

स्थानीय मान समझने का एक चरणबद्ध तरीका

अभय कुमार

स्थानीय मान संख्याओं को समझने की नींव है। इससे विद्यार्थी यह समझ पाते हैं कि किसी अंक का स्थान ही उसका मान तय करता है। प्राथमिक कक्षाओं में विद्यार्थी स्थानीय मान को केवल प्रतीकों के रूप में नहीं, बल्कि संख्याओं को व्यवस्थित और अर्थपूर्ण मात्रा के रूप में देखने व समझने की क्षमता भी अर्जित करने लगते हैं। यह लेख स्थानीय मान सिखाने के क्रमबद्ध तरीकों को प्रस्तुत करता है।

विद्यार्थी 1 से 100 तक धाराप्रवाह गिनती तो कर सकते हैं, लेकिन अकसर वे यह नहीं समझ पाते कि संख्या 45 में, अंक 4 का मतलब 40 होता है, सिर्फ 4 नहीं। और इसकी शुरुआत कक्षा 2 से होती है। मैंने कक्षा 2 के विद्यार्थियों के साथ इस अवधारणा पर काम किया जिसमें मुख्य रूप से 2 अंकों की संख्याओं का उपयोग किया गया। इसे सिखाने में कुछ समय लग सकता है; लेकिन फिर भी यह ज़रूरी है क्योंकि यह गणितीय संक्रियाओं को समझने में बहुत मदद करता है।

इसके अतिरिक्त, यह विद्यार्थियों को संख्याओं को उनके स्थान (इकाई, दहाई, सैकड़ा) के अनुसार व्यवस्थित करने और हासिल लेने (carrying forward) या हासिल घटाने (carrying backwards) की प्रक्रियाओं को सही ढंग से करने में सक्षम बनाता है।

शुरुआत कैसे की ?

मैंने स्थानीय मान पढ़ाना तब शुरू किया जब सभी विद्यार्थी 20 तक गिनती सीख चुके थे। इस विषय को पढ़ाने के लिए दो अलग-अलग पाठ योजनाएँ बनाई क्योंकि कक्षा में तीन अलग-अलग स्तरों के विद्यार्थी थे : L1 (तेज़ गति से सीखने वाले), L2 (मध्यम गति से सीखने वाले), और L3 (जिन्हें सीखने के लिए ज़्यादा समय और ध्यान की ज़रूरत होती है)। पहले पाठ के अन्त तक, L1 और L2 के विद्यार्थियों ने 'इकाई' और 'दहाई' की अवधारणा को समझ लिया था; और जैसे ही सवाल में थोड़ा-बहुत बदलाव किया तो वे अन्दाज़ा लगाकर जवाब देने लगे।

शुरुआती चुनौतियाँ

इस प्रक्रिया को अमल में लाते समय, सीखने के अलग-अलग स्तरों वाले विद्यार्थियों से जुड़ी कई चुनौतियाँ सामने आईं। उदाहरण के लिए—

विद्यार्थियों को अंकों को उलटा लिखने में भ्रम होता था। जैसे— 54 और 45 जैसी संख्याओं में अंकों की अदला-बदली करना, 36 को 63 लिखना, 7 जैसे किसी एक अंक को शीशे में दिखने जैसा लिखना (mirror-writing)।

शून्य को एक स्थानधारक (placeholder) के तौर पर इस्तेमाल करने की अवधारणा लगभग सभी विद्यार्थियों को मुश्किल लगती

थी। खासकर, उन संख्याओं को समझने में जिनके अन्त में शून्य आता है, और जिनके इकाई के स्थान पर कोई मान नहीं होता।

