

ಟೀಚಿಂಗ್ ಮ್ಯಾಥಮೆಟಿಕ್ಸ್ ಥ್ರೂ ಪ್ರಾಬ್ಲಮ್-ಸಾಲ್ವಿಂಗ್: ಎ ಪೆಡಗಾಗಿಕಲ್ ಅಪ್ರೋಚ್ ಫ್ರಮ್ ಜಪಾನ್

ಲೇಖಕರು: ಅಕಿಹಿಕೋ ತಕಹಾಶಿ

ವಿಮರ್ಶೆ: ಅನುಷಾ ಟಿ.

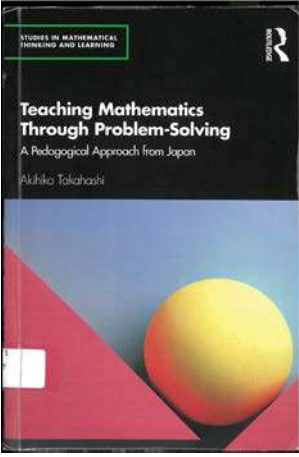


Figure 1

ಇದು ಅಕಿಹಿಕೋ ತಕಹಾಶಿ ಅವರು ಬರೆದಿರುವ Teaching Mathematics Through Problem-Solving: A Pedagogical Approach from Japan ಪುಸ್ತಕದ ವಿಮರ್ಶೆ. ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು 2021 ರಲ್ಲಿ ರೂಟ್ಲೆಡ್ಜ್ ಸಂಸ್ಥೆಯು ಪ್ರಕಟಿಸಿದೆ. ಲೇಖಕರಾದ ಅಕಿಹಿಕೋ ತಕಹಾಶಿ ಅವರು ಪ್ರಸ್ತುತ ಚಿಕಾಗೋದ ಡಿಪಾಲ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಲ್ಲಿ ಗೌರವ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಜಪಾನ್‌ನಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿದ್ದರು ಮತ್ತು ನಂತರ ಡಿಪಾಲ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಲ್ಲಿ ಸಹ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಿದರು. 'ಲೆಸನ್ ಸ್ಟಡಿ'ಯ ಅಧ್ಯಯನದಲ್ಲಿ ಇಪ್ಪತ್ತಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ವರ್ಷಗಳ ಅನುಭವ ಹೊಂದಿರುವ ಅವರು, ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಗತಿಯ ಬೋಧನೆಯ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಪ್ರಮುಖ ಪಾತ್ರ ವಹಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಸಾರ್ವಜನಿಕವಾಗಿ ಸಂಶೋಧನಾ ಪಾಠಗಳನ್ನು ನಡೆಸಿಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ, ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹರಿಸುವ ಕ್ರಮದ ಬಗ್ಗೆ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ ಮತ್ತು ನವೀನ ಬೋಧನಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಮೂಲಕ ಅವರು 'ಲೆಸನ್ ಸ್ಟಡಿ'ಯ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ಅನುಷ್ಠಾನದಲ್ಲಿ ಜಾಗತಿಕ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಮನ್ನಣೆ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ.

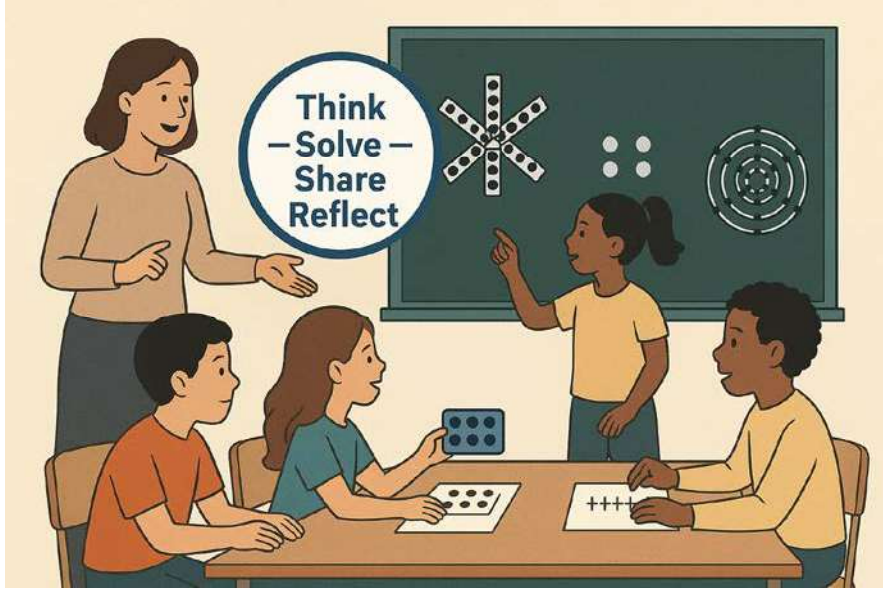
ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ಕ್ಷೇತ್ರಕ್ಕೆ ಒಂದು ಪ್ರಮುಖ ಕೊಡುಗೆ. ಇದು ದಶಕಗಳಿಂದ ಜಪಾನ್‌ನಲ್ಲಿ ಅನುಸರಿಸುತ್ತಿರುವ ಗಣಿತ ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಅದರ ಕುರಿತಾದ ಸಂಶೋಧನೆಯನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ಸಂಶೋಧಕರಿಬ್ಬರಿಗೂ ಅರ್ಥವಾಗುವಂತೆ ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ. ಪುಸ್ತಕದ ವಿಶೇಷತೆಯೆಂದರೆ, ಇದು 'ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಬೋಧನೆ' (Teaching Through Problem-Solving – TTP) ಎಂಬ ಕ್ರಮವನ್ನು ವಿವರವಾಗಿ ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತದೆ. ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯ ವಾಸ್ತವಗಳೊಂದಿಗೆ ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಬೆಸೆಯುವ ರೀತಿ ನನಗೆ ಬಹಳ ಇಷ್ಟವಾಯಿತು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ವಿಚಾರಗಳು ಕೇವಲ ಸಂಶೋಧನಾ ಪ್ರಬಂಧಗಳಿಗಷ್ಟೇ ಸೀಮಿತವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ತಲುಪುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಅಂತಹ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಮಾಡಿದೆ. ಲೇಖಕರು ನೈಜ ಪಾಠಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳು, ತರಗತಿಯ ಕಥೆಗಳು ಮತ್ತು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಬೋಧನಾ ತಂತ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಮತ್ತು ಅನುಷ್ಠಾನಗಳನ್ನು ಬೆಸೆದಿದ್ದಾರೆ. ಅವರ ಬರಹವು ಕೇವಲ ಸಂಶೋಧಕರಿಗಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೂ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವವರಿಗೂ ಉಪಯುಕ್ತವಾದ ಹಲವಾರು ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಅನೇಕ ವರ್ಷಗಳಿಂದ, ಜಪಾನ್‌ನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು TIMSS ಮತ್ತು PISA¹ದಂತಹ ಅಂತರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಸಾಧನೆ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಆದರೆ ಅವರಿಗೆ ಅಲ್ಲಿ ಗಣಿತವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬೋಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಗಮನ ಹರಿಸಿಲ್ಲ.

