

अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी एट राइट एंगल्स

स्कूल गणित के लिए एक संसाधन



गिनती से परिचय

पद्मप्रिया शिराली

गिनती से परिचय

बच्चों में संख्याओं की समझ स्वाभाविक रूप से तब शुरू होती है जब वे अपने आस-पास की दुनिया को टटोलते हैं – यहाँ तक कि शैशवावस्था में भी। वस्तुओं के साथ बार-बार होने वाली अन्तःक्रियाओं और अपने परिवेश में इस्तेमाल होने वाली भाषा के माध्यम से वे धीरे-धीरे संख्या सम्बन्धी प्रारम्भिक अवधारणाओं का निर्माण करते हैं।

रोज़मर्रा की स्थितियों में बच्चे खिलौने, प्लेट, कपड़े, कुर्सी या भोजन के डिब्बों जैसी परिचित घरेलू वस्तुओं के माध्यम से वस्तुओं के समूहों और 'दो' और 'चार' जैसी संख्याओं से रूबरू होते हैं। दिनचर्या से जुड़ी बातचीत, जैसे कि, "क्या तुमने दो रोटियाँ खाई?", "उसके पास तीन गुड़िया हैं," या "मैंने छह केले और चार सेब खरीदे" – संख्याओं को सन्दर्भ के साथ अनुभव करने के सार्थक अवसर प्रदान करती है। ये वास्तविक जीवन के अनुभव ही प्रारम्भिक संख्यात्मक सोच की नींव रखते हैं।

शिशु संख्या-शब्दों को वास्तविक मात्राओं के साथ जोड़ना शुरू कर देते हैं, जैसे यह समझना कि 'दो' का अर्थ दो सेब या दो खिलौने होता है। वे तुलनात्मक विचारों को भी समझते हैं, जैसे कि 'ज़्यादा' और 'कम', उदाहरण के लिए, ज़्यादा बिस्कुट लेना या कम गाज़र लेना। शुरुआत में, बच्चे संख्याओं को मात्रा के संकेतक के रूप में देखते हैं। धीरे-धीरे, वे समझने लगते हैं कि संख्याएँ स्थान (दूसरा, तीसरा) भी बता सकती हैं, लेबल के रूप में काम कर सकती हैं (मकान नम्बर 104) या अमूर्त माप (तीन साल की उम्र) को निरूपित कर सकती हैं।



चित्र-1

बच्चों में वस्तुओं के छोटे समूहों (आमतौर पर पाँच तक) को बिना गिने ही दृश्य रूप से देखने और उनकी तुलना करने की जन्मजात क्षमता होती है, जिसे 'बोधात्मक त्वरित गणना' (perceptual subitising) के रूप में जाना जाता है। गिनने के प्रभावी कौशल के विकास में मदद करने के लिए शिक्षक इस प्राकृतिक क्षमता का लाभ उठा सकते हैं। इसके अतिरिक्त, यह ध्यान देने योग्य है कि गिनती में जोड़ निहित होता है और उल्टी गिनती में घटाव निहित होता है। इसलिए, ये तीनों अवधारणाएँ साथ-साथ चलती हैं।

यह पुलआउट बच्चों और वयस्कों दोनों की बिना गिने छोटी मात्राओं (छह तक) को तुरन्त पहचानने की प्राकृतिक क्षमता पर प्रकाश डालने से शुरू होता है। यह विभिन्न गतिविधियों के माध्यम से इस कौशल को मज़बूत करने पर ज़ोर देता है, साथ ही प्री-प्राइमरी के तीन वर्षों और कक्षा 1-2 के विद्यार्थियों को गिनने के प्रभावी तरीके सिखाने पर भी बल देता है। 'त्वरित गणना' (subitization) प्रारम्भिक गणित शिक्षा में एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है, क्योंकि यह बच्चों को संख्याओं की मानसिक छवि बनाने और संख्या तथ्यों की कल्पना करने में मदद करती है। यह संख्याओं की सहज समझ विकसित करती है, मानसिक अंकगणित कौशल को बढ़ाती है, रटी हुई गिनती बोलने से हटकर संख्याओं के बारे में लचीली सोच की ओर ले जाती है और संख्याओं के पैटर्न को पहचानने में मदद करती है जो गणित की अधिक उन्नत अवधारणाओं में सहायक होते हैं।

की-वर्ड : संख्या, पूर्व-संख्या कौशल, त्वरित गणना, गिनती, संख्यात्मकता, गिनती के सिद्धान्त।

1-2-3 जितना सरल नहीं

फ़ाउण्डेशनल स्टेज पर कार्य करने वाले शिक्षक यह देख सकते हैं कि जैसे-जैसे बच्चे गिनने और संख्या की समझ में प्रगति करते हैं, उनमें कुछ ग़लतफ़हमियाँ भी हो जाती हैं और वे कुछ ग़लतियाँ भी करते हैं, जैसे :

- वस्तुओं के बीच की दूरी या उनके जमाने के तरीके (arrangement) के आधार पर उनकी मात्रा का ग़लत अनुमान लगाना।
- यह न समझ पाना कि गिनी गई अन्तिम संख्या ही कुल मात्रा को दर्शाती है (मान की समझ का सिद्धान्त/ cardinality principle)।
- गिनती के सही क्रम को याद रखने में जूझना।
- सीधी या उल्टी गिनती करते समय संख्या-नामों के क्रम में भ्रमित होना (नियत क्रम सिद्धान्त/ stable order principle)।
- 'एक-एक संगति' (one-to-one correspondence) में ग़लतियाँ करना, जैसे – वस्तुओं को छोड़ देना या एक ही वस्तु को दो बार गिनना।
- संरक्षण सिद्धान्त (conservation principle) को समझने में विफल रहना कि जमावट बदलने के बावजूद मात्रा वही रहती है।
- वस्तुओं के छोटे समूहों की तुलना करते समय दृश्य-समझ (visual perception) का कम उपयोग करना। बच्चे वस्तुओं के छोटे समूहों की तुलना करते समय अपनी दृश्य-समझ पर कम भरोसा कर सकते हैं। गिनती सीखने के बाद, वे अकसर यह मानने लगते हैं कि उन्हें हर बार गिनना ज़रूरी है, भले ही वे मात्रा को स्पष्ट रूप से देख पा रहे हों – जैसे कि चार वस्तुओं के समूह को पहचानना।

हमारे शिक्षण के तरीके ऐसे होने चाहिए जो इन त्रुटियों को रोकेँ और बच्चों को गिनती सीखने और संख्याओं को समझने के दौरान इनसे उबरने में सक्रिय रूप से सहायता करें।