- संख्याओं को पहचानने में भी स्पष्ट रूप से कुछ सीमाएँ थीं। कुछ विद्यार्थियों को 25 से आगे गिनने में कठिनाई हो रही थी (L3 के लिए), जबकि कुछ को 50 (L2 के लिए) या 70 (L1 के लिए) से आगे गिनने में परेशानी हो रही थी। इससे सीखने के स्तरों में विविधता साफ़ दिखाई दे रही थी।
- अनियमित उपस्थिति के कारण सीखने की प्रक्रिया में रुकावटें आईं, और विद्यार्थी पहले से सीखे गए कौशल भी भूल गए। उदाहरण के तौर पर, किसी समूहीकृत सेट से आगे की गिनती जारी रखना।
- जब शिक्षण अधिगम सामग्री में बदलाव किया जाता था तब विद्यार्थियों को उस नई सामग्री के साथ तालमेल बैठाने में भी मुश्किल होती थी। इससे स्पष्ट रूप से पता चलता था कि वे कुछ विशेष प्रकार की सामग्रियों पर ही बहुत निर्भर रहते थे। मिसाल के तौर पर, वे मोतियों की माला जैसी सामग्री का उपयोग तो सहजता से कर लेते थे, लेकिन 'डाइन्स ब्लॉक्स' जैसे दूसरे विकल्पों का इस्तेमाल कम करते थे।
- जवाब देने की जल्दबाज़ी, किसी बात को लेकर भ्रम, और ठोस समझ से अमूर्त समझ की ओर बढ़ने में धीमी गति जैसी समस्याएँ भी सामने आईं।

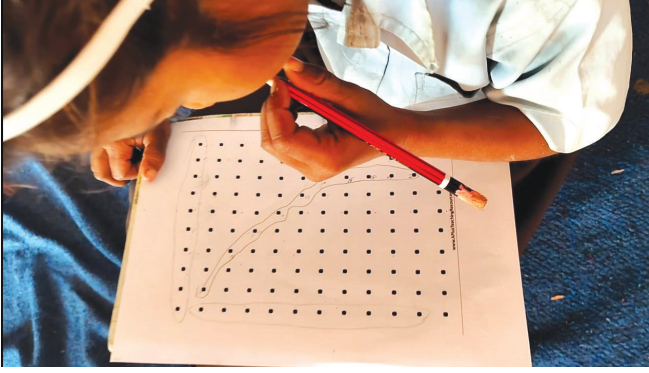
कक्षा में आने वाली चुनौतियों का सामना

पढ़ाने के दौरान ELPS, यानी अनुभव (Experience), भाषा (Language), चित्र (Pictures) और प्रतीक (Symbols) के चरणों का प्रभावी ढंग से पालन किया गया। इसका मकसद यह था कि सीखने वाले हर स्तर के विद्यार्थी को मदद मिल सके। हालाँकि, कई बार ये तरीके एक साथ भी चलते थे। उदाहरण के लिए, विद्यार्थियों को कक्षा में सिखाई जा रही चीज़ों को अच्छी तरह से समझने में मदद करने के लिए, कक्षा में की जा रही गतिविधियों के आधार पर ही उन्हें चित्रों के रूप में (जैसे वर्कशीट) होमवर्क दिया जाता था।

अनुभव

विद्यार्थियों को एक वर्कशीट दी जो पूरी तरह से बिन्दुओं (dots)

से भरी हुई थी। उनका काम यह था कि जितने हो सकें उतने समूह बनाएँ। उन्हें अलग-अलग संख्याओं के समूह बनाने थे, जैसे कि दो, पाँच, आठ, और अन्त में दस के समूह। समूह बनाने की प्रक्रिया में वे ऊँची आवाज़ में पढ़ते भी रहे, और गिनती भी करते रहे। इस अभ्यास के माध्यम से विद्यार्थियों ने अपनी रचनात्मकता का प्रदर्शन किया, और यह देखने को मिला कि वे अलग-अलग तरीकों से और अपने अनोखे ढंग से समूह बना रहे थे।



चित्र 1: वर्कशीट पर बिन्दुओं के समूह बनाता विद्यार्थी



चित्र 2: तीलियों की मदद से इकाई-दहाई की अवधारणा समझते विद्यार्थी

इसके बाद, हर विद्यार्थी को 10 से ज़्यादा तीलियाँ दीं, और उनसे कहा कि वे :

1. रबर बैंड का इस्तेमाल करके तीलियों के 10-10 के बण्डल बनाएँ।
2. बची हुई खुली तीलियों को अलग कर दें।
3. बण्डलों की संख्या (1, 2, आदि) लिखें और उसके ठीक बग़ल में खुली तीलियों की संख्या लिखें।

