ್‌ನ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ಸಿಕ್ಕಿತು?						

ಕೋಷ್ಟಕ 3

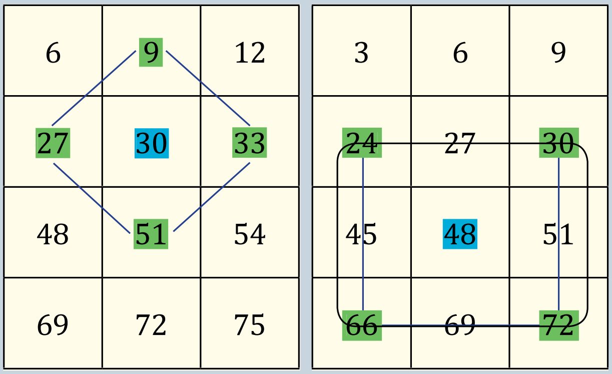
ಪರಾಮರ್ಶನ

1. Behr, M. J., Harel, G., Post, T. R., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 296–333). Macmillan.
2. Chapin,S., & Johnson, A. (2006). *Fractions. In Math matters: Understanding the math you teach (Grades K-6)* (pp.99-112). Math Solutions Publications.
3. Kieren, T. E. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In J. A. Hiebert & M. J. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 162–181). Lawrence Erlbaum.
4. Lamon, S. J. (2020). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers.* Routledge.

ನಾರಾಯಣ ಮೆಹರ್ ಅವರು ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಶಿಕ್ಷಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಅಧ್ಯಾಪಕ ವೃಂದದ ಸದಸ್ಯರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಮೊದಲು, ಅವರು ದೆಹಲಿಯ ಮಿರಾಂಬಿಕಾ ಫ್ರೀ ಪ್ರೋಗ್ರೆಸ್ ಶಾಲೆ ಮತ್ತು ಗುರಗಾಂವ್‌ನ ಹೆರಿಟೇಜ್ ಎಕ್ಸ್‌ಪಿರಿಯೆನ್ಷಿಯಲ್ ಲರ್ನಿಂಗ್ ಸ್ಕೂಲ್‌ನಲ್ಲಿ (HXLS) ಗಣಿತವನ್ನು ಕಲಿಸಿದ್ದಾರೆ. HXLS ನಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವಾಗ, ಅವರು ಜೋಡೋ ಗ್ಯಾನ್ ಎಂಬ ದೆಹಲಿ ಮೂಲದ ಲಾಭರಹಿತ ಸಂಸ್ಥೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಸಂಸ್ಥೆಯು ಗಣಿತವನ್ನು ಕಲಿಸುವ ನವೀನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತದೆ. ಅವರು ಗುರಗಾಂವ್‌ನ IAAT (ಐ ಆಮ್ ಅ ಟೀಚರ್) ಸಂಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿಯೂ ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕ ತರಬೇತಿದಾರರಾಗಿಯೂ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ಅವರ ಆಸಕ್ತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರ. ಜೊತೆಗೆ, ಸ್ಥಾನಿಕ ಚಿಂತನೆ (spatial thinking) ಮತ್ತು ವಿವೇಚನೆಯನ್ನು ಬೇಡುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಕಲೆ ಮತ್ತು ಕರಕುಶಲ ಕೆಲಸಗಳಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಕೊಳ್ಳುವುದರಲ್ಲೂ ಅವರಿಗೆ ಆಸಕ್ತಿ ಇದೆ.
ಅವರ ಈಮೇಲ್ ವಿಳಾಸ narayana.meher@apu.edu.in

ಅನುವಾದ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಮಧುಕರ ಎಸ್. ಪುಟ್ಟಿ**

ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಲೆ



ಚಿತ್ರ 1 ಚಿತ್ರ 2

ಚಿತ್ರ 1 ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 2ರಲ್ಲಿ ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದಿಂದ ಗುರುತಿಸಲಾದ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ, ಆ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ, ಬಂದ ಮೊತ್ತವನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ನಮಗೆ ಚತುರ್ಭುಜದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ (ಇದನ್ನು ಎರಡೂ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದಿಂದ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ).

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೀವು ಗುರುತಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಇಂತಹ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲಿರಾ? ನಿಮ್ಮ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ? ನೀವು ಕಂಡುಕೊಂಡ ವಿಷಯಗಳನ್ನು AtRightAngles.editor@apu.edu.in ಗೆ ಇಮೇಲ್ ಮಾಡಿ.

ಲೇಖಕರು: **ಕ್ಯಾರೆಲಿನ್ ಕ್ರಿಸ್ಟೋಫರ್**
carelinchristopher@gmail.com