1 Ikeda Y, Kita Y, Takagi R, Suzuki K, Mammarella IC, Caviola S, Lanfranchi S, Pulina F, Giofrè D. The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS): Applicability and Utility in a Sample of Japanese Elementary School Children. Int J Psychol. 2025 Apr;60(2):e70015. doi: <https://doi.org/10.1002/ijop.70015> PMID: 39933572; PMCID: PMC11813552.

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆ, ಲೆಸನ್ ಸ್ಟಡಿ, ಕೊಲ್ಮಾಬೊರೇಟಿವ್ ಲೆಸನ್ ರಿಸರ್ಚ್ (CLR), ನೇರಿಯಾಗೆ (ತರಗತಿ ಚರ್ಚೆ) ಮತ್ತು ನೇರಿಯಾಗೆ ನಕ್ಷೆಗಳು, ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ, ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನ, ಆಚರಣೆ, ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು

ಭಾರತದ ಅನೇಕ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ, ಮೊದಲು ಪಾಠ ಮಾಡಿ, ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ, ನಂತರ ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹರಿಸುವುದು ಎಂಬ ಭಾವನೆ ಇದೆ. ಆದರೆ ಜಪಾನ್‌ನಲ್ಲಿ ಈ ಕ್ರಮವೇ ಬದಲಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಯೇ ಪಾಠವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಒಂದು ಆಯ್ದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮುಂದೆ ಇಡುತ್ತಾರೆ, ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅದನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಲೇ ಹೊಸ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತಾವೇ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಅಂತಹ ಬೋಧನಾ ಕ್ರಮದ ಬಗ್ಗೆ ನಮಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಚಿತ್ರಣವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಜಪಾನಿನ ಶಿಕ್ಷಕರು ಅಂತಹ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಯೋಜಿಸುತ್ತಾರೆ, ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವ ರೀತಿಯ ಚರ್ಚೆಗಳು (ಇದನ್ನು ಜಪಾನಿ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ 'ನೆರಿಯಾಗೆ' ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ) ನಡೆಯುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಆಲೋಚನೆ ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ಹೇಗೆ ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗೀದಾರರಿಗೂ ಇದು ಮುಖ್ಯವಾದುದು; ಏಕೆಂದರೆ ಇದು ಹಲವು ದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಚಲಿತದಲ್ಲಿರುವ 'ಉಪನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ' (Lecture-and-practice) ಮಾದರಿಗೆ ಒಂದು ಪರ್ಯಾಯ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು, ಗಣಿತವನ್ನು ಸವಾಲು ಮತ್ತು ಸಂತೋಷವಾಗಿಯೂ ಇರುವಂತೆ ಹೇಗೆ ಹೇಳಿಕೊಡಬಹುದು ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 2 (ChatGPT ಬಳಸಿ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ)

ಅಂತಿಮವಾಗಿ, ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಶಿಕ್ಷಕರ ನಡುವಿನ ಸಹಭಾಗಿತ್ವದ ಮಹತ್ವವನ್ನು ಎತ್ತಿ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರೇ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರೆ 'ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಬೋಧನೆ' (ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ) ಯಶಸ್ವಿಯಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಜಪಾನಿನ 'ಜ್ಯುಗ್ಯೋ ಕೆಂಕ್ಯೂ' (ಪಾಠದ ಅಧ್ಯಯನ ಅಥವಾ Lesson Study), ಶಿಕ್ಷಕರು ಹೇಗೆ ಒಟ್ಟಾಗಿ ಪಾಠಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು, ಇತರರ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಬೋಧನೆಯನ್ನು ಸುಧಾರಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು ಗಣಿತ ಕಲಿಸಲು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ಶಿಕ್ಷಕರು ವೃತ್ತಿಪರವಾಗಿ ಹೇಗೆ ಬೆಳೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆಯೂ ತಿಳಿಸಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ಪುಸ್ತಕದ ಅವಲೋಕನ

