ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮ: ಬಾಲ್ಯದ ಚಿಕ್ಕ ಚೊಕ್ಕ ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳು

ಜೀನತ್ ರಹಮಾನ್

ಮಾರ್ಚ್ 2020ರ ಅಟ್ ರೈಟ್ ಅಂಗಲ್ಸ್ ಸಂಚಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಚಿಕಾ ಎಂಬ ಬಾಲಕ 7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದಿದ್ದ ವಿಚಾರ ಪ್ರಕಟವಾಗಿತ್ತು. ಅದರಿಂದ ಪ್ರೇರಿತಳಾಗಿ ಅದೇ ರೀತಿಯ ಕಥೆಯೊಂದನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಬೇಕೆನಿಸಿತು. ಈ ಕಥೆ 7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತದೆ. ಕೇವಲ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲದೇ, ಹಿರಿಯರೂ ಸಹ ಇದರಿಂದ ಪ್ರಭಾವಿತರಾಗಿ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಪುಟ್ಟ ಪುಟ್ಟ ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳನ್ನು ನಡೆಸಿ, ಅದರಿಂದ ದೊರೆಯುವ ಸಂತೋಷವನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಈ ಕಥೆಯು ಪ್ರೇರೇಪಿಸುತ್ತದೆಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತೇನೆ.

ಆರನೇ ತರಗತಿಯ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 ಮತ್ತು 11 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಸೂತ್ರಗಳಾಗಿ ಹೇಳಿಕೊಡುವ ಬದಲು, ಅವುಗಳ ಹಿಂದಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಗುರುತಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ. (2017) [1] ಶಿಫಾರಸು ಮಾಡುತ್ತದೆ (ಪುಟ 67). ಮೇಲೆ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿದ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿರುವಂತೆ, ಈ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳೆಲ್ಲವೂ ಶಾಲಾ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಚಿರಪರಿಚಿತ. ಇವುಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ನಿಯಮಗಳೆಂದು ಪಾಲಿಸದೆ, ಮಕ್ಕಳು ಅವುಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ ಅವುಗಳ ಹಿಂದಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು. 7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಚಿಕಾ ಕಂಡುಹಿಡಿದ ವಿಧಾನವೆಂದರೆ: ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಬಂದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಕೂಡಿಸುವುದು. ಈ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಯು 7 ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 7 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ನಾವು 7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಇನ್ನೂ ಸರಳವಾದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಮತ್ತು 13, 17, 19, 23 ರಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ನಾವೇ ಹೇಗೆ ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲಿಯಲಿದ್ದೇವೆ. ಇವು ಅಷ್ಟಾಗಿ ಚಿರಪರಿಚಿತವಲ್ಲ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಈ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸುವುದರಿಂದ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅವರ ಗ್ರಹಿಕೆ ಶ್ರೀಮಂತವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅವರ ಸಂಖ್ಯಾಪ್ರಜ್ಞೆ ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ. ಇದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿನ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಮತ್ತು ನಂತರ ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ, ಹಾಗೂ ಅವರ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಬಲಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಲೇಖನ ಮತ್ತು ಚಿಕಾಳ ಕಥೆಯ ನಡುವಿನ ಮತ್ತೊಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವಾಗ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಅಂತಃಪ್ರಜ್ಞೆಯ ಪ್ರಮುಖ ಪಾತ್ರ.