तालिका-1

गतिविधि-1 : बोधात्मक त्वरित गणना (Perceptual Subitization) कौशल का विकास

उद्देश्य : बच्चों में बोधात्मक त्वरित गणना की क्षमता [यानी बिना गिने, छोटी मात्राओं (आमतौर पर पाँच या छह तक) को तुरन्त पहचानने की क्षमता] को विकसित करने में सहायता करना और उसका आकलन करना।

सामग्री : डॉट फ्लैश कार्ड (बिन्दुओं वाले कार्ड), मानक पाँसा

प्रक्रिया

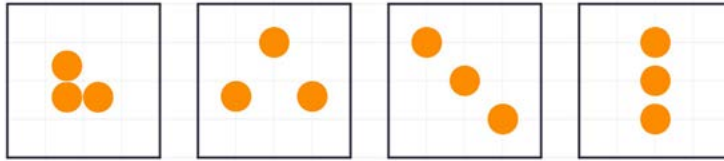
बोधात्मक त्वरित गणना किसी छोटे समूह की मात्रा की बिना गिने तत्काल पहचान करना है। उदाहरण के लिए, जब एक बच्चा पाँसे पर चार बिन्दु देखता है, तो वह प्रत्येक बिन्दु को गिने बिना 'चार' कह सकता है।

इन पैटर्नों को सुदृढ़ करने के लिए पाँसे का एक प्राकृतिक उपकरण के रूप में उपयोग करें, विशेष रूप से 1 से 6 तक की मात्राओं के लिए।



चित्र-2

3, 4, 5 और 6 बिन्दुओं की विभिन्न स्थानिक जमावट को दर्शाने वाले फ्लैश कार्ड तैयार करें।

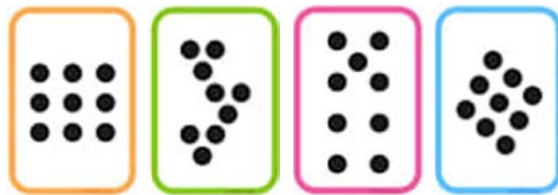


चित्र-3 : 3 बिन्दुओं वाले फ्लैशकार्ड का उदाहरण

स्पष्टता सुनिश्चित करने के लिए बिन्दुओं के आकार और उनके बीच की दूरी को एक समान रखें। प्रत्येक कार्ड को बच्चों को थोड़ी देर के लिए (1-2 सेकंड) दिखाएँ और उनसे वह संख्या बताने के लिए कहें जो वे देख रहे हैं। यह गिनती करने की बजाय दृश्य पैटर्न की पहचान को प्रोत्साहित करता है।

विस्तार

एक बार जब बच्चे अलग-अलग व्यवस्थाओं में 1 से 6 तक की मात्राओं को आत्मविश्वास के साथ पहचानने लगे, तो 7 से 10 बिन्दुओं वाले फ्लैश कार्ड दिखाएँ। 9 के लिए एक उदाहरण यहाँ दिया गया है (चित्र-4)।



चित्र-4

इन कार्डों के लिए मन में अधिक जटिल समूह (mental grouping) बनाने की आवश्यकता हो सकती है और ये अवधारणात्मक त्वरित गणना की नींव रखते हैं।

अवधारणात्मक त्वरित गणना में बड़ी संख्याओं को पहचानने के लिए उनमें मौजूद छोटे समूहों को मन में व्यवस्थित करके पहचानना शामिल होता है। उदाहरण के लिए, 9 बिन्दुओं को तीन-तीन के तीन समूहों के रूप में देखना। इस प्रकार

की पहचान बच्चों को 'हिस्से व पूर्ण' (part-whole) के सम्बन्धों को समझने में मदद करती है, जो जोड़ और घटा के लिए महत्वपूर्ण होते हैं।

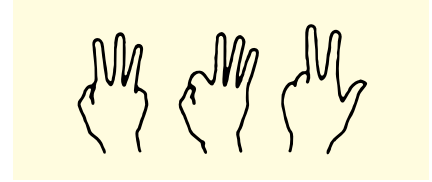
गतिविधि-2

उद्देश्य : बोधात्मक व अवधारणात्मक त्वरित गणना (Perceptual and Conceptual Subitization) विकसित करने में सहायता करना और उसका आकलन करना।

सामग्री : हाथ और उँगलियाँ, टेन-फ्रेम (10-खाने वाले फ्रेम), बिन्दुओं वाले टेन-फ्रेम

शुरुआत में उन्हें 5 से कम की संख्याओं के साथ शुरू करने दें। उदाहरण के लिए : 3 को अलग-अलग तरीकों से दिखाएँ (चित्र-5)।

बच्चे 10 तक की संख्या दिखाने के लिए स्वाभाविक रूप से अपने हाथों और उँगलियों का उपयोग करते हैं। वे उँगलियों की व्यवस्था से बनने वाले संख्या पैटर्न को पहचानना शुरू कर देते हैं, जैसे आठ को पाँच और तीन या चार और चार के रूप में देखना।



चित्र-5

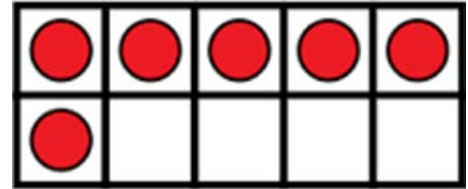


चित्र-6



चित्र-7

टेन-फ्रेम (चित्र-8) एक आयताकार ग्रिड है जो दो पंक्तियों और पाँच स्तम्भों से बनी होती है, जिसमें कुल 10 खाने होते हैं। बच्चे 10 तक की संख्याओं को दर्शाने के लिए इस पर गोटी रखते हैं, जिससे उन्हें संख्या बोध (number sense) विकसित करने तथा एक-एक संगति (one-to-one correspondence), त्वरित गणना और संख्याओं के दृश्य निरूपण को समझने में मदद मिलती है।



चित्र-8

बच्चों को इन फ्रेमों पर विभिन्न पैटर्नों में गोटियाँ रखने दें और गोटियों की संख्या बताने को कहें। इसका ढाँचा बच्चों को पाँच से बड़ी संख्याओं को अधिक आसानी से पहचानने में मदद करता है।

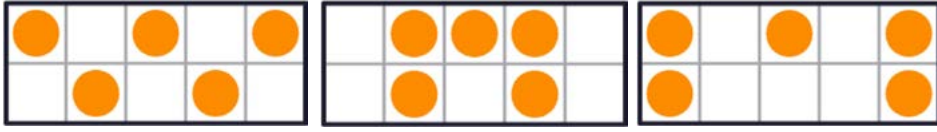
इसके बाद टेन-फ्रेम पर प्रदर्शित विभिन्न संख्या पैटर्नों वाले चार्ट या फ्लैशकार्ड का उपयोग किया जा सकता है ताकि बच्चों की बोधात्मक व अवधारणात्मक दोनों तरह की त्वरित गणना क्षमता को बढ़ाया जा सके।