ಮೊದಲ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಲೇಖಕರು ಜಪಾನ್‌ನ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ಶಾಲೆಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಈ ಬೋಧನಾ ಕ್ರಮವನ್ನು ಹೇಗೆ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಿದರು ಮತ್ತು ದೇಶದಾದ್ಯಂತ ಅದನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿದರು ಎಂದು ವಿವರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಪಾಠಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ಮೂರು ವಿಧದ ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಪಾಠಗಳು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ವಿಧದ ನೆರಿಯಾಗೆಗಳನ್ನು ಅವರು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯವು ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಬೋಧನೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಒಂದು ಭದ್ರವಾದ ಬುನಾದಿಯನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಎರಡನೇ ಅಧ್ಯಾಯವು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ನೇರವಾಗಿ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತಹ ಅನೇಕ ಪಾಠಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ವಿಶೇಷತೆಯೆಂದರೆ, ಇದು ಸಿದ್ಧಾಂತ (Theory) ಮತ್ತು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕತೆಯ (Practicality) ನಡುವೆ ಸಾಧಿಸಿವ ಸಮತೋಲನ; ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಯಂತಹ ಅಮೂರ್ತ ಆಲೋಚನೆಗಳು ನಿಜವಾದ ತರಗತಿಯ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಇಲ್ಲಿ ನೇರವಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸಬಹುದು.

ಮೂರನೇ ಅಧ್ಯಾಯವು ಶಿಕ್ಷಕರು ತಾವೇ ಸ್ವತಃ ಇಂತಹ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿಯಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿರುವ 'ನೆರಿಯಾಗೆ ನಕ್ಷೆ'ಯ - ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಚರ್ಚೆಯ ಹರಿವು ಯಾವ ಕಡೆ ಸಾಗುತ್ತಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುವ ಸರಳ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳು - ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ಬಹಳ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಈ ನಕ್ಷೆಗಳು

ಕೇವಲ ಪಾಠದ ಯೋಜನೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯವಸ್ಥಿತಗೊಳಿಸುವುದಲ್ಲದೆ, ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾದ ಗಣಿತದ ಸಂಭಾಷಣೆಯನ್ನು ನಡೆಸಲು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಒಂದು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಾಧನವನ್ನೂ ಒದಗಿಸುತ್ತವೆ.

ನಾಲ್ಕನೇ ಅಧ್ಯಾಯವು ಈ ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನವನ್ನು ಶಾಲಾ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯ ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ನೋಡುತ್ತದೆ. ಇದು ಕೇವಲ ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಪರಸ್ಪರ ಸಹಕರಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಒಬ್ಬರಿಂದೊಬ್ಬರು ಕಲಿತಾಗ ಇಡೀ ಶಾಲೆಯೇ ಹೇಗೆ ಬೆಳೆಯಬಲ್ಲದು ಎಂದು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಓದಬಹುದು. ಜಪಾನ್‌ನ ಶಿಕ್ಷಕರು ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಅವಲೋಕನ ಮತ್ತು ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ತಮ್ಮ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಾಮೂಹಿಕವಾಗಿ ಉತ್ತಮಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಲೇಖಕರು ಇಲ್ಲಿ 'ಲೆಸ್‌ನ್ ಸ್ಟಡಿ' (Lesson Study) ಪದ್ಧತಿಯ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಜಪಾನ್‌ನ ಹೊರಗಿನ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗಾಗಿ ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಲಾದ 'ಕೊಲ್ಯಾಬೋರೇಟಿವ್ ಲೆಸ್‌ನ್ ರಿಸರ್ಚ್' (CLR) ಮಾದರಿಯನ್ನು ಅವರು ಪರಿಚಯಿಸಿರುವುದು ನನಗೆ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಉಪಯುಕ್ತವೆನಿಸಿತು. CLR ಅನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಮಾದರಿಯಾಗಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಈ ಅಧ್ಯಾಯವು ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತದ ಶಾಲೆಗಳು ಹೇಗೆ ಸಾಮೂಹಿಕ ಅನ್ವೇಷಣೆಯ (Collective inquiry) ಸಂಸ್ಕೃತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಎತ್ತಿ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಯನ್ನು ಕೇವಲ ಒಂದು ಬೋಧನಾ ತಂತ್ರವನ್ನಾಗಿ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ಶಾಲೆಯ ಸಮಗ್ರ ಸುಧಾರಣೆಯ ಚಾಲಕ ಶಕ್ತಿಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ನನಗೆ ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಇಷ್ಟವಾದ ಅಂಶಗಳು