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಾದರೂ ಹೊಸ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನೇ ತನ್ನ ನೆಚ್ಚಿನ ಹವ್ಯಾಸವನ್ನಾಗಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದ ಮಾಯಾ ಎಂಬ ಹುಡುಗಿಯ ಕಥೆಯೊಂದಿಗೆ ನಾವು ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ. ಒಮ್ಮೆ ನಾವು ಅವಳ ಸರಳ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡರೆ, ಯಾವುದೇ ಸಂಕೀರ್ಣ ಗಣಿತದ ಮೊರೆಹೋಗದೆ ಅಥವಾ ಯಾವುದೇ ನಿಯಮವನ್ನು ಕಂಠಪಾಠ ಮಾಡದೆ, ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ನಾವೇ ಸ್ವತಃ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ನಿಜಕ್ಕೂ ಮೋಜಿನ ವಿಚಾರವಲ್ಲವೇ? ಆದರೆ ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು, ನೀವು ಮಾಯಾಳ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ನಮ್ಮ ಅನುಕೂಲಕ್ಕಾಗಿ, ನಾವು ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ನಾವು 'U' ಎಂದು ಮತ್ತು ಆ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಹಾಕಿದ ನಂತರ ಉಳಿಯುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 'T' ಎಂದು ಕರೆಯೋಣ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಂಖ್ಯೆಯು 5382 ಆಗಿದ್ದರೆ, 'U' 2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು 'T' 538 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಂತೆಯೇ ಸಂಖ್ಯೆಯು 394 ಆಗಿದ್ದರೆ, 'U' 4 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು 'T' 39 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ, 7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಮಾಯಾ ಮೊದಲು 7ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನು ಅಂದರೆ 7, 14, 21, 28 ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದಳು. ನಂತರ ಅವಳು 7ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಅಂಕಿಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು 0 ಅಥವಾ 7 ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಯೋಚಿಸುತ್ತಿದ್ದಳು. ಹೀಗೆ, 7ರ ಎರಡನೇ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕನೇ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಿಂದ (ಅಂದರೆ 14 ಮತ್ತು 28) ಸುಳಿವು ಪಡೆದ ಅವಳ ತಂತ್ರವೆಂದರೆ: ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಯನ್ನು 4ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಆ ಗುಣಲಬ್ಧ ಹಾಗೂ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಬರುವ ಅಂತಿಮ ಮೌಲ್ಯವು 0 ಅಥವಾ 7 ಆಗಿರುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು (ಕೋಷ್ಟಕ 1).

ಕೋಷ್ಟಕ 1. ತಂತ್ರ–1: (T × 4) – U. (U = ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ, T = ಉಳಿದ ಭಾಗ).

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಭಾಜ್ಯತೆ, ವಿನ್ಯಾಸಗಳು, ಅನ್ವೇಷಣೆ, ಪರಿಶೀಲನೆ

<table>
<tr><th colspan="3">14 ಮತ್ತು 21 ಗುಣಕಗಳು ಮಾಯಾಳಿಗೆ ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡಿದವು.</th></tr>
<tr><td colspan="3">ಉತ್ತರ 0 ಅಥವಾ 7 ಬರುವವರೆಗೂ ಈ ಹಂತಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.</td></tr>
<tr><th>ಎರಡು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 84ಕ್ಕೆ (U = 4, T = 8) ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.</th><th>ಮೂರು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 959ಕ್ಕೆ (U = 9, T = 95) ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.</th><th>ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 9261ಕ್ಕೆ (U = 1, T = 926) ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.</th></tr>
<tr><td>8 × 4 – 4 = 28

28ಕ್ಕೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ
U = 8, T = 2
2 × 4 – 8 = 0</td><td>95 × 4 – 9 = 371

371ಕ್ಕೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ (U = 1, T = 37)
37 × 4 – 1 = 147

147ಕ್ಕೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ (U = 7, T =14)
14 × 4 – 7 = 49

49ಕ್ಕೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ (U = 9, T = 4)
4 × 4 – 9 = 7</td><td>926 × 4 – 1 = 3703

3703ಕ್ಕೆ (U = 3, T = 370)
370 × 4 – 3 = 1477

1477ಕ್ಕೆ (U = 7, T = 147)
147 × 4 – 7 = 581

581ಕ್ಕೆ (U = 1, T = 58)
58 × 4 – 1 = 231

231ಕ್ಕೆ (U = 1, T = 23)
23 × 4 – 1 = 91

91ಕ್ಕೆ (U = 1, T = 9)
9 × 4 – 1 = 35

35ಕ್ಕೆ (U=5, T = 3)
3 × 4 – 5 = 7</td></tr>
</table>

ಈ ತಂತ್ರದ ಅತ್ಯಂತ ಅದ್ಭುತವಾದ ವಿಷಯವೆಂದರೆ, ಇದನ್ನು 7ರ ಯಾವುದೇ ಅಪವರ್ತ್ಯಕ್ಕೂ 7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಯಾಗಿ ಬಳಸಬಹುದು. ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ಅಥವಾ ಮಾಡ್ಯುಲೊ ಅಂಕಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಾಧಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಇದು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಗಣಿತದ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಮೀರಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಅದರ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿಲ್ಲ.

ಫಲಿತಾಂಶವು 0 ಅಥವಾ 7 ಬರುವವರೆಗೆ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಲಾಗಿದ್ದರೂ ಸಹ, ಫಲಿತಾಂಶವು ನಮಗೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಬಹುದಾದ 7ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಬಂದಾಗಲೇ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸಿ ನಿರ್ಧಾರಕ್ಕೆ ಬರಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕೋಷ್ಟಕ 1ರ 2 ಮತ್ತು 3ನೇ ಕಾಲಂಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ 147 ಮತ್ತು 1477 ಬಂದಾಗಲೇ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು.