चित्र-9 : टेन-फ्रेम व्यवस्था का उपयोग करके संख्या 8 दिखाने वाले फ्लैशकार्ड

जैसे-जैसे बच्चे टेन-फ्रेम के साथ सहज होते जाते हैं, वे कार्डों को अलग-अलग तरीकों से देखना शुरू कर सकते हैं। उदाहरण के लिए, कुछ बच्चे तुरन्त 4 और 4 जैसे पैटर्न को पहचान सकते हैं, जबकि अन्य यह देख सकते हैं कि एक भरे हुए फ्रेम में से दो काउंटर गायब हैं और निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि संख्या 8 है। यह आवश्यक है कि विद्यार्थियों

को प्रेम की व्याख्या करने के लिए अपनी रणनीति विकसित करने के मौके और स्वतंत्रता दी जाए। शिक्षक इस तरह के प्रश्न पूछकर बच्चों की गहरी सोच को प्रोत्साहित कर सकते हैं, “आपको क्यों लगता है कि यह 8 है?” या “यदि नीचे की पंक्ति खाली होती तो क्या होता?”



चित्र-10 : टेन-प्रेम व्यवस्था का उपयोग करके संख्या 5 दिखाने वाले फ्लैशकार्ड

विस्तार : संख्याओं को अलग-अलग तरीकों से दर्शाना

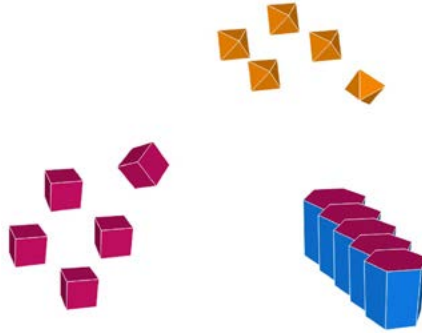
पाँच उँगलियाँ उठाएँ, एक बड़े पाँसे पर कोई संख्या या एक अंक दिखाएँ और फिर बच्चों से उस संख्या को अधिक-से-अधिक तरीकों से प्रदर्शित करने के लिए कहें। गिनने योग्य वस्तुएँ और संसाधन प्रदान करें ताकि वे विभिन्न निरूपणों के साथ प्रयोग कर सकें।

सम्भावित सामग्री :

- बीज, गोटियाँ, छोटे खिलौने, बड़े ब्लॉक, मल्टीलिंग गुटका (जुड़ने वाले घन)
- बिन्दु पैटर्न जैसे कि पाँसे और डोमिनोज़ पर होते हैं
- गठित सामग्री जैसे गणितमाला, 10-मोतियों वाली पट्टियाँ, मोंटेसरी नम्बर रॉड
- रोज़मर्रा की पैकिंग की वस्तुएँ जिनमें खाँचे हों, जैसे अण्डे की ट्रे या डिब्बे या क्रेयॉन के डिब्बे
- संख्या प्रतीक, संख्या रेखाएँ या 100 वर्ग ग्रिड

गणितीय सोच को प्रोत्साहित करना

चित्र-11 में तीन ‘5’ दिखाए गए हैं।



चित्र-11

वर्णन करना

- यह पाँच, उस पाँच (दूसरे समूह की ओर इशारा करते हुए) से अलग कैसे दिखता है?
- पाँच का यह पैटर्न (एक समूह की ओर इशारा करते हुए) किसके जैसा दिखता है?
- आप क्या देख सकते हैं?



चित्र-12

तर्क करना

- आपको कैसे पता कि ये सभी एक ही संख्या हैं?
- चित्र-11 में प्रत्येक पाँच दूसरों से अलग कैसे दिखता है? इन पाँचों में क्या समानता है और क्या अन्तर है?

खोज के अवसर

- आप दो हाथों से पाँच कैसे बना सकते हैं?
- क्या आप मुझे अपनी उँगलियों का उपयोग करके किसी और तरीके से पाँच दिखा सकते हैं?

खेल-1 : गोटी छुपाओ और दिखाओ

बच्चे स्वाभाविक रूप से छिपाने और खोजने के खेल की ओर आकर्षित होते हैं। तीन अलग-अलग लेकिन एक जैसे कटोरे के नीचे एक, दो और तीन गोटियाँ रखें। थोड़ी देर के लिए एक कटोरे के नीचे रखी गोटियाँ दिखाएँ, फिर उसे दोबारा ढँक दें और बच्चों से यह पहचानने के लिए कहें कि उन्होंने कितनी गोटियाँ देखीं। यह तत्काल पहचान (instant recognition) को प्रोत्साहित करता है।

गतिविधि-3

उद्देश्य : बच्चों में संख्या के संरक्षण (conservation of number) के विकास में मदद करना और उसका आकलन करना।

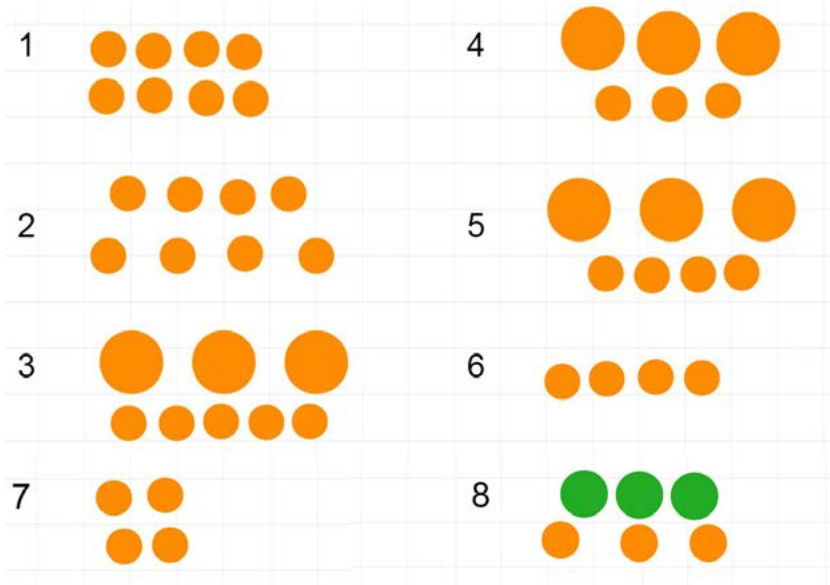
सामग्री : 2 अलग-अलग आकार की गोटियाँ या दो अलग-अलग आकार के बीज, जैसे राजमा और चना।