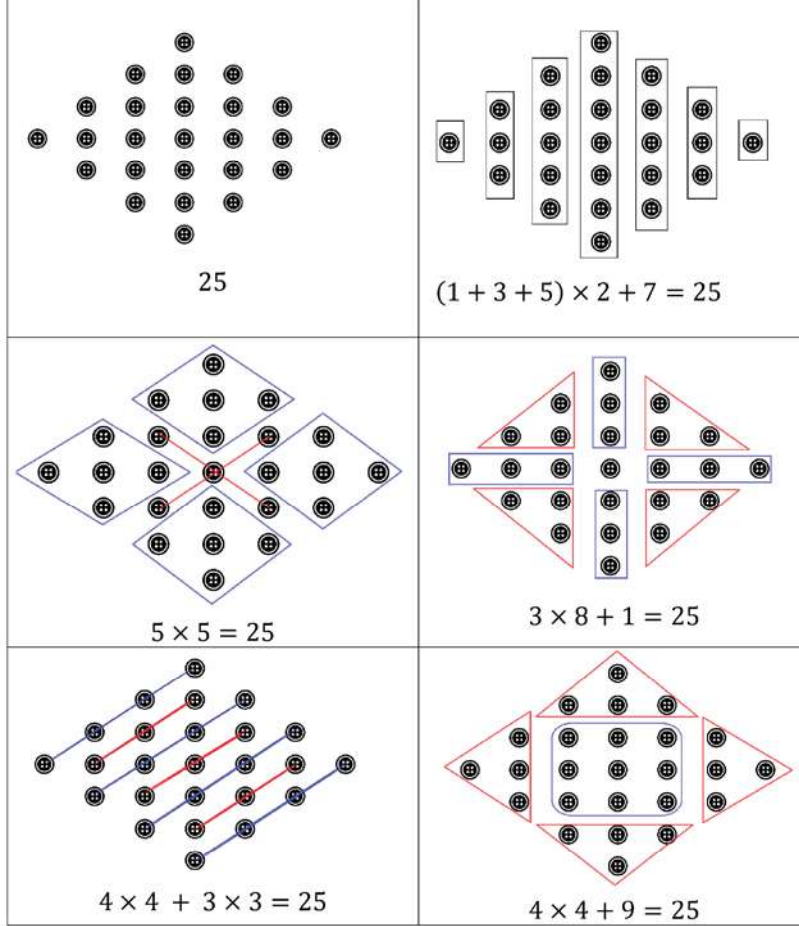
ಎರಡನೇ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿರುವ ವಿಷಯಗಳು ನನಗೆ ತುಂಬಾ ಇಷ್ಟವಾದವು. ಏಕೆಂದರೆ ಇದು ಕೇವಲ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಹೇಳದೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತರಗತಿಯ ಪ್ರತಿ ಪಾಠದಲ್ಲೂ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಬೋಧನೆಯ ಭಾಗವಾಗಿ ಹೇಗೆ ಅಳವಡಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಉತ್ತಮ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ನನಗೆ ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇಷ್ಟವಾದ ವಿಷಯವೆಂದರೆ, ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಪಾಠಗಳು ಕೇವಲ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮಾದರಿಗಳಲ್ಲ—ಅವುಗಳನ್ನು ಜಪಾನ್‌ನ ನೈಜ ತರಗತಿಗಳಿಂದ ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಹೊಸ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಲು, ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಲು ಮತ್ತು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿರುವ ಮುಕ್ತ-ಅಂತ್ಯದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಕ ಗಣಿತದ ತಾರ್ಕಿಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಉತ್ತೇಜಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಈ ಪಾಠಗಳು ನಮಗೆ ತೋರಿಸಿಕೊಡುತ್ತವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಹಿಂದಿನ ಕಲಿಕೆ ಮತ್ತು ತರಗತಿಯ ಅಗತ್ಯಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಮಾರ್ಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಈ ಅಧ್ಯಾಯವು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡುತ್ತದೆ; ಇದು ಭಾರತದ ವೈವಿಧ್ಯಮಯ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಇದನ್ನು ಬಳಸಲು ಯೋಗ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿನ ಪಾಠಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸೆಣಸಾಡಲು, ಹೊಸತನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಮತ್ತು ತಮ್ಮ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡುತ್ತವೆ. ಇದರಿಂದ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆ ಮತ್ತಷ್ಟು ಆಳವಾದ ಕಲಿಕೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಜಪಾನಿನ ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಆರು ವರ್ಷಗಳ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ (6-12 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸು), ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಲೋಯರ್ ಸೆಕೆಂಡರಿ ಶಿಕ್ಷಣ (12-15 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸು) ಮತ್ತು ನಂತರದ ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಹೈಯರ್ ಸೆಕೆಂಡರಿ ಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು (15-18 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸು) ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಲೇಖಕರು ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣದ ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಬಹುದಾದ ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಪಾಠಗಳ ಹಲವಾರು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಎರಡನೇ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಮೂರು ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿದ್ದಾರೆ; ವಿಭಾಗ 2.1 ರಲ್ಲಿ ಅವರು ಐದು ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಪಾಠಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾರೆ, ಅಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಘಟಕವು ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ಬೆಳೆಯುವ 3-4 ಪಾಠಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ವಿಭಾಗ 2.2 ಮತ್ತು 2.3 ರಲ್ಲಿ, ಲೇಖಕರು 'ಸ್ಪಾಟ್‌ಲೈಟ್ ಪಾಠಗಳನ್ನು' ನೀಡಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಮೂರು ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಕೆಳಗೆ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

ವಿಭಾಗ 2.1: ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಯವಿಧಾನದ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವ ಪಾಠಗಳು

ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಲೇಖಕರು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಎಣಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದು, ದಟ್ಟಣೆ ಮತ್ತು ವೇಗದ ಅಳತೆ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ಮತ್ತು ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ಬೀಜಗಣಿತದ ಪರಿಚಯ ಕುರಿತಾದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಇಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ವಿಷಯಗಳು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿವೆ, ಆದರೆ ನಾನು ಬೀಜಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೇನೆ. ಇಲ್ಲಿನ ಪಾಠಗಳಲ್ಲಿ ಲೇಖಕರು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಕಲಿಯಲು ಬೇಕಾದ ಭದ್ರ ಬುನಾದಿಯನ್ನು ಹಾಕಿಕೊಡುತ್ತಾರೆ. ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಪಾಠಗಳು ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ಬೆಳೆಯುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತವೆ; ಇವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇವಲ ಬಾಯಿಪಾಠ ಮಾಡುವುದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆ ಆಳವಾಗಿ ಯೋಚಿಸುವಂತೆ ಪ್ರೇರೇಪಿಸುತ್ತವೆ. ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಕೆಲಸಗಳಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಕ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವುದು, ಗಣಿತದ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು ಮತ್ತು ನೇರವಾಗಿ ಎಣಿಸದೆಯೇ ತರ್ಕಬದ್ಧವಾಗಿ ಆಲೋಚಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಅವರು 'ಕ್ಲಾಸಿ-ವೇರಿಯಬಲ್' ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಮೂಲಕ ಬೀಜಗಣಿತದ ಆಲೋಚನಾ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಆವರಣ ಚಿಹ್ನೆಗಳು (Parentheses) ಹಾಗೂ ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಕ್ರಮಗಳಂತಹ (Order of operations) ಅಂಕಗಣಿತದ ನಿಯಮಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚಿಸುತ್ತಾರೆ. ತಾರ್ಕಿಕ ಚಿಂತನೆ, ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಪರಿಶೀಲನೆಯ ಮೇಲೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಒತ್ತು ನೀಡಿರುವುದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಭದ್ರ ಬುನಾದಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ, ಈ ವಿಭಾಗವು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಒಂದು ಅಮೂಲ್ಯವಾದ ಸಂಪನ್ಮೂಲವಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳ ಕುರಿತಾದ ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಪಾಠವು, ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವ ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತದೆ. ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಮತ್ತು ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಮೂರ್ತ ರೂಪಗಳೊಂದಿಗೆ ಬೆಸೆಯಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುವಂತೆ ಈ ಪಾಠವನ್ನು ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿರುವಂತೆ, ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬಳಸಿದ ಹಲವು ತಂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಹೊರಹೊಮ್ಮಿದ ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 3ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 3: ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ, ಗಣಿತದ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಎಣಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು.