इस दौरान, मैंने इकाई और दहाई शब्दों का इस्तेमाल नहीं किया। यह गतिविधि अलग-अलग क्षमताओं वाले विद्यार्थियों के साथ की गई, और इसमें प्रत्येक विद्यार्थी को अलग-अलग संख्या में तीलियाँ दी गईं। उदाहरण के लिए, एक विद्यार्थी को 17 तीलियाँ, दूसरे को 34 और तीसरे विद्यार्थी को 67 तीलियाँ दी गईं। इन संख्याओं के आधार पर, विद्यार्थियों ने तीलियों को समूहों और खुली इकाइयों में बाँटकर उनसे जुड़ी संख्याएँ बनाईं। यह अभ्यास विद्यार्थियों को दी गई संख्या की वास्तविक मात्रा के बारे में एक ठोस समझ विकसित करने में मदद करता है। इस प्रकार समूहीकरण स्थानीय मान प्रणाली का सबसे बुनियादी सिद्धान्त है क्योंकि इससे बड़ी संख्याओं को समझना आसान हो जाता है—चाहे वे दो अंकों की संख्याएँ हों या तीन अंकों की।

फिर मैंने विद्यार्थियों से कहा कि वे 10 हरे और 10 गुलाबी मोतियों का इस्तेमाल करके बारी-बारी से 10-10 के समूह बनाएँ। पिछली गतिविधि का फ़ायदा यह हुआ कि विद्यार्थियों को हर मोती को अलग-अलग नहीं गिनना पड़ा। उदाहरण के लिए, यदि उन्हें 48 तक गिनना था तो वे हरे मोतियों का उपयोग करके 10 तक गिन सकते थे, और उसके बाद गुलाबी मोतियों का उपयोग करके फिर से 10 तक गिन सकते थे। अलग-अलग रंगों का इस्तेमाल करने से यह प्रक्रिया आसान लगी—वे आसानी से 40 तक पहुँच सकते थे, और फिर उन्हें केवल बचे हुए 8 मोतियों को गिनना होता था। इस तरीके से यह पता लगाने में भी मदद मिली कि विद्यार्थियों में संख्याओं को पहचानने की क्षमता है या नहीं।



चित्र 3: रंगीन मोतियों के समूहों का इस्तेमाल करके गिनना सीखता विद्यार्थी

भाषा

अनुभव पर आधारित अधिगम से भाषा विकास की ओर बढ़ने के लिए, मैंने विद्यार्थियों को एक कविता सिखाई जिसे उन्होंने हाव-भाव और उँगलियों के इशारों के साथ सुनाया। वह कविता कुछ इस तरह थी :

इकाई करती 1 की बात,

दहाई बोले 10 की बात।

10 इकाई मिलकर बनती एक दहाई,

गिनती करना अब आया भाई!

इस छोटी-सी कविता की मदद से विद्यार्थी समूह बनाने की प्रक्रिया को समझ पाए। इस कविता का सार यह था कि इकाई के बिना दहाई का कोई अस्तित्व नहीं है।

बँधी हुई और खुली तीलियों से बनी संख्याओं की सहायता से मैंने इकाई और दहाई शब्दों का इस्तेमाल शुरू किया। उसी गतिविधि को फिर से दोहराया, लेकिन इस बार दो कपों का उपयोग किया। एक कप पर इकाई और दूसरे पर दहाई का लेबल लगाया। फिर उसी गतिविधि को दोहराते हुए बँधी हुई तीलियों को दहाई वाले कप में और खुली हुई तीलियों को इकाई वाले कप में रखा। इस प्रक्रिया के दौरान, यह सुनिश्चित करने की कोशिश की कि स्थानीय मान प्रणाली की बारीकियों पर भी चर्चा की जाए। विशेष रूप से, ऐसे उदाहरणों पर ध्यान दिया जाए, जैसे—34 और 43, 22 और 55 (जिनमें कुछ विशिष्ट अंक हों), और 70 (जिन संख्याओं के अन्त में शून्य हो)। विद्यार्थी न केवल इन अवधारणाओं को समझ रहे थे, बल्कि कई तरह के सवाल भी पूछ रहे थे। एक सवाल यह था कि अगर हम इकाई वाले कप में 13 तीलियाँ डाल दें, तो क्या होगा। इस सवाल का जवाब देने के बजाय उन्हें वही गतिविधि फिर से करने के लिए कहा जो उन्होंने अभी-अभी खुद की थी। ऐसा करके उन्हें खुद ही उस सवाल का जवाब ढूँढ़ने में मदद मिली : "अगर 10 का एक समूह बन जाता है तो 3 तीलियाँ खुली रह जाएँगी।"