वस्तुओं के दो समूहों की मात्रा की तुलना करते समय, विद्यार्थी वस्तुओं की संख्या की बजाय उनके सापेक्ष आकार या उनके रखे जाने के तरीके (व्यवस्था) पर ध्यान केन्द्रित कर सकते हैं। वे एक-दूसरे से दूर-दूर रखी गई 4 वस्तुओं के समूह को, पास-पास रखी गई उन्हीं 4 वस्तुओं के समूह से 'अधिक' समझ सकते हैं।



चित्र-13 : संरक्षण का सिद्धान्त

शिक्षक गोटियों की विभिन्न व्यवस्थाओं का उपयोग कर सकते हैं (जैसा कि चित्र-14 में दिखाया गया है) और विद्यार्थियों से दो पंक्तियों या दो समूहों की तुलना करने और उन जोड़ों को पहचानने के लिए कह सकते हैं जो समान संख्या दर्शाते हैं। इससे यह सुनिश्चित किया जा सकता है कि विद्यार्थियों में 'संख्या के संरक्षण' की समझ विकसित हो गई है।



चित्र-14 : इस तरह की गतिविधि का अनुभव लेने से विद्यार्थियों को संरक्षण के सिद्धान्त को समझने में मदद मिलेगी कि व्यवस्था में बदलाव के बावजूद मात्रा समान रहती है।

अगली गतिविधि में, हम एक समूह के मान (cardinal value) को समझने की दिशा में बढ़ेंगे। इसमें यह समझना शामिल होता है कि किसी समूह में जब तक कुछ जोड़ा या हटाया न जाए, तब तक मान नहीं बदलता – जो कि संख्या के संरक्षण का ही एक तत्त्व है।

गतिविधि-4

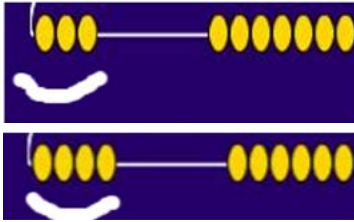
उद्देश्य : 'एक और' (one more) की धारणा के माध्यम से संख्याओं की मज़बूत वैचारिक समझ बनाना। मान की समझ के सिद्धान्त को समझना।

सामग्री : वस्तुओं का सेट (रंगीन मोती/ गुटका), 10 मोतियों की माला, 10 आपस में जुड़ने वाले गुटका (interlocking cubes)

तालिका-1 में बताई गई समस्याओं (गिनती सीखने के दौरान होने वाली सामान्य गलतियाँ) को काफ़ी हद तक शुरुआत में 'एक और' की अवधारणा को स्पष्ट रूप से पेश करके और संख्या सम्बन्धों की पूरी समझ बनने तक इस पर ज़ोर देकर हल किया जा सकता है। इसके बाद 'एक कम' की अवधारणा आती है। उदाहरण के लिए, संख्या 5, संख्या 4 से '1 अधिक' है या संख्या 9, 10 से '1 कम' है। यह तरीका गिनती की प्रक्रिया को धीमा कर देता है, जिससे प्रत्येक वस्तु की ओर इशारा करने (एक-एक संगति) और गिने गए समूह को बताने (मान की समझ के सिद्धान्त पर कार्य करने) के लिए पर्याप्त समय मिलता है।



चित्र-15 : 10 बड़े मोतियों की एक माला, क्रम से गिनती सिखाने के लिए एक अच्छी सामग्री है।



चित्र-16 पर केन्द्रित निम्नलिखित बातचीत इस तरीके को स्पष्ट करेगी।

'चलो शुरू करते हैं। यह 1 है।' (पहले मोती की ओर इशारा करें।)

अब एक और मोती को खिसकाएँ। 'अब इस तरफ़ कितने मोती हैं? बिल्कुल सही, 2!' (दोनों मोतियों की ओर इशारा करें।)

एक और मोती खिसकाएँ। 'अब यहाँ कितने मोती हैं? हाँ, 3!' (तीनों इकट्ठे मोतियों की ओर इशारा करें।)

फिर एक और मोती खिसकाएँ और चारों इकट्ठे मोतियों की ओर इशारा करें।

विभिन्न दिशाओं में गिनती करके इस गतिविधि को दोहराएँ – दाएँ से बाएँ, बाएँ से दाएँ।

बाद में, डोरी को लम्बवत (vertical) पकड़ा जा सकता है और गिनती ऊपर से नीचे या नीचे से ऊपर की जा सकती है।

घनाकर गुटकों (cubes) के साथ काम करते समय, शिक्षक और विद्यार्थी के बीच एक सामान्य बातचीत इस तरह होगी : एक नीला गुटका ऊपर पकड़ते हुए



देखो, मेरे पास एक गुटका है।

उसे टेबल पर रख देती हैं।



अब मैं इसमें एक और जोड़ रही हूँ।
(उसके बगल में एक नीला गुटका रख देती हैं।)
चलो गिनते हैं : एक, दो।
(दो गुटकों के सेट की ओर इशारा करती हैं।)
अब कितने गुटके हैं?

दो



हाँ ! दो गुटके। एक (दो में से एक गुटके की ओर इशारा करती हैं) और एक - दो।



अब मैं एक और जोड़ रही हूँ।
(एक और नीला गुटका जोड़ती हैं।) आओ अब मिलकर गिनते हैं : एक, दो, तीन। अब हमारे पास हैं...



तीन
गुटके



बिलकुल सही ! एक, दो, तीन - (तीनों की ओर इशारा करती हैं) तीन गुटके।



एक और गुटका। (एक नीला गुटका जोड़ती हैं।)
आओ गिनें : एक, दो, तीन, चार। अब ये कितने हो गए हैं? (सभी चार गुटकों की तरफ इशारा करती हैं)



नोट : गिनती और संख्या-नाम सिखाते समय, सीखने की प्रक्रिया को दो चरणों में विभाजित करना अक्सर अधिक प्रभावी होता है। पहले चरण में, बच्चों को 5 तक की संख्याओं से परिचित कराया जाता है। इससे उन्हें छोटी मात्राओं को समझने, बुनियादी गिनती सीखने और सम्बन्धित संख्या-नामों से परिचित होने में मदद मिलती है। एक बार जब वे शुरुआती गिनती में सहज हो जाते हैं, तो दूसरे चरण में 1 से 10 तक की संख्याओं पर ध्यान केन्द्रित किया जा सकता है। धीरे-धीरे सीमा बढ़ाने से बच्चों में आत्मविश्वास पैदा होता है, वे संख्या पैटर्न को पहचान पाते हैं और अपने गिनने व संख्या पहचान कौशल दोनों को मज़बूत करते हैं।

खेल-2 : खजाना पेटी

सामग्री : छोटी वस्तुओं (जैसे शंख, कंकड़ या गोटियाँ) को रखने के लिए एक कार्डबोर्ड डिब्बा।

निर्देश : कुछ वस्तुएँ दिखाएँ (उदाहरण के लिए, तीन शंख) और बच्चों के साथ ज़ोर से गिनें : 1, 2, 3। बच्चों के सामने गिने हुए शंखों को अपारदर्शी डिब्बे में रखें।

बच्चों से पूछें, “डिब्बे में कितने शंख हैं?”