ವಿಭಾಗ 2.2: ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಪಾಠಗಳು

ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ, ಲೇಖಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗಣಿತದ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಕ್ಕೆ ಸವಾಲೊಡ್ಡುವಂತಹ ಪಾಠಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾರೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಈಗಾಗಲೇ ಜಾಲ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪಠ್ಯಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಸೇರಿಸಬಹುದು ಎಂಬ ಕಾರಣಕ್ಕೆ ಲೇಖಕರು ಇವುಗಳನ್ನು 'ಸ್ವಾಟ್‌ಲೈಟ್ ಲೆಸನ್ಸ್' ಎಂದು ಕರೆದಿದ್ದಾರೆ. Curious Subtraction, Comparing areas using pattern blocks, Let's Make a calendar, Finding the area of triangles inside parallelogram ಮತ್ತು Devising ways to construct a congruent triangle – ಇವು ಲೇಖಕರು ನೀಡಿರುವ ಸ್ವಾಟ್‌ಲೈಟ್ ಲೆಸನ್‌ಗಳು. ಈ ವಿಭಾಗದ ಪಾಠಗಳ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಾನು Let's Make a calendar ಎಂಬ ಪಾಠವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತೇನೆ. ಈ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು 1 ರಿಂದ 31 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ, ತಮ್ಮ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ ಅನುಸರಿಸಲಾದ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ನೇರಿಯಾಗೆ – ಅಂದರೆ ತಾರ್ಕಿಕ ಹಂತಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಪೂರಕವಾದ ಚರ್ಚೆ – ಎರಡೂ ಬಹಳ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿವೆ. ಈ ಪಾಠವು ದಶಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತದ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಗಾಢವಾಗಿಸಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡುತ್ತದೆ.


ವಿಭಾಗ 2.3: ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪಾಠಗಳು

ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ, ಲೇಖಕರು ಹಲವಾರು ಸ್ವಾಟ್‌ಲೈಟ್ ಲೆಸನ್‌ಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದಾರೆ: "Opening a Cube," "How Many

Different Squares Can You Make on a Geoboard?”, “Find All the Isosceles Triangles on a Geoboard,” and “Let’s Create a New Math Problem! (A Lesson from the Book Mondai kara Mondai e)” ಈ ಎಲ್ಲಾ ಪಾಠಗಳು ಹಲವು ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮುಕ್ತ-ಅಂತ್ಯದ (Open-ended) ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುತ್ತವೆ. ಇವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಉನ್ನತ ಮಟ್ಟದ ಚಿಂತನಾ ಕೌಶಲಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಉತ್ತೇಜಿಸುತ್ತವೆ (ಬೆಕರ್ ಮತ್ತು ಶಿವಾಡಾ, 1997). “Let’s Create a New Math Problem!” ಎಂಬ ಪಾಠವನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ತರಗತಿಯ ಹಂತಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುವಂತೆ ಜಪಾನಿನ ಸಂಶೋಧಕರು ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಣ ತಜ್ಞರು ರೂಪಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಇದನ್ನು ಜಪಾನ್ ಜನಪ್ರಿಯ ಪುಸ್ತಕವಾದ ‘ಮೊಂದೈ ಕಾರಾ ಮೊಂದೈ ಎ’ (ತಕೇಚಿ ಮತ್ತು ಸವಾಡಾ, 1984) ಇಂದ ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪಾಠವು ಹಿಂದಿನ ವಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾದ ‘ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಮಸ್ಯೆ’ಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಮೂಲ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಸಣ್ಣ ಬದಲಾವಣೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಇಂತಹ ಹೊಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳಬಹುದು: ‘ಒಂದೇ ಉದ್ದದ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಅಂಟಿಕೊಂಡಿರುವ 50 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದರೆ, ನಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?’ ಅಥವಾ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಅಂಟಿಕೊಂಡಿರುವ ಘನಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಹಂತಕ್ಕೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು. “Let’s Create a New Math Problem!” ಪಾಠದ ‘ನೇರಿಯಾಗೆ’ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರ 4ರಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು.

168 ನೀವು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಚಿತ್ರಿಸಿ ಪಾಠಗಳು

"ನಿನ್ನ ನಾವು ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದ್ದೇವು: 'ಒಂದೇ ಉದ್ದದ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಅಂಟಿಕೊಂಡಿರುವ 30 ಚೌಕಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸೋಣ. ನಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕು?'"



ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ನಾವೇ ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸೋಣ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಒಂದು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ಹೊಸ ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಿ. ನೀವು ಹಲವಾರು ವಿಭಿನ್ನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಬಹುದು.