ಪ್ರತಿ ಮುಂದಿನ ಹಂತದಲ್ಲೂ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವ, ಇನ್ನಷ್ಟು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾದ ತಂತ್ರವಿದ್ದರೆ ಹೇಗಿರುತ್ತದೆ? 7ರ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾದ 21ರ ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಪ್ರೇರೇಪಿತಳಾಗಿ, ಮಾಯಾ ಒಂದು ಹೊಸ ತಂತ್ರವನ್ನು ಯೋಚಿಸಿದಳು.

ಎರಡನೇ ತಂತ್ರವೆಂದರೆ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಈ ಗುಣಲಬ್ಧ ಹಾಗೂ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು, ಅಂದರೆ T – (2 × U). ಇದರಿಂದ ಬರುವ ಅಂತಿಮ ಸಂಖ್ಯೆ 0 ಅಥವಾ 7 ಆಗಿರುತ್ತದೆ (ಕೋಷ್ಟಕ 2 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ). ಮೊದಲಿನಂತೆಯೇ, ಈ ತಂತ್ರವು 7ರ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಬಹುದು.

ಕೋಷ್ಟಕ 2. ತಂತ್ರ–2: T – (2 × U). (U = ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ, T = ಉಳಿದ ಭಾಗ).

<table>
<tr><th colspan="3">21 ಮತ್ತು 42 ಗುಣಕಗಳು ಮಾಯಾಳಿಗೆ ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡಿದವು.</th></tr>
<tr><td colspan="3">ಉತ್ತರ 0, 7 ಅಥವಾ 7 ರ ಯಾವುದಾದರೂ ಪರಿಚಿತ ಗುಣಕ ಬರುವವರೆಗೆ ಈ ಹಂತಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.</td></tr>
<tr><th>ಎರಡು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 84ಕ್ಕೆ (U = 4, T = 8) ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು</th><th>ಮೂರು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 959ಕ್ಕೆ (U = 9, T = 95) ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.</th><th>ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 9261ಕ್ಕೆ (U = 1, T = 926) ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.</th></tr>
<tr><td>8 – (2 × 4) = 0</td><td>95 – (2 x 9) = 77</td><td>926 – (2 x 1) = 924

924 ಕ್ಕೆ (U = 4, T = 92)
92 – (2 x 4) = 84

84 ಕ್ಕೆ (U = 4, T = 8)
8 – (2 x 4) = 0</td></tr>
</table>

ತಂತ್ರ–1 ಕ್ಕಿಂತ ತಂತ್ರ–2 ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಏಕೆಂದರೆ, ನೀಡಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯು 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ನಿರ್ಧರಿಸಲು ತಂತ್ರ–2 ನೇರವಾಗಿ ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಅಂಕಿಗೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ಮೂರು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ತಗ್ಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಈ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದರ ಹಿಂದಿನ ಮುಖ್ಯ ಸುಳಿವು ಎಂದರೆ, ಏಳರ ಎರಡಂಕಿಯ ಗುಣಕಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಮತ್ತು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಗಳ ನಡುವೆ ಕೆಲವು ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ನಡೆಸಿ 0 ಅಥವಾ 7ರ ಗುಣಕವನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು. 42 ಅಥವಾ 35ರಂತಹ ಏಳರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಚಿಕಾನ ಪರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ಸಹ T + (5 × U) ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದಲ್ಲದೆ, ಈ ಹಿಂದೆ ತಿಳಿಸಿದ ತಂತ್ರಗಳು ಚಿಕಾನ ಪರೀಕ್ಷೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವೇಗವಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತವೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು ಅತ್ಯಂತ ಕುತೂಹಲಕಾರಿಯಾಗಿದೆ; ಆದರೆ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ನಾನು ಓದುಗರಿಗೇ ಬಿಡುತ್ತೇನೆ. ಒಂದು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯ ಮಾತೇನೆಂದರೆ, ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಇನ್ನೂ ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪರಿಚಯವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸುವಾಗ ಕೇವಲ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಲು, ಅಂದರೆ ಋಣಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿ ಕೇವಲ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಶಿಕ್ಷಕರು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು.

ಈಗ, ನಾವು 13 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ತಂತ್ರವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸೋಣ. ಇಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ, ನಾವು ಮೊದಲು 13 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನು, ಅಂದರೆ 13, 26, 39, 52 ಮುಂತಾದವುಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತೇವೆ. ಮತ್ತು ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ, ಅಂತಿಮವಾಗಿ 0 ಅನ್ನು ತಂದುಕೊಡುವಂತಹ, ಅಂಕಿಗಳ ನಡುವಿನ ಕೆಲವು ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುವುದೇ ನಮ್ಮ ವಿಧಾನವಾಗಿದೆ. 13 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ, ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 3ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಇದರ ಹಾಗೂ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ 0 ಅನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ಕೋಷ್ಟಕ 3. ತಂತ್ರ–3: T × 3 – U. (U = ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ, T = ಉಳಿದ ಭಾಗ).