फिर डिब्बे में और शंख जोड़कर गतिविधि जारी रखें और आगे की सोच को प्रेरित करें :

- अगर मैं एक और जोड़ूँ तो कितने शंख होंगे?
- अगर मैं दो और जोड़ूँ तो कितने होंगे?
- अगर मैं एक निकाल दूँ तो कितने होंगे?

बच्चों को डिब्बे खोलकर जाँचने से पहले अपनी गिनती और मन में जोड़ कौशल के आधार पर उत्तर देने के लिए प्रोत्साहित करें।

गतिविधि-5

उद्देश्य : ‘एक कम’ की धारणा के माध्यम से ‘शून्य’ की मज़बूत वैचारिक समझ बनाना। ‘एक कम’, ‘शून्य’, ‘कुछ नहीं’ जैसी भाषा का उपयोग करते हुए उल्टी गिनती करना।

सामग्री : अंक कार्ड (10 से 1)

परिदृश्य : गीत, कहानी और संख्या खेल के माध्यम से बच्चों को जोड़ना।

यह गतिविधि 10 से 0 तक की गिनती वाली किसी भी कविता को सुनाते समय विद्यार्थियों द्वारा अभिनीत की जा सकती है। यहाँ एक सम्भावित कविता दी गई है :

“ज़ूम ज़ूम ज़ूम, चल दिए हम चाँद पर!

ज़ूम ज़ूम ज़ूम, जल्द होंगे हम चाँद पर!

10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0. ये लो उड़ चले!”

यह कविता छोटे शिक्षार्थियों के लिए उल्टी गिनती को सुलभ और मनोरंजक बनाने के लिए दोहराव और कहानी कहने का उपयोग करती है। बच्चों को एक-दूसरे के पीछे एक पंक्ति में खड़ा करें और उन्हें घटते क्रम में 10 से 1 तक के अंक कार्ड पकड़ाएँ। उन्हें चाँद पर जाने वाली कविता सिखाएँ। उन्हें गाने और अभिनय करने में शामिल होने दें। कविता को धीरे-धीरे गाना शुरू करें। प्रत्येक छन्द के अन्त में, जो बच्चा नेतृत्व कर रहा होगा, वह उछलेगा और पंक्ति छोड़ देगा। बच्चों से हर बार यह बताने के लिए कहें कि कितने शेष बचे हैं। “हम 10 थे। एक कम। अब 9”, “हम 9 थे, एक कम। अब 8।” बच्चों के लिए उत्तर का अनुमान लगाना आसान होगा, क्योंकि हर बार एक कम हो रहा है।

प्रश्न पूछें :

- ‘हर बार एक बच्चे के ‘ज़ूम’ करके चले जाने पर बच्चों की संख्या का क्या होता है?’
- ‘अगर दो ज़ूम करके चले जाएँ, तो कितने बचेंगे? आपको कैसे पता?’
- ‘क्या होगा अगर सभी एक साथ ज़ूम करके चले जाएँ? क्या होगा अगर और बच्चे शामिल हो जाएँ?’

शिक्षक बच्चों को अपनी उँगलियों से गतिविधि का प्रदर्शन करने (यानी मॉडल बनाने) के लिए कहकर उनका आकलन कर सकते हैं।



चित्र-17

आकलन

कक्षा के सन्दर्भ के आधार पर पहेलियाँ पूछें : आप कक्षा में मेरा केवल एक ही रूप देख सकते हैं! मैं कौन हूँ? आप मेरे केवल दो रूप देख सकते हैं! मैं कौन हूँ? विद्यार्थियों को संख्या एक के लिए ब्लैकबोर्ड या दरवाजे जैसे उदाहरण देने दें।

घर का सन्दर्भ : ऐसे प्रश्न पूछें जो उन्हें घर की कुछ वस्तुओं पर विचार करने में मदद करें। परिवार के सदस्यों की संख्या पर चर्चा करें। पूछें कि क्या चारपाइयों या पलंग की संख्या परिवार के सदस्यों की संख्या के बराबर है या उससे अधिक है। क्या वे ऐसी किसी वस्तु के बारे में सोच सकते हैं जो परिवार के सदस्यों की संख्या से कम या अधिक हो? घर की कुछ वस्तुएँ आमतौर पर केवल एक होती हैं, कुछ दो हो सकती हैं इत्यादि। बच्चों से घर में ऐसी वस्तुएँ खोजने के लिए कहें जो केवल एक हों, केवल दो हों आदि।

टिप्पणियाँ : प्रेरणा

बच्चे आमतौर पर गिनती का आनन्द लेते हैं और अक्सर रोजमर्रा की स्थितियों में स्वाभाविक रूप से ऐसा करते हैं। हालाँकि, कक्षा के भीतर, शिक्षक को कभी-कभी गिनती के सार्थक कारण बनाने की आवश्यकता हो सकती है। “हम कैसे पता लगा सकते हैं कि यहाँ कितने हैं?” जैसे प्रश्न पूछकर जिज्ञासा को प्रोत्साहित करें।

गिनती के विभिन्न अवसर प्रदान करें :

- एक पंक्ति में व्यवस्थित या बेतरतीब ढंग से बिखरी हुई वस्तुओं को गिनें।
- ढोल की थाप, तालियाँ या कमरे को पार करने में लगने वाली छल्लों की संख्या गिनें।
- प्रत्येक बच्चे के नाम में अक्षरों की संख्या की तुलना करें।
- वस्तुओं के छोटे समूहों में वस्तुओं की संख्या का अनुमान लगाने के लिए प्रोत्साहित करें और गिनती करके उसे सत्यापित करें।

पाँच पाण्डव या स्नो-व्हाइट और सात बौने जैसी संख्या-आधारित कहानियों का अभिनय करें।

खोई हुई जादुई संख्या : वस्तुओं का एक समूह दिखाएँ, चुपके से कुछ वस्तुएँ हटा दें और बच्चों को ‘खोई हुई जादुई संख्या’ खोजने की चुनौती दें।

गतिविधि-6

उद्देश्य : ‘अधिक’ और ‘कम’ जैसे शब्दों का उपयोग करके मात्राओं की तुलना करना।

सामग्री : वस्तुओं का सेट (रंगीन मोती/ घनाकार गुटके)

संग्रह : बच्चों को प्रकृति से वस्तुएँ एकत्र करना बहुत पसन्द होता है। ये पत्थर, बीज, फूल हो सकते हैं या कक्षा में रखे मोती, गुटके और खिलौने हो सकते हैं। शिक्षक, प्रत्येक बच्चे को एक टोकरी दे सकते हैं या 2-3 बच्चों के बीच एक टोकरी दे सकते हैं। वे अपनी टोकरी में एक ही प्रकार की कुछ वस्तुएँ (5 से 10 के बीच) एकत्र कर सकते हैं।

बातचीत शुरू करें : ‘मुझे बताओ कि तुम्हारी इस टोकरी में क्या है। कितने हैं? क्या होता है जब तुम इसमें एक और डालते हो? क्या होता है अगर तुम उनमें से कुछ मुझे दे देते हो?’