ನಿಮ್ಮ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಸೃಷ್ಟಿಸಿದಿರಿ? ಅವುಗಳನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡೋಣ.

ಎ) ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವುದು

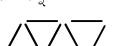
ಒಂದೇ ಉದ್ದದ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಅಂಟಿಕೊಂಡಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡೋಣ. 50 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ನಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕು?

ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಬಿ-1) ಆಕಾರವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವುದು: ವಿಭಿನ್ನ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು

ಒಂದೇ ಉದ್ದದ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಅಂಟಿಕೊಂಡಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಮಾಡೋಣ. 30 ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕು?

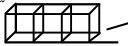


ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಬಿ-2) ಆಕಾರವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವುದು: 3-D ಆಕಾರವನ್ನು ಮಾಡುವುದು

ಒಂದೇ ಉದ್ದದ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಅಂಟಿಕೊಂಡಿರುವ ಘನಗಳನ್ನು ಮಾಡೋಣ. 30 ಘನಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ನಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕು?




ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಸಿ) ಜೋಡಣೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವುದು

ಒಂದೇ ಉದ್ದದ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಚೌಕಗಳ ಸಾಲನ್ನು ಮಾಡೋಣ (ಇವು ಯಾವುದೇ ಬದಿಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ). 30 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕು?

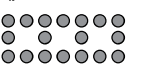


ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಡಿ) ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಮತ್ತೆ/ಅಥವಾ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವುದು

ನಾವು ಚಿಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. 30 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಚಿಪ್ಪುಗಳು ಬೇಕು?



ನಾವು ಸಭೆಗಾಗಿ ಚೌಕಾಕಾರದ ಮೇಜುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುತ್ತೇವೆ. ಮೇಜಿನ ಪ್ರತಿ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬರು ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. 30 ಮೇಜುಗಳಿದ್ದರೆ ಎಷ್ಟು ಜನರು ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳಬಹುದು?

ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಇ) ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವುದು (ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆದಲುಬದಲು ಮಾಡುವುದು)

ನಾವು ಒಂದೇ ಉದ್ದದ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. 100 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ನಾವು ಎಷ್ಟು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು?

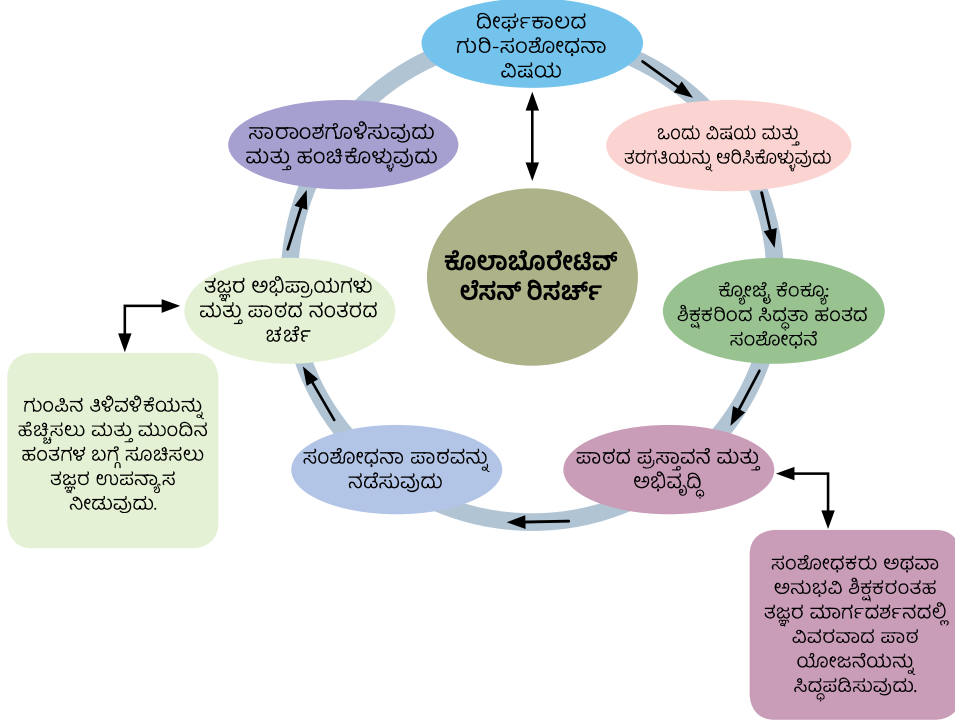
ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಇದೇ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಚಿತ್ರ 4: “Let’s Create a New Math Problem! A lesson from Mondai kara Mondai e” ಇದರ ನೇರಿಯಾಗೆ ನಕ್ಷೆ. ಈ ಪುಟವನ್ನು ಪ್ರಕಾಶಕರಿಂದ ಅನುಮತಿ ಪಡೆದು ಇಲ್ಲಿ ಮರುಮುದ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಚಿತ್ರ 2.3.4.02 “Let’s create new math problems! A lesson from Mondai kara Mondai e [Problem to Problem]” ಪಾಠದ ನೇರಿಯಾಗೆ ನಕ್ಷೆ.

ಪುಸ್ತಕದ 4ನೇ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, ಲೇಖಕರು ‘ಕೊಲ್ಯಾಬೊರೇಟಿವ್ ಲೆಸನ್ ರಿಸರ್ಚ್’ (CLR) ಹೇಗೆ ಇಡೀ ಶಾಲೆಯ ಬೋಧನಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನೇ ಬದಲಿಸಬಲ್ಲದು ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಸಂಶೋಧನೆಯನ್ನು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕತೆಗೆ ಬೆಸೆದಿದ್ದಾರೆ. ಚಿತ್ರ 5ರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿರುವ ಸಿ.ಎಲ್.ಆರ್ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು, ಸಂಶೋಧನೆಯು ಹೇಗೆ ಅನುಷ್ಠಾನವಾಗಿ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಉತ್ತಮ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಮೊದಲೇ ಊಹಿಸುವುದು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಕೇಂದ್ರಿತ ಗಣಿತದ ಸಂವಾದಗಳನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಜ್ಞಾನಗ್ರಹಣಕ್ಕೆ ಸವಾಲೊಡ್ಡುವಂತಹ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸುವುದು - ಇವುಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಅಮೂರ್ತ ಆಲೋಚನೆಗಳಾಗಿ ನೋಡದೆ, ಪಾಠದ ವಿನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಫಲನಕ್ಕಾಗಿ ಬಳಸುವ ಸಾಧನಗಳಾಗಿ ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. ಸಿ. ಎಲ್.ಆರ್ ವೃತ್ತಿಪರ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯನ್ನು ಕೇವಲ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಕಾರ್ಯಾಗಾರಗಳಿಗೆ ಸೀಮಿತಗೊಳಿಸದೆ, ಅದನ್ನು ಶಾಲೆಯ ಒಳಗಿನ ಸಾಮೂಹಿಕ ಅನ್ವೇಷಣೆಯನ್ನಾಗಿ ಬದಲಿಸುತ್ತದೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಪರಸ್ಪರಿಂದ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಂದ ಮತ್ತು ತಜ್ಞರಿಂದ ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ; ಇದು ಬೋಧನೆಯ ಗುಣಮಟ್ಟವನ್ನು ನಿರಂತರವಾಗಿ ಸುಧಾರಿಸುವ ಒಂದು ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ ಫೀಡ್‌ಬ್ಯಾಕ್ ಲೂಪ್ ಅನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸುತ್ತದೆ. ಸಿ.ಎಲ್. ಆರ್ ಮೂಲಕ ಶಾಲೆಗಳು, ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಹ-ಸಂಶೋಧಕರಾಗಿ ಸಬಲೀಕರಣಗೊಳ್ಳುವ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲಿಕೆಯು ಬೋಧನಾ ವಿನ್ಯಾಸದ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದುವಾಗಿರುವ, ಒಂದು ಸುಸ್ಥಿರ ಮಾದರಿಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ 5: ಸಿ.ಎಲ್.ಆರ್ (CLR) ಚಕ್ರದ ಹಂತಗಳು: ಸಂಶೋಧನಾ ವಿಷಯದ ಆಯ್ಕೆಯಿಂದ ಹಿಡಿದು, ತರಗತಿಯ ಅಭ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಿಪರ ಅನ್ವೇಷಣೆಯನ್ನು ಬೆಸೆಯುವ ಹಂಚಿಕೆಯ ಒಳನೋಟಗಳವರೆಗೆ.

ಭಾರತದ ಶಿಕ್ಷಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಸುಧಾರಣೆಗೆ ಇದರ ಪ್ರಸ್ತುತತೆ

ಸಮಸ್ಯೆ-ಪರಿಹಾರದ ಮೂಲಕ ಗಣಿತವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವ ವಿಧಾನವು, ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಾಗಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು (NCF-SE) 2023ರಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾದ 'ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಆಧಾರಿತ ಕಲಿಕೆ'ಯ ತತ್ವಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದುತ್ತದೆ. ಈ ಪುಸ್ತಕವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ ಮುನ್ನಡೆಸುವ ಅನ್ವೇಷಣೆಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಒತ್ತು ನೀಡುತ್ತದೆ; ಇಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಔಪಚಾರಿಕ ಬೋಧನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಮೊದಲೇ ಅಪರಿಚಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾರೆ. ಇದು ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ, ಸೃಜನಶೀಲತೆ ಮತ್ತು ಆಳವಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತದೆ. ಇದು ಕೇವಲ ಬಾಯಿಪಾಠ ಮಾಡುವುದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವ NCF-SE ನ ಗುರಿಯನ್ನೇ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಿಸುತ್ತದೆ. ಇದಲ್ಲದೆ, ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುವ ತಾರ್ಕಿಕ ಚಿಂತನೆ, ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಫಲನಾತ್ಮಕ ಚರ್ಚೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಒತ್ತು, NCF ನ Formative, feedback-driven assessment ಅಶಯವನ್ನು ಬೆಂಬಲಿಸುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಕಲಿಕೆಯ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯನ್ನು ತಾವೇ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಅವರನ್ನು ಸಬಲೀಕರಿಸುವುದು, ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ತಕ್ಕಂತೆ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುವ ಕಲಿಕಾ ಮಾರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಗ್ರ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸುವುದು - ಈ ಎರಡೂ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳ ಮುಖ್ಯ ಉದ್ದೇಶ. ಒಟ್ಟಾರೆಯಾಗಿ, ಇವು ಭಾರತೀಯ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಆಕರ್ಷಕವಾಗಿ ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ಒಂದು ಪ್ರಬಲ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತವೆ.

ಭಾರತೀಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಅಳವಡಿಕೆಗೆ ಕೆಲವು ಮಿತಿಗಳಿವೆ; ದೊಡ್ಡ ಗಾತ್ರದ ತರಗತಿಗಳು, ಶಿಕ್ಷಕರ ನಡುವೆ ಸಹಯೋಗಕ್ಕೆ ಇರುವ ಕಡಿಮೆ ಅವಕಾಶಗಳು ಮತ್ತು ನಿರಂತರ ವೃತ್ತಿಪರ ಸಂವಾದವನ್ನು ನಿರ್ಬಂಧಿಸುವ ಪರೀಕ್ಷಾ-ಕೇಂದ್ರಿತ ಪದ್ಧತಿಗಳು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಮುಖವಾದವು. ಸಿ.ಎಲ್.ಆರ್ ಅನುಷ್ಠಾನವೂ ಸಹ ಸವಾಲಿನದ್ದಾಗಿರಬಹುದು; ಆದರೂ, ಈ ಚೌಕಟ್ಟು ಅಗಾಧವಾದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಇದನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡರೆ, ಸಿ.ಎಲ್.ಆರ್ ಶಿಕ್ಷಕರಲ್ಲಿ 'ವೃತ್ತಿಪರ ಕಲಿಕಾ ಸಮುದಾಯಗಳನ್ನು' (Professional learning communities) ಬೆಳೆಸಬಲ್ಲದು. ಈ ಸಮುದಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಒಬ್ಬರಿಗೊಬ್ಬರು ಬೆಂಬಲ ನೀಡುತ್ತಾ, ಸಮಸ್ಯೆ-ಪರಿಹಾರದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಹಂತಹಂತವಾಗಿ ತಮ್ಮ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಉಪಸಂಹಾರ

ಈ ಪುಸ್ತಕವು ವರ್ಷಗಳ ಸಂಶೋಧನೆ, ತರಗತಿಯ ಅನುಭವ ಮತ್ತು ಆಳವಾದ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಒಂದೆಡೆ ತರುತ್ತದೆ. ಗಾಢವಾದ ಮತ್ತು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾದ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಅತ್ಯಂತ ಸ್ಪಷ್ಟ ಹಾಗೂ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿರುವುದು ಈ ಪುಸ್ತಕದ ವಿಶೇಷತೆ. ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹರಿಸುವ ವಿಧಾನವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಯೋಚಿಸಲು, ಒಟ್ಟಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಗಣಿತವನ್ನು ಆಳವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪುಸ್ತಕವು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರಲ್ಲಿನ ವಿಷಯಗಳು ಆಳ ಮತ್ತು ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗಿದ್ದರೂ ಸಹ, ಲೇಖಕರು ಅವುಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರು ತಮ್ಮ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ

ಅನುಷ್ಠಾನಕ್ಕೆ ತರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಆಕರ್ಷಕವಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಕೇಂದ್ರಿತವಾಗಿ ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಮಾಡಲು ಬಯಸುವ ಯಾರಿಗಾದರೂ ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಒಂದು ಅಮೂಲ್ಯ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿಯಾಗಿದೆ.

ಸಿ.ಎಲ್.ಆರ್ ಮತ್ತು ಟಿ.ಟಿ.ಪಿ ಬಗ್ಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳು ನನ್ನ ಗಮನಕ್ಕೆ ಬಂದಿವೆ. ಆಸಕ್ತ ಓದುಗರು ಇವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು:

1. The Lesson Study Group at Mills College <https://bit.ly/4hlbRVP>
2. The Lesson Study Group at Mills College and Teaching through problem solving <https://bit.ly/47eF5Ru>
3. Lesson Study Alliance. (2020). Lesson Study Resources. Retrieved from <https://www.lsalliance.org/>
4. Takahashi, A., & Yoshida, M. (2004). How Can We Start Lesson Study? Ideas for Establishing Lesson Study Communities. *Teaching Children Mathematics*, 10(9), 436-443.
5. Takahashi, A. (2008). Beyond Show and Tell: Neriage for Teaching Through Problem-solving - Ideas from Japanese Problem-solving Approaches for Teaching Mathematics. Paper presented at the 11th International Congress on Mathematics Education in Mexico.

ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು: ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಪುಸ್ತಕದ ಸ್ಕ್ಯಾನ್ ಮಾಡಿದ ಪುಟವನ್ನು ಮರುಮುದ್ರಿಸಲು ಅನುಮತಿ ನೀಡಿದ ರೂಟ್‌ಡ್ಡ್, ಟೇಲರ್ ಮತ್ತು ಫ್ರಾನ್ಸಿಸ್ ಗ್ರೂಪ್‌ಗೆ ಲೇಖಕರು ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತಾರೆ.



ಅನುಷಾ ಟಿ. ಅವರು ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಸ್ಕೂಲ್ ಆಫ್ ಕಂಟಿನ್ಯೂಯಿಂಗ್ ಎಜುಕೇಶನ್ ಅಂಡ್ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ ರಿಸೋರ್ಸ್ ಸೆಂಟರ್‌ನಲ್ಲಿ (SCE-URC) ಅಧ್ಯಾಪಕರು. ಇವರು ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಪಿಎಚ್.ಡಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಶುದ್ಧ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ಇವರ ಸಂಶೋಧನೆಯ ಆಸಕ್ತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳು. ಶುದ್ಧ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಇವರು ಮಾಡ್ಯುಲರ್ ಇಕ್ವೇಷನ್ಸ್, ತೀಟಾ ಫಂಕ್ಷನ್ ಐಡೆಂಟಿಟೀಸ್ ಮತ್ತು $1/\pi$ ಗೆ ಇರುವ ರಾಮಾನುಜನ್ ಮಾದರಿಯ ಶ್ರೇಣಿಗಳ ಮೇಲೆ ಗಮನಹರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ, ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನ, ಮೌಲ್ಯಾಂಕನ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಇವರ ಆಸಕ್ತಿಯ ವಿಷಯಗಳಾಗಿವೆ.

ಪುಟ 34ರಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಬಂಧಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರ

	1 3	2 5	7		3 1	4 8	6	
5 4		1				2		6 8
7 1	2	4		8 5	6		9 4	3 0
9			10 3	2		11 4		2
		12 7				13 7	14 5	
		15 1	16 8				3	
17 9			4		18 3	4		19 8
20 5	0	21 2		22 6	1		23 3	0 4
0		4					2	0
	24 4	6	0		25 5	0	0	