चित्र



चित्र 4 : स्थानीय मान की अवधारणा को स्पष्ट करने के लिए गोलों में रखे कंकड़
(एआई के सहयोग से बना चित्र)

इसी बीच, मैंने देखा कि L2 और L3 स्तर के विद्यार्थी अभी भी पिछड़ रहे हैं। वे समूह में तो सवालों के जवाब दे पा रहे थे, लेकिन अकेले नहीं। इसलिए मैंने उनके लिए एक गतिविधि तैयार की। मैंने ज़मीन पर एक बड़े गोले के अन्दर दूसरा थोड़ा छोटा गोला बनाया, यानी संकेन्द्री वृत्त बनाए (चित्र 4)। इन दो गोलों में से, अन्दर वाला गोला इकाई के अंक के लिए था और बाहर वाला दहाई के अंक के लिए था। अन्दर वाले गोले में जितने कंकड़ थे उनकी संख्या इकाई के स्थान पर लिखी जाती

थी, और बाहर वाले गोले में जितने कंकड़ थे उनकी संख्या दहाई के स्थान पर लिखी जाती थी। इस खेल को थोड़ा और मुश्किल बनाने के लिए, मैंने सभी विद्यार्थियों से कहा कि जब मैं अलग-अलग गोलों में अलग-अलग संख्या में कंकड़ रखूँ, तब वे उन संख्याओं को अपनी-अपनी नोटबुक में लिखें। इस गतिविधि के दौरान, कई सवाल पूछे गए जिनसे उनकी समझ और पुरखा हुई। जैसे—

- अगर इकाई के स्थान वाला अंक दहाई के स्थान पर चला जाए और दहाई वाला अंक इकाई के स्थान पर चला जाए तो कौन-सी संख्या बनेगी? इन दोनों में से कौन-सी संख्या बड़ी होगी और कौन-सी छोटी?
- इस तरह से बनी संख्या में कितने समूह होंगे और कितनी खुली तीलियाँ होंगी?
- अगर अन्दर वाले घेरे में कोई कंकड़ न हो या दोनों घेरों में कंकड़ों की संख्या बराबर हो तो कौन-सी संख्या बनेगी?

इन गतिविधियों को पूरा करने के बाद, L1 और L2 के विद्यार्थियों की इस विषय पर एक मज़बूत अवधारणात्मक समझ बन गई थी। ऐसा इसलिए हुआ क्योंकि इन अभ्यासों के साथ-साथ उन्होंने ऐसी वर्कशीट पर भी काम किया था जिनमें चित्रों का इस्तेमाल किया गया था। विशेष रूप से, डिब्बों के सेट से संख्याएँ बनाना, और इसके विपरीत, दिए गए अंकों को चित्रों के रूप में दिखाना। इस प्रक्रिया से वे समूहों और अलग-अलग खुले डिब्बे के बीच के अन्तर को स्पष्ट रूप से समझने में सक्षम हुए। हालाँकि, मैंने L3 के विद्यार्थियों को इस गतिविधि में शामिल नहीं किया, क्योंकि वे अभी इसके लिए तैयार नहीं थे। इस दौरान, मैंने इसी गतिविधि के माध्यम से L2 और L3 के विद्यार्थियों को संख्याओं के विस्तारित रूप (expanded forms) से भी परिचित कराया। उदाहरण के लिए, 34 संख्या बनाने के लिए दहाई की 3 छड़ें और इकाई के 4 क्यूब (घनाकार टुकड़ों) का इस्तेमाल करना।