<table>
<tr><td colspan="2">13 ಮತ್ತು 26ರ ಗುಣಕಗಳು ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಸ್ಫೂರ್ತಿ ನೀಡಿದವು.</td></tr>
<tr><td colspan="2">ಉತ್ತರ 0, 13 ಅಥವಾ 13 ರ ಯಾವುದಾದರೂ ಪರಿಚಿತ ಗುಣಕ ಬರುವವರೆಗೆ ಈ ಹಂತಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.</td></tr>
<tr><td>ಮೂರು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 741ಕ್ಕೆ (U = 1, T = 74) ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.</td><td>ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 3003ಕ್ಕೆ (U=3, T =300) ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.</td></tr>
<tr><td>74 × 3 – 1 = 221
221 ಕ್ಕೆ (U = 1, T = 22)
22 × 3 – 1 = 65
65 ಕ್ಕೆ (U = 5, T = 6)
6 × 3 – 5 = 13</td><td>300 × 3 – 3 = 897
897 ಕ್ಕೆ (U = 7, T = 89)
89 × 3 – 7 = 260</td></tr>
</table>

ನಿಮಗೊಂದು ಕೆಲಸ: T + 4 × U (13, 91 ಮತ್ತು 52 ರಿಂದ ಪ್ರೇರಿತವಾದದ್ದು) 13ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ? ಈ ಎರಡು ತಂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲೂ ನಿಮಗೆ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿಮಗನಿಸುತ್ತದೆ?

ಅದೇ ರೀತಿ, 17 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ಸಹ ಅದರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನು, ಅಂದರೆ 17, 34 ಮತ್ತು 51 ಅನ್ನು ಮೊದಲು ಬರೆದುಕೊಂಡು, ಅವುಗಳ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, (7 × T) – U (17 ರಿಂದ ಪ್ರೇರಿತವಾದದ್ದು) ಮತ್ತು T – (5 × U) (51 ರಿಂದ ಪ್ರೇರಿತವಾದದ್ದು) 17 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುವ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ತಂತ್ರಗಳಾಗಿವೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಕೇವಲ ಒಂದೇ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಈ ಸರಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಇಂತಹ ಅನೇಕ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ನಾವೇ ರೂಪಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಇದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ, ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಭಾಜಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಾಗಿದೆ, ಅಂದರೆ, ಈ ಭಾಜಕಗಳು 1 ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿರದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 ಮುಂತಾದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಇತರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಇನ್ನಷ್ಟು ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಲು ಓದುಗರನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಇದಲ್ಲದೆ, ಈ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಸಹ ರಚಿಸಬಹುದು. ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಆಯ್ಕೆಯ ಯಾವುದೇ ಇತರ ಎರಡು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವಂತೆ ನಾನು ನಿಮ್ಮನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸುತ್ತೇನೆ. ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಅಂಕಿಗಳು ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ವಿಭಿನ್ನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿಂದ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಈ ಲೇಖನದಿಂದ ಗಮನಿಸುವುದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಮತ್ತು ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾದ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವಂತೆ, ಈ ಎಲ್ಲಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೆಲ್ಲವೂ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಿರುವ ಭಾಜಕದ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೇ ಆಗಿದ್ದರೂ, ಈ ನಿಯಮಗಳು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಒಳ್ಳೆಯದು. ಇಂತಹ ತನಿಖೆಗಳು ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿಸಲು ಒಂದು ಅದ್ಭುತ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತವೆ. ಗಣಿತ ತರಗತಿಯು ಇಂತಹ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೆಮ್ಮೆಯಿಂದ ತಮ್ಮನ್ನು ತಾವು ತನಿಖಾಧಿಕಾರಿಗಳು ಮತ್ತು ಅನ್ವೇಷಕರು ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಾರೆ. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಲೇಖನವು ಇಂತಹ ಶೋಧಗಳನ್ನು ಮತ್ತೆ ಬಡಿದೆಬ್ಬಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅಂದುಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ.

ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು: ಈ ಲೇಖನದ ಆರಂಭಿಕ ಕರಡು ಪ್ರತಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದ ಆಲೋಕಾ ಕನ್ಹೆರೆ ಮತ್ತು ರೊಸ್ಸಿ ಡಿಸೋಜಾ ಅವರಿಗೆ ಲೇಖಕರು ಕೃತಜ್ಞರಾಗಿದ್ದಾರೆ.

ಪರಾಮರ್ಶನ:

1. National Council of Educational Research and Training. (2017). Mathematics learning outcomes for Class VI. In *Learning outcomes at the elementary stage* (p. 67). NCERT. https://bit.ly/4o2okAb

ಜೀನತ್ ರಹಮಾನ್ ಅವರು ಭೋಪಾಲ್‌ನ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಮತ್ತು ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನದ ಕೋರ್ಸ್‌ಗಳನ್ನು ಬೋಧಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅವರ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಹಿನ್ನೆಲೆ ಮತ್ತು ಅನುಭವಗಳು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಅರಿವಿನ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಿವೆ. ಅವರು ಈ ಹಿಂದೆ ಡಿಜಿಟಲ್ ಮತ್ತು ಭೌತಿಕ ಕಲಿಕಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ತಂಡಗಳೊಂದಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ವೈವಿಧ್ಯಮಯ ಹಿನ್ನೆಲೆಯ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಣ ತಜ್ಞರೊಂದಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದ ಅಪಾರ ಅನುಭವವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಅರಿವಿನ ಮೇಲೆ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನದ ಪ್ರಭಾವವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದರಲ್ಲೂ ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ಅವರ ಈಮೇಲ್ ವಿಳಾಸ jeenath.rahaman@apu.edu.in

ಜುಲೈ 2025 ರ ಸಂಚಿಕೆಯ ಪುಟ 8 ರಲ್ಲಿರುವ 'ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಲೆ'ಯ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ

6	9	12	15	18	21
27	30	33	36	39	42
48	51	54	57	60	63
69	72	75	78	81	84
90	93	96	99	102	105
111	114	117	120	123	126

ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ, ಮೂಲೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿಯು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮನಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಗ್ರಿಡ್ ಅನ್ನು ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ನಿಯಮದ (linear rule) ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ (ಅಂದರೆ ಒಂದು ಅಂಕಗಣಿತದ ವಿನ್ಯಾಸದಂತೆ) ರಚಿಸಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ಸಂಬಂಧವು ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ. ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಇದು ಕೇವಲ ಆಯತಗಳು ಅಥವಾ ಚೌಕಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ಇತರ ಆಕಾರಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

ತೋರಿಸಿರುವ ಎರಡೂ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ, ಒಂದೇ ಬಣ್ಣದ (ಹಳದಿ ಅಥವಾ ತಿಳಿ ನೀಲಿ) ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿರುವ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ, ಆ ಮೊತ್ತವನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ (ಕೆಂಪು ಅಥವಾ ಹಸಿರು ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ) ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಲಕ್ಕೆ ಇಡುವ ಪ್ರತಿ ಹೆಜ್ಜೆಯು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಕೆಳಗೆ ಇಡುವ ಪ್ರತಿ ಹೆಜ್ಜೆಯು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 21 ಅನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾನು ಗಮನಿಸಿದೆ. iನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮತ್ತು jನೇ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು f_{ij} , I ಎಂದು ಸೂಚಿಸಿ, ನಾನು $f_{in} = 21\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 18$. ಎಂಬ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸೂತ್ರವನ್ನು ತಲುಪಲು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು. $f_{i,j} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c$ ಎಂಬ ಊಹೆಯೊಂದಿಗೆ (a, b ಮತ್ತು c ಗಳು ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳು) ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ, ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುವ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಬಹುದು.)

ಈ ಸೂತ್ರವು ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ. (ಪರಿಶೀಲಿಸಿ: $f_{(1,2)} = 21 \times 1 + 3 \times 2 - 18 = 21 + 6 - 18 = 9$.) ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಸಂಖ್ಯೆ fij ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಸುತ್ತಲಿರುವ ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು $f_{i,j-1}$, $f_{i-1,j}$, $f_{i,j+1}$ ಮತ್ತು $f_{i+1,j}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಈ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ, ನಾವು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $4 \times f_{ij}$ ಎಂದು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಇತರ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸುತ್ತ ಸಮ್ಮಿತೀಯವಾಗಿ ಇರುವವರೆಗೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ 4 ರಷ್ಟು ಸಿಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಡಾ. ಜೆ. ಶೇಖರ್, ಶಾಲಾ ಸಹಾಯಕರು (ಗಣಿತ), ZPHS ಚವರಂಬಾಕಂ, ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶ.