

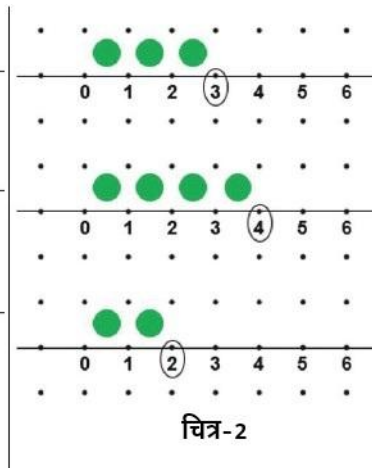
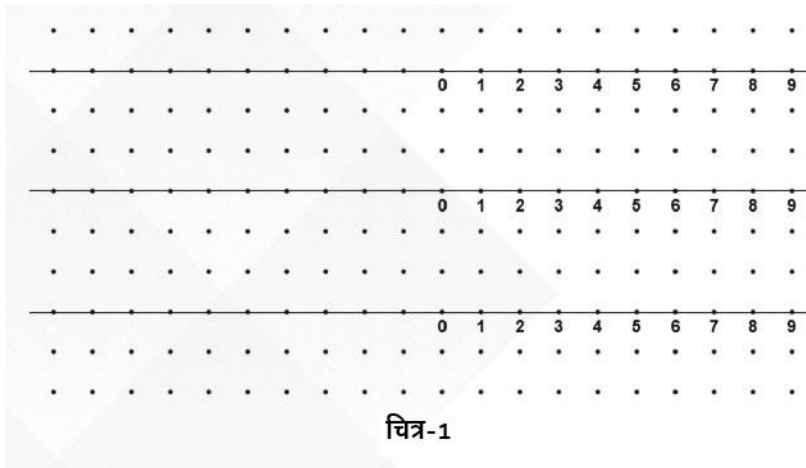
पूर्णांक : रंगीन काउंटर्स के साथ संख्या रेखा का विस्तार

मैथ स्पेश

की-वर्ड : पूर्णांक, जोड़, घटाव, संख्या रेखा, निरूपण (मॉडलिंग), और इबारती सवाल।

यह लेख विद्यार्थियों के लिए है - संख्या रेखा का विस्तार करके और उसे रंगीन काउंटर्स के साथ जोड़कर पूर्णाकों (integers) के साथ हैंडस-ऑन के रूप में। इस गतिविधि के लिए, चौकोर ग्रिड वाली शीट (square grid sheets) की तुलना में आयताकार बिन्दु वाली शीट (rectangular dot sheets) बेहतर रहेगी, क्योंकि बिन्दुओं को क्षैतिज रेखाओं (horizontal lines) द्वारा जोड़कर संख्या रेखाएँ बनाई जा सकती हैं और वे पहले से मौजूद रेखाओं के साथ आपस में मिलेंगी नहीं। काउंटर्स को बनाने के लिए हम दो विपरीत (contrasting) रंगों के स्केच पेन/क्रायॉन/कलर पेंसिल का उपयोग करने की भी सलाह देते हैं।

कुछ आयताकार बिन्दु वाली शीट (rectangular dot sheets), दो विपरीत रंगों के स्केच-पेन (उदाहरण के लिए, लाल और हरा), एक स्केल और एक पेंसिल लें। सबसे पहले ऊपर से दूसरे नम्बर की रेखा के बिन्दुओं को आपस में जोड़ें। फिर यही प्रक्रिया 5वीं, 8वीं, 11वीं, ... रेखाओं के लिए भी दोहराएँ, ताकि बिन्दुओं की हर 2 रेखाओं के बाद बिन्दुओं को जोड़ने वाली एक रेखा मौजूद हो। अब बीच में किसी एक बिन्दु को चुनें और उस पर '0' (शून्य) का लेबल लगाएँ। फिर उसके दाईं ओर के बिन्दुओं पर क्रमिक रूप से 1, 2, 3 आदि का लेबल लगाएँ। प्रत्येक क्षैतिज रेखा (horizontal line) पर इसी तरह लेबल लगाएँ। यह सुनिश्चित करें कि सभी शून्य (zeros) एक ही सीधी लम्बवत रेखा (vertical line) में हों (चित्र-1)।



1. परवर्ती (Successors) और पूर्ववर्ती (Predecessors)

(क) 2 और 5 के बीच की कोई भी संख्या चुनें। उससे सम्बन्धित बिन्दु पर गोला बनाएँ। जैसा कि दिखाया गया है (चित्र-2 - यहाँ चुनी गई संख्या 3 है), समान दूरी पर उतने ही काउंटर्स बनाएँ जितनी वह संख्या दर्शाती है।

(ख) अगली रेखा में, अपनी चुनी हुई संख्या का परवर्ती (successor) बनाएँ और उससे सम्बन्धित बिन्दु पर गोला लगाएँ।

(ग) उससे अगली रेखा में, अपनी संख्या का पूर्ववर्ती (predecessor) बनाएँ और उससे सम्बन्धित बिन्दु पर गोला लगाएँ।

(घ) 1 का पूर्ववर्ती बनाएँ। आपने कितने काउंटर बनाए? और क्यों?

(ङ) 0 (शून्य) का पूर्ववर्ती क्या होगा? हम इसे कहाँ और कैसे बना सकते हैं?

पूर्ववर्ती के लिए, हम एक कदम _____ (दाएँ/बाएँ) चलते हैं।

0 (शून्य) के पूर्ववर्ती (predecessor) से सम्बन्धित बिन्दु को खोजने के लिए, हम संख्या रेखा का बाईं ओर विस्तार करते हैं। चूँकि यह शून्य से एक इकाई (one unit) की दूरी पर है, इसलिए हमें इसे 1 के रूप में अंकित करना चाहिए, लेकिन चूँकि यह बाईं ओर है, इसलिए हम इसे दाईं ओर वाले 1 से अलग दिखाने के लिए "-1" के रूप में अंकित करते हैं। पहले की तरह ही, हम यहाँ एक काउंटर बनाते हैं, लेकिन चूँकि यह बाईं ओर की गति (मूवमेंट) को दर्शाता है, इसलिए हम दूसरे रंग का उपयोग करते हैं और इसे संख्या रेखा के नीचे बनाते हैं (चित्र-3)। हम इस दूसरे रंग के काउंटर्स को ऋणात्मक (negative) कहते हैं और पहले रंग के काउंटर्स को धनात्मक (positive)। इसी के अनुसार, शून्य के दाईं ओर की संख्याओं को धनात्मक (positive) कहा जाता है और इसके बाईं ओर की संख्याओं को ऋणात्मक (negative) कहा जाता है।

2. पूर्ववर्ती के साथ नई संख्याएँ

(क) -1 का पूर्ववर्ती (predecessor) बनाएँ। इसी पैटर्न (प्रारूप) का उपयोग करते हुए, हम इस संख्या को कैसे लिखेंगे?

(ख) अब, संख्या रेखा के उस हिस्से को तदनुसार अंकित करें जो 0 के बाईं ओर है, जैसे कि -2, -3, -4, आदि।

(ग) -4 बनाएँ। आपने 0 के _____ (बाएँ/दाएँ) ओर रेखा के _____ (ऊपर/नीचे) कितने _____ (लाल/हरे) काउंटर्स का उपयोग किया?

किसी भी ऋणात्मक संख्या का पूर्ववर्ती बनाने के लिए, जैसे ही हम एक कदम बाएँ खिसकते हैं, हमें एक ऋणात्मक काउंटर जोड़ना होता है।

यह करके देखें :

I. -3 का पूर्ववर्ती बनाएँ।

II. -19 का पूर्ववर्ती _____ है। इसे _____ (18/20) _____ (लाल/हरे) काउंटर्स के साथ दिखाया जाता है। यह -19 के _____ (बाएँ/दाएँ) ओर स्थित है।

सोचें :

- A. कौन-सा शहर अधिक ठण्डा है? -7°C तापमान वाला शिमला या -8°C तापमान वाला लेह?
- B. यदि समुद्र का स्तर 0 मीटर पर है, और 5 मीटर ऊँचे खम्भे को 5 द्वारा दिखाया जाता है, तो 5 मीटर गहरे गड्ढे को _____ द्वारा दिखाया जाएगा। क्या -6 मीटर, 5 मीटर गहरे गड्ढे से भी अधिक गहरे गड्ढे को दर्शाता है?
- C. 300 ₹ के कर्ज़ वाली तित्तिर, 200 ₹ के कर्ज़ वाले टिकू की तुलना में _____ (अधिक अमीर/अधिक गरीब) है।

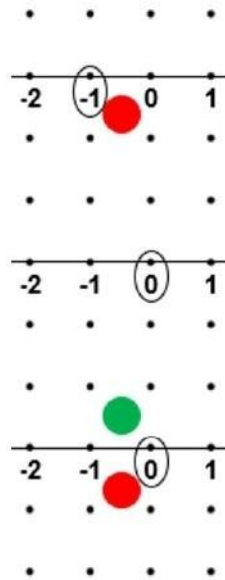
3. परवर्ती -1 का

परवर्ती के लिए, हम एक कदम _____ (दाएँ/बाएँ) चलते हैं।

(क) तो, कौन-सी संख्या -1 की परवर्ती (successor) है?

(ख) -1 के परवर्ती को दिखाने के लिए कितने काउंटर्स (और किस रंग के) का उपयोग किया जाता है?

(ग) परवर्ती के लिए (और इसलिए दाईं ओर कदम बढ़ाने के लिए), हमने हमेशा एक **धनात्मक** काउंटर जोड़ा है। जब हम यहाँ ऐसा करते हैं, तो हमें एक _____ (लाल काउंटर/हरा काउंटर/लाल-हरा जोड़ा) मिलता है?



चित्र-3

यह धनात्मक-ऋणात्मक काउंटर्स का जोड़ा शून्य के समतुल्य होता है (चित्र-3)। इसलिए, अब से हम ऐसे जोड़े को 'शून्य जोड़ा' (zero pair) कहेंगे। चूँकि ये शून्य के समतुल्य होते हैं, इसलिए आवश्यकतानुसार इन्हें हटाया (या जोड़ा) जा सकता है।

यह करके देखें :

III. $0 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad}$

(नोट : यहाँ शून्य को अलग-अलग 'शून्य जोड़ों' या संख्याओं के योग के रूप में दर्शाना है।)

4. धनात्मक संख्याएँ जोड़ना

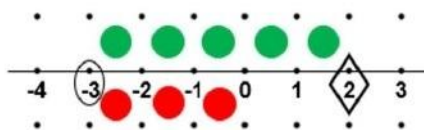
जब हम धनात्मक संख्याएँ जोड़ते हैं, तो हम एक नहीं, बल्कि कई कदम _____ (दाएँ/बाएँ) चलते हैं।

(क) 4 में 3 जोड़ें (ख) -5 में 2 जोड़ें (ग) -3 में 5 जोड़ें

(क) $4 + 3$: 4 के _____ (बाएँ/दाएँ) ओर _____ कदम चलें, और प्रत्येक कदम पर 1 _____ (लाल/हरा) काउंटर जोड़ें।

(ख) $(-5) + 2$: -5 के _____ (बाएँ/दाएँ) ओर _____ कदम चलें, और प्रत्येक कदम पर 1 _____ (लाल/हरा) काउंटर जोड़ें।

(ग) $(-3) + 5$: -3 के _____ (बाएँ/दाएँ) ओर _____ कदम चलें, और प्रत्येक कदम पर 1 _____ (लाल/हरा) काउंटर जोड़ें।



चित्र-4

आपने तीनों सवालों के लिए एक ही रणनीति का उपयोग किया। क्या आपको किसी सवाल में शून्य जोड़ा मिला?

क्या एक हरा काउंटर जोड़ना, एक लाल काउंटर को हटाने के समान ही है? जब सम्भव हो, तब यही प्रक्रिया करके इन्हीं सवालों को दोबारा हल करने का प्रयास करें। क्या आपको वही उत्तर मिलते हैं?

तो, किसी धनात्मक संख्या को जोड़ने का अर्थ किसके समतुल्य है :

- (i) धनात्मक काउंटर्स को जोड़ने (और यदि कोई शून्य जोड़ा बने, तो उसे हटाने) अथवा
- (ii) ऋणात्मक काउंटर्स को हटाने।

यह करके देखें :

IV. $(-5) + 5 = \underline{\quad}$

V. $(-8) + \underline{\quad} = 0$

VI. $\underline{\quad} + 4 = 0$

सोचें:

D. तितिर को जन्मदिन के उपहार के रूप में 100 ₹ मिले। उसने इससे अपने 300 ₹ के कर्ज़ का कुछ हिस्सा चुका दिया।

(क) अब कितना कर्ज़ बचा है?

(ख) तो, कितना कर्ज़ चुकाया गया, यानी घटाया (subtracted) गया?

- (ग) यदि मूल कर्ज 300 ₹ को -3 के रूप में लिखा जाए, तो उपहार _____ (1/-1) है और बचा हुआ कर्ज _____ है।
- (घ) बचा हुआ कर्ज = मूल कर्ज + उपहार = मूल कर्ज - चुकाया गया कर्ज, यानी _____ = (-3) + _____ = (-3) - _____
- (ङ) क्या होता यदि उपहार 500 ₹ का होता?

E. टिनटिन पर 200 ₹ का कर्ज था लेकिन उसने 600 ₹ का मुनाफ़ा (लाभ) कमाया।

- (क) मुनाफ़ा कमाने के बाद टिनटिन के पास कुल कितनी रकम थी?
- (ख) यदि 200 ₹ के कर्ज को -2 लिखा जाए, तो 600 ₹ का मुनाफ़ा _____ (6/-6) होगा और मुनाफ़े के बाद टिनटिन के पास बची रकम _____ होगी।
- (ग) तो, (-2) + _____ = _____

5. धनात्मक संख्याओं को घटाना

जब हम धनात्मक संख्याओं को घटाते हैं, तो हम एक नहीं, बल्कि कई कदम _____ (दाईं/बाईं) ओर चलते हैं और आप _____ (लाल/हरे) काउंटर्स को हटाते हैं।

(क) 6 में से 2 घटाएँ (ख) -2 में से 3 घटाएँ (ग) 3 में से 5 घटाएँ

(क) $6 - 2 : 6$ के _____ (बाईं/दाईं) ओर _____ कदम चलें, हर कदम पर 1 काउंटर हटाते जाएँ।

(ख) $(-2) - 3 : -2$ के _____ (बाईं/दाईं) ओर _____ कदम चलें, हर कदम पर 1 काउंटर हटाते जाएँ।

जब आपके पास काउंटर खत्म हो गए तो आपने क्या किया?

(ग) $3 - 5 : 3$ के _____ (बाईं/दाईं) ओर _____ कदम चलें, हर कदम पर 1 काउंटर हटाते जाएँ।

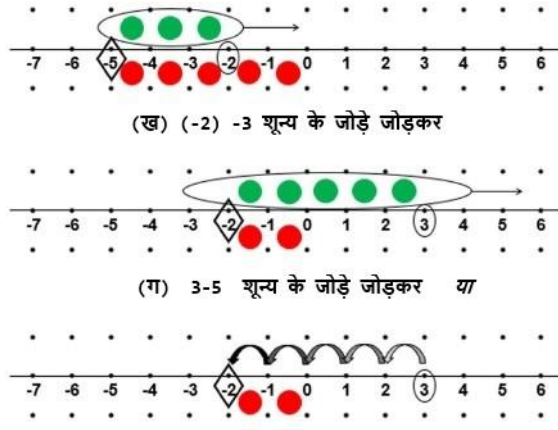
जब आपके पास काउंटर खत्म हो गए तो आपने क्या किया? आइडिया के लिए चित्र-5 देखें।

आपने तीनों सवालों के लिए एक ही रणनीति का उपयोग किया। क्या आपने पाया कि एक हरे काउंटर को हटाना, एक लाल काउंटर को जोड़ने के समान ही है? जब आप कर सकें, तो ऐसा करके इन्हीं सवालों को फिर से हल करने का प्रयास करें। क्या आपको वही उत्तर मिलते हैं?

तो, एक **धनात्मक संख्या** को घटाना इसके समतुल्य है :

- धनात्मक काउंटर्स को हटाना** (और यदि कोई शून्य-जोड़े हों तो उन्हें हटाना) **अथवा**
- ऋणात्मक काउंटर्स को जोड़ना**

क्या आपने शून्य-जोड़ा (zero-pair) रणनीति का प्रयास किया? क्या होता है यदि हम तब तक शून्य-जोड़े जोड़ते जाएँ जब तक कि पर्याप्त धनात्मक काउंटर न हो जाएँ और फिर उन्हें हटा दें?



चित्र-5

यह करके देखें :

VII. (-5) – 7 :

- (क) क्या आप इसके लिए संख्या रेखा पर 0 तक पहुँचते हैं/या 0 को पार करते हैं?
 (ख) आपको कितने शून्य-जोड़े जोड़ने की आवश्यकता है?
 (ग) इसे एक बार में एक कदम करके आजमाएँ। आप कितने ऋणात्मक काउंटर जोड़ते हैं?
 (घ) आप इन ऋणात्मक काउंटर्स को किस संख्या में जोड़ते हैं?
 (ङ) तो, _____ ऋणात्मक काउंटर्स को _____ में जोड़ना _____ + (- _____) है।
 यह (-5) – 7 से किस प्रकार सम्बन्धित है?
 (च) शून्य-जोड़ों (zero pairs) की संख्या और ऋणात्मक काउंटर्स की संख्या आपस में किस प्रकार सम्बन्धित हैं?

VIII. 10 – 14 :

- (क) क्या आप इसके लिए संख्या रेखा पर 0 तक पहुँचते हैं/या 0 को पार करते हैं?
 (ख) आपको (कम-से-कम) कितने शून्य-जोड़ों की आवश्यकता है?
 (ग) इसे एक बार में एक कदम करके आजमाएँ। आप कितने ऋणात्मक काउंटर जोड़ते हैं?
 (घ) आप इन ऋणात्मक काउंटर्स को किस संख्या में जोड़ते हैं?
 (ङ) तो, _____ ऋणात्मक काउंटर्स को _____ में जोड़ना _____ + (- _____) है।
 यह 10 – 14 से किस प्रकार सम्बन्धित है?
 (च) ऋणात्मक काउंटर्स की संख्या और शून्य-जोड़ों की न्यूनतम संख्या आपस में किस प्रकार सम्बन्धित हैं?

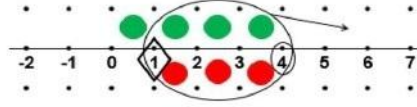
6. ऋणात्मक संख्याओं को जोड़ना

जब हम ऋणात्मक संख्याओं को जोड़ते हैं, तो हम एक नहीं, बल्कि कई कदम _____ (दाईं/बाईं) ओर चलते हैं।

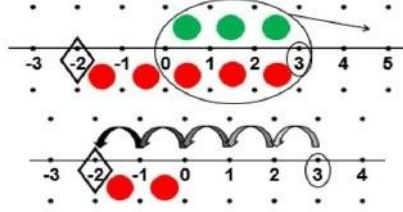
- (क) -5 में -2 जोड़ें (ख) 4 में -3 जोड़ें (ग) 3 में -5 जोड़ें
 (क) (-5) + (-2) : -5 के _____ (बाईं/दाईं) ओर _____ कदम चलें, हर कदम पर 1 _____ (लाल/हरे) काउंटर जोड़ते जाएँ।
 (ख) 4 + (-3) : 4 के _____ (बाईं/दाईं) ओर _____ कदम चलें, हर कदम पर 1 _____ (लाल/हरे) काउंटर जोड़ते जाएँ।
 (ग) 3 + (-5) : 3 के _____ (बाईं/दाईं) ओर _____ कदम चलें, हर कदम पर 1 _____ (लाल/हरे) काउंटर जोड़ते जाएँ।

क्या आपको किसी भी सवाल के लिए शून्य-जोड़ा मिला?

क्या एक लाल काउंटर जोड़ना, एक हरे काउंटर को हटाने के समान ही है?



चित्र-6



चित्र-7

कदमों की दिशा ऊपर दिए गए बिन्दु 2 से आती है यदि हम यह मानें कि -3 को जोड़ना, -1 को तीन बार जोड़ने जैसा हो सकता है। इसे देखने का एक और तरीका यह होगा कि यह 3 को जोड़ने से अलग है। इसलिए, यह उसी दिशा में कदम बढ़ाना नहीं हो सकता जैसा कि एक धनात्मक संख्या को जोड़ते समय होता है! ध्यान दें कि यदि हम ऋणात्मक काउंटर जोड़ते हैं, तो परिणामी शून्य-जोड़ों को हटा दिया जाना चाहिए (चित्र-6)। सवाल (ग) के लिए आप किन अलग-अलग रणनीतियों का उपयोग कर सकते हैं? क्या आपको वही परिणाम मिलता है जो एक बार में एक कदम आगे बढ़ने से मिलता है? (चित्र-7) तो, एक ऋणात्मक संख्या को जोड़ना इसके समतुल्य (बराबर) है :

- (i) ऋणात्मक काउंटर्स को _____ (जोड़ना/हटाना)
(ii) धनात्मक काउंटर्स को _____ (जोड़ना/हटाना) क्या यह वैसा ही है जैसा हम पहले ही कुछ कर चुके हैं?

तो, एक ऋणात्मक संख्या को जोड़ना, एक धनात्मक संख्या को _____ (जोड़ने/घटाने) के समतुल्य है।

ये दोनों संख्याएँ आपस में किस प्रकार सम्बन्धित हैं?¹

यह करके देखें :

IX. $7 + (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$

X. $3 + \underline{\hspace{2cm}} = 0$

XI. $\underline{\hspace{2cm}} + (-6) = 0$

सोचें :

F. टिंकू पर ₹200 का कर्ज़ (debt) था और उसे ₹500 और उधार लेने पड़े।

(क) अब कुल कितना कर्ज़ हो गया है?

(ख) यदि ₹200 के कर्ज़ को -2 माना जाए, तो नया कर्ज़ और कुल कर्ज़ क्या होंगे?

(ग) तो, $(-2) + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = (-2) - \underline{\hspace{2cm}}$

G. टिनटिन के पास ₹400 थे और उसे ₹100 का नुक़सान (loss) हुआ।

(क) यदि ₹400 को 4 माना जाए, तो ₹100 का नुक़सान $\underline{\hspace{2cm}}$ (1 / -1) होगा।

(ख) नुक़सान के बाद टिनटिन के पास कितने ₹ बचे? और $\underline{\hspace{2cm}}$ ₹ का नुक़सान $\underline{\hspace{2cm}}$ है।

(ग) तो, $4 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(घ) यदि नुक़सान ₹900 का होता, तो टिनटिन के पास क्या बचता?

H. टुलु के पास भी ₹400 थे और उसने ₹100 खर्च किए।

(क) इसी संकेत-पद्धति (notation) का उपयोग करते हुए, क्या यह $4 - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ है?

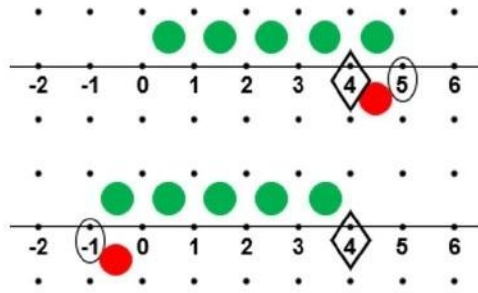
(ख) तो, क्या $4 + (-1) = 4 - 1$ है?

(ग) यदि टुलु को ₹900 खर्च करने पड़ते, तो क्या होता?

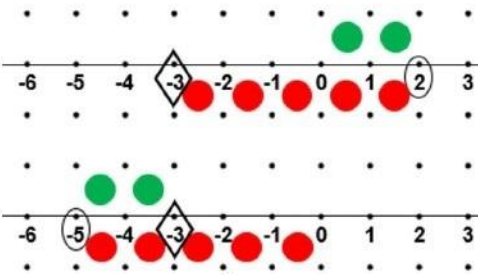
(घ) यदि टिनटिन को ₹900 का नुक़सान होता और टुलु को ₹900 खर्च करने पड़ते, तो कौन अधिक गरीब होता?

7. पूर्णाकों का योग

योग (जोड़) के निम्नलिखित जोड़ों (pairs) पर विचार करें : $5 + (-1)$ और $(-1) + 5$ (चित्र-8) और साथ ही $2 + (-5)$ तथा $(-5) + 2$ (चित्र-9)। आप क्या देखते हैं?



चित्र-8



चित्र-9

(क) चित्र-8 के दोनों चित्र आपस में किस प्रकार सम्बन्धित हैं? क्या आप नीचे वाला चित्र प्राप्त करने के लिए ऊपर वाले चित्र को किसी लम्बवत रेखा के अनुदिश परावर्तित (reflect) कर सकते हैं?

(ख) चित्र-8 के लिए यह लम्बवत रेखा या दर्पण (mirror) कहाँ पर स्थित है?

(ग) उस संख्या को ध्यान से देखें जिससे होकर यह दर्पण (mirror) गुजर रहा है। आप 5 और -1 से यह संख्या

कैसे प्राप्त कर सकते हैं?

(घ) क्या आप **चित्र-9** के लिए भी ऐसा ही एक दर्पण ढूँढ सकते हैं? यह किस संख्या से होकर गुजरता है? आप 2 और -5 से यह संख्या कैसे प्राप्त कर सकते हैं?³

(ड) $(-2) + (-4)$ और $(-4) + (-2)$ के लिए भी इसी तरह का अवलोकन करें। $3 + 4$ और $4 + 3$ के बारे में आपका क्या विचार है?

इसे संख्याओं के विभिन्न जोड़ों (pairs) के साथ आजमाएँ। आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं?⁴

8. ऋणात्मक संख्याओं को घटाना

जब हम ऋणात्मक संख्याओं को घटाते हैं, तो हम एक नहीं, बल्कि कई कदम _____ (दाईं/बाईं) ओर चलते हैं और आप _____ (लाल/हरे) काउंटर्स को हटाते हैं।

[अब आपको पता होना चाहिए कि काउंटर खत्म होने पर क्या करना है।]

(क) -5 में से -3 घटाएँ (ख) 3 में से -4 घटाएँ (ग) -2 में से -6 घटाएँ

(क) $(-5) - (-3)$: -5 के _____ (बाईं/दाईं) ओर _____ कदम चलें, हर कदम पर 1 काउंटर हटाते जाएँ।

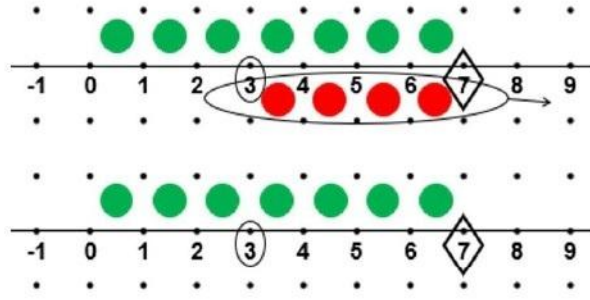
(ख) $3 - (-4)$: 3 के _____ (बाईं/दाईं) ओर _____ कदम चलें, हर कदम पर 1 काउंटर हटाते जाएँ। यदि हम शून्य-जोड़े (zero-pairs) जोड़ते हैं, तो वह किन संख्याओं को जोड़ने के समतुल्य है? (**चित्र-10** देखें)

क्या आप इन चरणों को पूरा कर सकते हैं? अन्तिम चरण में 3 के बाद क्या आता है? $3 - (-4) = 3 - (-4) + 0 = 3 - (-4) + \underline{\hspace{2cm}} + (-\underline{\hspace{2cm}}) = 3 \underline{\hspace{2cm}}$

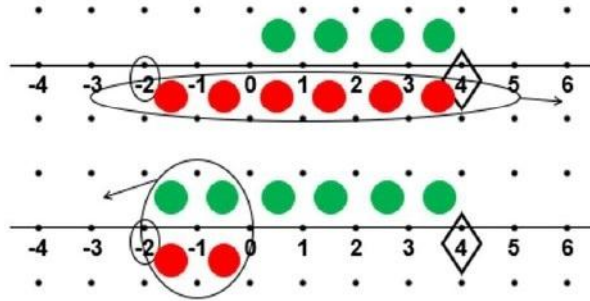
क्या आपको दोनों बार एक ही उत्तर मिला?

(ग) $-(-6)$: -2 के _____ (बाईं/दाईं) ओर _____ कदम चलें, हर कदम पर 1 काउंटर हटाते जाएँ। यदि हम इसके बजाय शून्य-जोड़े जोड़ते हैं तो क्या होता है? हमें कितने शून्य-जोड़ों की आवश्यकता होगी? क्या आप इन चरणों को पूरा कर सकते हैं? [संकेत: **चित्र-11** देखें]

$(-2) - (-6) = (-2) - (-6) + 0 = (-2) - (-6) + \underline{\hspace{2cm}} + (-\underline{\hspace{2cm}}) = (-2) \underline{\hspace{2cm}}$ क्या आपको वही उत्तर मिला?



चित्र-10



चित्र-11

इसलिए, जैसे-जैसे हम ये कदम बढ़ाते हैं, हम _____ (धनात्मक/ऋणात्मक) काउंटर जोड़ सकते हैं।

तो, एक **ऋणात्मक संख्या** को घटाना इसके समतुल्य है :

- (i) **ऋणात्मक काउंटर्स** को _____ (जोड़ना/घटाना)
- (ii) **धनात्मक काउंटर्स** को _____ (जोड़ना/घटाना)

क्या यह वैसा ही है जैसा हम पहले ही कुछ कर चुके हैं?

तो, एक **ऋणात्मक संख्या** को घटाना, एक **धनात्मक संख्या** को _____ (जोड़ने/घटाने) के समतुल्य है।

ये दोनों संख्याएँ आपस में किस प्रकार सम्बन्धित हैं?⁵

यह करके देखें :

XII. 6 – (-2)

- (क) क्या आप इसके लिए संख्या रेखा पर 0 तक पहुँचते हैं/या 0 को पार करते हैं?
- (ख) आपको कितने शून्य-जोड़े (zero pairs) जोड़ने की आवश्यकता है?
- (ग) इसे एक बार में एक कदम करके आजमाएँ। आप कितने धनात्मक काउंटर जोड़ते हैं?
- (घ) आप इन धनात्मक काउंटर्स को किस संख्या में जोड़ते हैं?

(ड) तो, _____ धनात्मक काउंटर्स को _____ में जोड़ना _____ + _____ है। यह $6 - (-2)$ से किस प्रकार सम्बन्धित है?

(च) शून्य-जोड़ों की संख्या और धनात्मक काउंटर्स की संख्या आपस में किस प्रकार सम्बन्धित हैं?

XIII. (-3) – (-4)

(क) क्या आप इसके लिए संख्या रेखा पर 0 तक पहुँचते हैं/या 0 को पार करते हैं?

(ख) आपको (कम-से-कम) कितने शून्य-जोड़ों (zero-pairs) की आवश्यकता है?

(ग) इसे एक बार में एक कदम करके आज़माएँ। आप कितने धनात्मक काउंटर्स जोड़ते हैं?

(घ) आप इन धनात्मक काउंटर्स को किस संख्या में जोड़ते हैं?

(ड) तो, _____ धनात्मक काउंटर्स को _____ में जोड़ना _____ + _____ है। यह $(-3) - (-4)$ से किस प्रकार सम्बन्धित है?

(च) धनात्मक काउंटर्स की संख्या और शून्य-जोड़ों की न्यूनतम संख्या आपस में किस प्रकार सम्बन्धित हैं?

सोचें :

I. सर्दियों की एक बेहद सर्द रात में, श्रीनगर का तापमान -6°C था, जबकि लेह का तापमान -17°C और गंगटोक का तापमान 8°C था।

(क) कौन-सा शहर अधिक ठण्डा था : श्रीनगर या लेह?

(ख) _____ की तुलना में _____ अधिक ठण्डा था, जो कि $(\text{_____} - \text{_____}) = \text{_____}^{\circ}\text{C}$ है।

(ग) गंगटोक, श्रीनगर की तुलना में अधिक गर्म था, जो कि $(\text{_____} - \text{_____}) = \text{_____}^{\circ}\text{C}$ है।

J. तित्तिर और टिंकू ने दिन की शुरुआत ₹100-₹100 के साथ की। तित्तिर को ₹300 का लाभ हुआ, जबकि टिंकू को ₹200 का नुकसान (loss) हुआ।

(क) दिन के अन्त में दोनों के पास कितने-कितने ₹ थे?

(ख) कौन अधिक अमीर था और कितने ₹ से?

(ग) तित्तिर का लाभ _____ है और टिंकू का नुकसान _____ है।

(घ) _____ (तित्तिर/टिंकू) अधिक अमीर है और _____ - _____ = _____ से है।

K. अगले सप्ताह, उन्होंने फिर से ₹100-₹100 के साथ शुरुआत की, लेकिन दोनों को नुकसान हुआ - तित्तिर को ₹500 का और टिंकू को ₹300 का।

(क) दिन के अन्त में दोनों के पास कितने-कितने ₹ थे?

(ख) तित्तिर के पास अन्त में _____ ₹ बचे, जबकि टिंकू के पास _____ ₹ बचे।

(ग) _____ अधिक अमीर है और _____ - _____ = _____ से है।

नोट : इस लेख का विचार अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी में एमए एजुकेशन के विद्यार्थियों, जौहर के. एम. और नागेंद्र सिंह द्वारा की गई एक खोज से प्रेरित है, जो उनके 'पाठ्यचर्या सामग्री विकास - गणित' पाठ्यक्रम का एक हिस्सा था।

फुटनोट :

1. $-n$ को जोड़ना n को घटाने के समतुल्य है, जो कि इसका योज्य प्रतिलोम (additive opposite) है।
2. **चित्र-8** : दर्पण $x = 2 = (5 + (-1))/2$... पर है... इसे दोनों आरेखों के उभयनिष्ठ (common) भाग और उभयनिष्ठ अन्तराल को देखकर, और फिर उस अन्तराल का मध्यबिन्दु ज्ञात करके समझा जा सकता है।
3. **चित्र-9** : दर्पण (mirror) $x = -1.5 = ((-5) + 2)/2$ पर है
4. पूर्णाकों के लिए योग का क्रमविनिमेय गुण (Commutative property of addition for integers)
5. $-n$ को घटाना n को जोड़ने के समतुल्य है, जो कि इसका योज्य प्रतिलोम (additive opposite) है।

मैथ स्पेस (MATH SPACE) अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी में स्थित एक गणित प्रयोगशाला (mathematics laboratory) है जो स्कूलों, शिक्षकों, अभिभावकों, बच्चों, स्कूली शिक्षा में काम करने वाले गैर-सरकारी संगठनों और शिक्षक-प्रशिक्षकों की ज़रूरतों को पूरा करती है। यह गणित के शिक्षण-अधिगम सामग्री [mat(h)erials] – उनकी उपयोगिता के साथ-साथ कबाड़ या बेकार चीज़ों से बनाए जा सकने वाले कम लागत वाले संस्करणों की सम्भावनाओं को तलाशती है। यह दोनों तरह के लोगों की समस्याओं को दूर करने का प्रयास करती है - वे जो गणित से डरते हैं या यहाँ तक कि उससे नफ़रत करते हैं, और वे भी जो इसके साथ जुड़ना पसन्द करते हैं। यह एक ऐसा स्थान है जहाँ कई लोगों के साथ बातचीत और जुड़ाव के चलते नए विचार पैदा होते हैं और विकसित होते हैं। मैथ स्पेस से mathspace@apu.edu.in पर सम्पर्क किया जा सकता है।

अनुवाद : गूगल जेमिनी **सम्पादन :** राजेश उत्साही