चिन्तन

ब्लैकबोर्ड पर 34 जैसी एक संख्या लिखकर शुरुआत की, और विद्यार्थियों से कहा कि वे इस संख्या को अपने पहले के सीखे हुए ज्ञान से जोड़कर देखें। इस गतिविधि को करने के लिए उन्हें दस-दस के समूह बनाने थे, और अलग-अलग तीलियों की पहचान करनी थी। इसके बाद, उन्हें संख्या को व्यवस्थित करके दो कॉलम (इकाई का कॉलम और दहाई का कॉलम) में दर्शाना था। अलग-अलग संख्याओं के साथ अभ्यास करके विद्यार्थी अपनी ठोस समझ और चित्रात्मक समझ को उसके अंकीय या प्रतीकात्मक रूप से जोड़ने में सक्षम हो पाए। इसके बाद, विद्यार्थियों को समझाया कि किसी अंक का स्थान ही उसका मान तय करता है। 34 और 43 जैसे उदाहरणों का इस्तेमाल करके उन्हें दिखाया कि कैसे एक ही अंक अपनी जगह के आधार पर अलग-अलग मान दिखा सकते हैं। उनकी अवधारणात्मक स्पष्टता को और भी अच्छे से विकसित करने

के लिए विद्यार्थियों को संख्याओं को इस तरह पढ़ने के लिए प्रोत्साहित किया—3 दहाई और 4 इकाई।

“

**यह ज़रूरी लगता है कि
गणितीय संक्रियाएँ सिखाते
समय भी स्थानीय मान की
अवधारणा पर लगातार जोर देते
रहें, इसे बार-बार दोहराते रहें,
और समय-समय पर इसका
उल्लेख करते रहें।**

”

इसके बाद, विद्यार्थियों को संख्या के 'विस्तारित रूप' से परिचित कराया। जैसे— $34 = 30 + 4$ । और एक बार फिर इसके अर्थ को पक्का करने के लिए इसे तीलियों के बण्डलों से जोड़ा। मैंने 40 और 70 जैसी संख्याओं को भी शामिल किया ताकि 'शून्य' की भूमिका को एक 'स्थानधारक' के रूप में समझाया जा सके। उनकी सीख को मज़बूत करने के लिए उन्हें छोटे-छोटे अभ्यास कार्य दिए जिनमें विद्यार्थियों ने दहाई और इकाई की पहचान की संख्याएँ बनाई, और उन्हें उनके विस्तारित रूप में लिखा।

आकलन

आकलन के लिए सिर्फ़ वर्कशीट ही नहीं, बल्कि दो अलग-अलग गतिविधियाँ भी तैयार कीं। एक में तय संख्याओं को 'स्थानीय मान बोर्ड' पर दिखाना था, और दूसरी में एक चार्ट पेपर का इस्तेमाल करना था जिस पर तारे और गोले बने थे। यहाँ तारे 'इकाई' को और गोले 'दहाई' को दर्शा रहे थे। इसे करने के लिए, दो अलग-अलग आकार के गोल छल्ले काटे गए ताकि बनने वाली संख्याओं में विविधता बनी रहे। एक छल्ले के अन्दर मौजूद तारों और गोलों की संख्या के आधार पर विद्यार्थियों ने इकाई और दहाई के अंकों को पहचानकर एक संख्या बनाई। अन्त में विद्यार्थी न सिर्फ़ संख्याएँ बना पा रहे थे, 'स्थानीय मान प्रणाली' की बारीकियों को भी समझने लगे थे। उनसे संख्याओं के पैटर्न को बदलने के बारे में भी सवाल पूछे। जैसे—

1. 4 दहाई और 5 इकाई, कितने बने दीदी?
2. 5 इकाई और 4 दहाई, कितने बने भाई?

'स्थानीय मान प्रणाली' उन शुरुआती अवधारणाओं में से एक है जिनमें विद्यार्थियों को बहुत गहराई से सोच-विचार करने की ज़रूरत पड़ती है। यह ज़रूरी लगता है कि गणितीय संक्रियाएँ सिखाते समय भी स्थानीय मान की अवधारणा पर लगातार जोर देते रहें, इसे बार-बार दोहराते रहें, और समय-समय पर इसका उल्लेख करते रहें।

अँज़ी से नलिनी रावल द्वारा अनुवादित।



अभय कुमार अज़ीम प्रेमजी फ़ाउण्डेशन, बाड़मेर, राजस्थान में कार्यरत हैं। पिछले कुछ महीनों से वह राजकीय उच्च प्राथमिक विद्यालय, देशलानियों की ढाणी में दूसरी कक्षा के विद्यार्थियों को गणित और आठवीं कक्षा के विद्यार्थियों को सामाजिक विज्ञान पढ़ा रहे हैं।

सम्पर्क : abhay.kumar@azimpremjifoundation.org