‘आओ देखें कि इन दो टोकरियों में क्या है। क्या इनमें वस्तुओं की संख्या समान है? दूसरा पहले से अलग क्यों है?’



चित्र-18 : गणितमाला आगे और पीछे गिनती करने और संख्याओं की तुलना करने में मदद करती है।

दैनिक स्थितियों में, 'उतने ही जितने' (as many as) के बारे में बात करें, उदाहरण के लिए, 'स्टूलों की संख्या उतनी ही है जितनी विद्यार्थियों की संख्या।'

हाथ में वस्तुएँ : बच्चों को एक हाथ में अधिक वस्तुएँ और दूसरे हाथ में कम वस्तुएँ पकड़ने के लिए कहें।

पक्ष बदलना : 2 घेरे बनाएँ और दो बच्चों को एक घेरे में और पाँच बच्चों को दूसरे घेरे में खड़ा होने के लिए कहें। प्रश्न पूछें, " हम इस घेरे में (दो वाले की ओर इशारा करते हुए) अधिक और दूसरे में कम कैसे कर सकते हैं? " क्या विद्यार्थी इसे हल करने के लिए एक से अधिक तरीके खोजते हैं?

खुले सवाल (Open-ended questions) पूछें : 'क्या आप उस संख्या से अधिक दिखा सकते हैं? आप कितनी तरह से अधिक दिखा सकते हैं?'

'क्या आप उस संख्या से कम दिखा सकते हैं? आप कितनी तरह से कम दिखा सकते हैं?'

इन दोनों टोकरियों में वस्तुओं की संख्या समान करने के लिए हमें क्या करना चाहिए? बच्चों में सन्तुलन का अन्तर्निहित बोध होता है और वे विभिन्न सुझाव देंगे।



चित्र-19 क



चित्र-19 ख

नोट : समूहों की तुलना करते समय आपसी सम्बन्धों पर जोर दिया जाना चाहिए। 'क्रेयॉन की तुलना में पेंसिलें अधिक हैं। इसलिए, पेंसिलों की तुलना में क्रेयॉन कम हैं।'

एक-एक संगति का उपयोग : बच्चे दृश्य बोध के माध्यम से छोटे समूहों में 'अधिक' या 'कम' की पहचान करने में सक्षम हो सकते हैं। हालाँकि, जैसे-जैसे संख्याएँ बढ़ती हैं, एक-एक संगति का उपयोग ही किया जाना चाहिए।

नोट : स्कूल आने से पहले, बच्चे वस्तुओं की एक छोटी संख्या (आमतौर पर 10 तक) गिनना सीख जाते हैं। स्कूल में, गिनती की इस समझ को संरचित शिक्षण विधियों के माध्यम से और मजबूत किया जाता है। गतिविधि-4, 5 और 6 को त्वरित गणना गतिविधियों-1, 2 और 3 से पहले करवाया जा सकता है। गतिविधियों के लिए किसी निश्चित क्रम का पालन करना आवश्यक नहीं है, क्योंकि कुछ गतिविधियाँ समानान्तर रूप से आगे बढ़ सकती हैं।

गतिविधि-7

उद्देश्य : गिनने की प्रभावी तकनीकें विकसित करना।

सामग्री : वस्तुओं का सेट (रंगीन मोती/ गुटके)

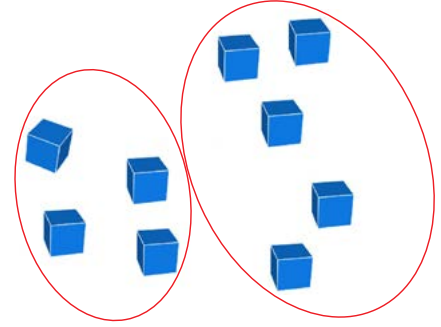
बच्चे अपने विविध अनुभवों से यह समझने लगते हैं कि वस्तुओं को गिनने का क्रम कुल संख्या को प्रभावित नहीं करता है। इस अवधारणा को 'क्रम की अप्रासंगिकता का सिद्धान्त' (order irrelevance principle) के रूप में जाना

जाता है। इसे समझने के लिए, बच्चों को अलग-अलग तरीकों से व्यवस्थित एक ही सेट को गिनने के कई अवसरों की आवश्यकता होती है, जिससे उन्हें यह एहसास होता है कि वस्तुओं को गिनने का क्रम बदलने से कुल संख्या नहीं बदलती है। शिक्षक फ़र्श पर टाइलों की संख्या, जूतों के रैक पर रखे जूतों या अलमारियों पर रखी किताबों जैसी वस्तुओं की पंक्तियों को कई दिशाओं से गिनने का अनुभव प्रदान कर सकते हैं।

हालाँकि गिनती आमतौर पर नए सिरे से शुरू होती है (1 से लेकर सेट के अन्त तक)। प्रभावी गिनती में अक्सर पूर्व ज्ञान या रणनीतियों जैसे कि विभाजन (partitioning), आगे या पीछे की गिनती और समूहन (grouping) का उपयोग शामिल होता है।

इन रणनीतियों के उदाहरणों में शामिल हैं :

- विभाजन और गिनती
- मिलान और गिनती
- समूहन और गिनती
- सीधी और उल्टी गिनती करें



चित्र-20

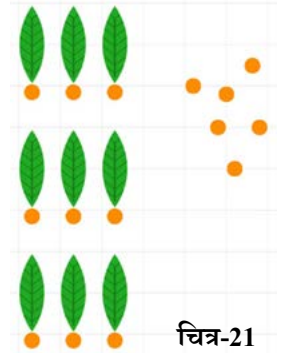
विभाजन और गिनती : एक बच्चा वस्तुओं के समूह को छोटे सेटों में विभाजित कर सकता है और संख्या तक पहुँचने के लिए 'बोधात्मक त्वरित गणना' का उपयोग कर सकता है।

उदाहरण : दिए गए गुटकों के संग्रह को गिनने के लिए, बच्चा मानसिक रूप से इसे दो सेटों में विभाजित कर सकता है और 9 तक पहुँच सकता है।

मिलान और गिनती

कितने बेर (berries) हैं?

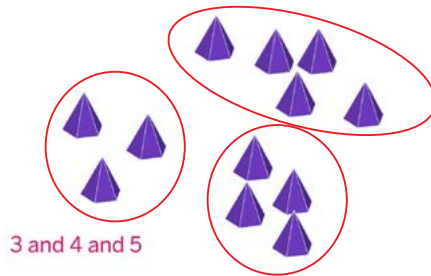
एक बच्चा यह पहचान सकता है कि यहाँ 9 पत्तियाँ हैं और 9 बेर जुड़े हुए हैं और फिर शेष बेरों को गिनकर 15 तक पहुँच सकता है। (9 और 6 मिलकर 15 होते हैं।)



चित्र-21

समूहन और गिनती

चित्र-22 में कितनी आकृतियाँ हैं? बच्चा उन्हें 3 समूहों के रूप में मान सकता है जिनमें क्रमशः 3, 4 और 5 आकृतियाँ हैं और उन्हें एक साथ गिन सकता है, यह पहचानते हुए कि 3 और 4 मिलकर 7 होते हैं और फिर 5 जोड़ना या 5 और 4 को 9 के रूप में पहचानना और 3 जोड़ना।



चित्र-22

उल्टी और सीधी गिनती

चित्र-23 में कितने गोले हैं?



चित्र-23

एक बच्चा इस विन्यास (configuration) को 9 और 9 के रूप में पहचान सकता है और 9 के आगे 10, 11, 12,..... 18 के रूप में आगे की गिनती कर सकता है।

या वह दोनों फ्रेमों को 10 और 10 के रूप में पहचान सकता है और 20, 19, 18 के रूप में 2 क़दम पीछे जा सकता है।

इन अवधारणाओं को विविध सामग्रियों के माध्यम से प्रदर्शित करना अच्छा होता है। इस विचार को पुख़्ता करने के लिए 'गणितमाला' का उपयोग किया जाना चाहिए।

आगे की गिनती में, ध्यान दें कि क्या बच्चे समूह को पहचान रहे हैं और आगे गिन रहे हैं।

नोट : प्रारम्भिक चरण में 'जोड़/घटा' शब्द और '+ /-' प्रतीकों के उपयोग से बचें।

गतिविधि-8

उद्देश्य : पैटर्न का उपयोग करके गिनती करना।



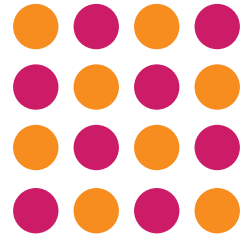
चित्र-25

चित्र-24 में दिखाए गए अनुसार सरल पैटर्न बनाएँ और बच्चों को आकृतियों को गिनने के लिए कहें। बच्चे पैटर्न पहचानने और वर्गीकरण के अपने कौशलों का उपयोग कर सकते हैं।

कितने गुलाबी गोले हैं? कितने नारंगी गोले हैं?

दाएँ से बाएँ, बाएँ से दाएँ, ऊपर से नीचे आदि पैटर्न बनाएँ।

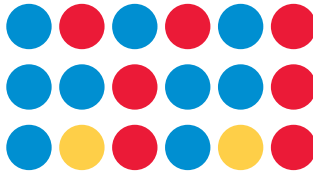
विभिन्न प्रकार के पैटर्न, किनारी पर बने पैटर्न और बढ़ते पैटर्न (growing patterns) का पता लगाएँ।



चित्र-24

चित्र-26 एक अधिक जटिल पैटर्न दिखाता है! कितने नीले हैं? कितने लाल हैं? कितने पीले हैं?

बच्चों से यह बताने के लिए कहें कि वे उत्तर तक कैसे पहुँचे।



चित्र-26

गतिविधि-9

उद्देश्य : दैनिक अनुभवों के माध्यम से गिनने का कार्य।

कक्षा : उपस्थित विद्यार्थियों की संख्या गिनना, दिन के अन्त में कक्षा व्यवस्थित करते समय आकृतियों, मोतियों जैसी सामग्रियों को गिनना।

शिक्षक सीटों के लिए नम्बर लेबल बना सकते हैं।

कैलेंडर पर किसी विशेष कार्यक्रम के लिए शेष दिनों की गिनती करना या घड़ी पर घण्टों की गिनती करना, ऐसी दृश्य सामग्रियों (जैसे कैलेंडर और घड़ी) के माध्यम से गिनने के तरीके हैं जो अधिकांश कक्षाओं में मौजूद होते हैं।

निम्नलिखित रटकर गिनने (rote counting) के तरीके विद्यार्थियों को सही क्रम में संख्या-नाम सीखने में मदद करते हैं।

- विद्यार्थियों से एक से नौ तक सीधी और उल्टी गिनती करवाएँ।
- उन्हें किसी दी गई संख्या से आगे गिनने दें।
- उन्हें दी गई दो संख्याओं के बीच की गिनती करने दें।

सामान्य खेल : साँप-सीढ़ी, लुका-छिपी में गिनती और 10 से 20 तक की संख्याओं के साथ हॉपस्कॉच (कुंटे बिल्ले/किथ-किथ/लंगड़ी) के स्थानीय संस्करण।

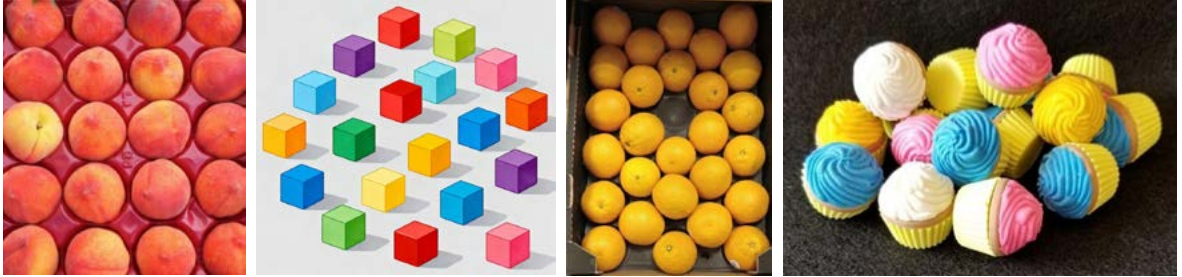
गतिविधि-10

उद्देश्य : विद्यार्थियों को नई स्थितियों में गिनने के तरीके खोजने के लिए प्रोत्साहित करना।

सामग्री : 10 से 20 के बीच की संख्या वाली वस्तुओं के चित्र।

ऐसी वस्तुओं के चित्र एकत्र करें जो किसी भी तरीके से व्यवस्थित हो भी सकती हैं और नहीं भी। उन्हें गिनने की चुनौती दें। देखें कि बच्चे किन रणनीतियों का उपयोग कर रहे हैं।

पूछें, “वहाँ कितनी वस्तुएँ हैं? मुझे दिखाओ कि तुमने उन्हें कैसे गिना। तुमने इस बात का ध्यान कैसे रखा कि किन वस्तुओं की गिनती हो चुकी है?”



चित्र-27

चित्र-28 फलों के तीन समूह दिखाता है। किन दो समूहों को मिलाकर 10 फल होंगे?

बच्चे गिनती का आनन्द लेते हैं और शिक्षक सार्थक, मनोरंजक गतिविधियाँ और सन्दर्भ बना सकते हैं जिनमें बच्चे अपने गिनने के कौशल का अभ्यास करें।

गिनती विभिन्न स्थितियों में और विभिन्न प्रकार की वस्तुओं के साथ हो सकती है। कुछ सन्दर्भों में स्थिर खिसकाई जा सकने वाली वस्तुएँ शामिल होती हैं (जैसे गुटका या पेंसिल) जिन्हें बच्चे गिनती की गतिविधियों के दौरान हाथ से पकड़कर इस्तेमाल कर सकते हैं। अन्य में गतिशील वस्तुएँ शामिल हो सकती हैं, जैसे सड़क पर गुजरने वाले वाहन। गिनती खेलों से भी सम्बन्धित हो सकती है, जैसे कि गेंद को कितनी बार उछाला जाता है। यहाँ कुछ उदाहरण दिए गए हैं :



चित्र-28

- बच्चों को सड़क पर गुजरने वाली साइकिलों जैसी वस्तुओं को गिनने के लिए प्रोत्साहित किया जा सकता है।
- ऐसी वस्तुओं को गिनते समय जिन्हें हटाया नहीं जा सकता (उदाहरण के लिए, वर्कशीट में दिखाई गई वस्तुएँ), बच्चों के लिए यह ध्यान रखना कठिन हो जाता है कि किन वस्तुओं की गिनती हो चुकी है। यहाँ निशान लगाने या रंग भरने जैसी रणनीतियों का उपयोग करना महत्वपूर्ण है।
- क्रियाओं (जैसे छलाँग, ताली या उछाल) को गिनना और भी अमूर्त है, क्योंकि ये घटनाएँ कोई दृश्य या स्पर्शनीय प्रमाण नहीं छोड़ती हैं। प्रत्येक घटना को रिकॉर्ड करना [शायद गिनती के निशानों (tally marks) के माध्यम से] बच्चों को याद रखने में मदद कर सकता है।

ये गतिविधियाँ बच्चों को ठोस वस्तुओं की गणना (concrete object counting) से अमूर्त गणना (abstract counting) और बाद में डेटा हैंडलिंग (data handling) की ओर बढ़ने में मदद करेंगी।

गिनती की अवधारणा का परिचय आमतौर पर प्रारम्भिक बाल्यावस्था के शिक्षा कार्यक्रमों में शुरू होता है। कई भारतीय राज्यों में, बच्चे कक्षा-1 में प्रवेश करने से पहले नौ तक की संख्याओं से परिचित हो जाते हैं। कक्षा-1 के दौरान, वे गिनती, संख्याओं और अंकों की अपनी समझ विकसित करना जारी रखते हैं – 20 तक की संख्याओं से शुरू करके धीरे-धीरे 99 की ओर बढ़ते हुए।

संख्याओं को सिखाते और सीखते समय, शिक्षकों को अधिगम के निर्धारित प्रतिफलों से कड़ाई से बंधे रहने की आवश्यकता नहीं है। यदि बच्चे अपनी तैयारी दिखाते हैं, तो शिक्षक उनके अधिगम को निर्धारित परिणामों से आगे बढ़ा सकते हैं।

यह लेख प्रारम्भिक बाल्यावस्था या फ़ाउण्डेशनल स्टेज के साथ-साथ कक्षा-1 पर भी ध्यान देता है। कक्षा-1 के शिक्षक संख्या अवधारणाओं को दोहराने के लिए 'त्वरित गणना' गतिविधियों का उपयोग कर सकते हैं। छोटी संख्याओं (जैसे 8 या 9) की ज्यामितीय व्यवस्थाओं में पैटर्न को पहचानना इस प्रक्रिया में सहायक होता है। बच्चे हैंडस-ऑन अनुभवों के माध्यम से स्वाभाविक रूप से इस क्षमता को विकसित करते हैं – जैसे पेगबोर्ड पर पेग व्यवस्थित करना, टाइल वर्ग बनाना या सममित बिन्दु पैटर्न बनाना। हालाँकि, इस कौशल के उभरने को किसी चरण-विशिष्ट अधिगम के प्रतिफल के रूप में निर्धारित नहीं किया जा सकता है; यह धीरे-धीरे और अलग-अलग शिक्षार्थियों के लिए अलग-अलग चरणों में विकसित होता है। सीखने को अधिक आकर्षक बनाने के लिए शिक्षक इन गतिविधियों को खेलों के रूप में प्रस्तुत करना भी चुन सकते हैं।

नोट : इस लेख में कुछ चित्रों को बनाने के लिए AI का उपयोग किया गया है।

आभार :

<https://nrich.maths.org/articles/subitising>

<https://nrich.maths.org/eyfs-activities/explanation-our-eyfs-format>

Reference:

How Much or Till What: When and Why?

Review of Ten-Frames <http://bit.ly/4dja81t>



पद्मप्रिया शिराली

पद्मप्रिया शिराली वैली स्कूल (बेंगलूरु) और ऋषि वैली (आन्ध्र प्रदेश) स्थित कम्युनिटी मैथ सेंटर का हिस्सा हैं, जहाँ वे 1983 से कार्यरत हैं। उन्होंने वहाँ गणित, कम्प्यूटर एप्लीकेशन, भूगोल, अर्थशास्त्र, पर्यावरण अध्ययन और तेलुगू जैसे विभिन्न विषयों को पढ़ाया है। 1990 के दशक में, उन्होंने दिवंगत श्री पी. के. श्रीनिवासन के साथ मिलकर काम किया। वे उस टीम का हिस्सा थीं जिसने ऋषि वैली रूरल सेंटर के मल्टीग्रेड एलीमेंट्री लर्निंग प्रोग्राम को तैयार किया था, जिसे 'स्कूल इन अ बॉक्स' (School in a Box) के नाम से जाना जाता है। वर्तमान में वे एनसीईआरटी के पाठ्यपुस्तक विकास समूह का हिस्सा हैं। उनसे padmapriya.shirali@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।

अनुवाद : भरत त्रिपाठी

पुनरीक्षण : प्रतिका गुप्ता

कॉपी-एडिटर : अनुज उपाध्याय