अन्तर को मापना

जीवेश पंचभाई

मापन एक बुनियादी कौशल है। मापन के आधार पर दैनिक जीवन के कार्यों में बहुत से निर्णय लिए जाते हैं। राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा 2023 ने प्राथमिक स्कूल में भी इसे महत्त्व दिया है। विद्यार्थियों के रूप में, हमें मानक मानों (जैसे 1 मीटर = 100 सेंटीमीटर) को रटाकर लम्बाई का मापन सिखाया गया है। लेकिन वर्तमान शिक्षाशास्त्र बच्चे के दृष्टिकोण से शुरू होता है – ग़ैर-मानक इकाइयों जैसे कि बित्ता (हथेली की लम्बाई) और पंजे की लम्बाई का उपयोग करना और फिर मानक इकाइयों और उससे जुड़ी शब्दावली, प्रतीकों और परम्पराओं की आवश्यकता पर तर्क करना। यह लेख कक्षा-3 के विद्यार्थियों को लम्बाई के मापन की अवधारणा से परिचित कराने के जीवेश के अनुभवों पर आधारित है।

जब मैंने पढ़ाना शुरू किया, तो मुझे पूरा विश्वास था कि मापन के इतिहास से जुड़ी एक कहानी मेरे सीखने के उद्देश्यों को प्राप्त करने के लिए मंच तैयार कर देगी। ग़ैर-मानक इकाइयों के लिए, मैं यह समझाऊँगा कि प्राचीन काल में लोगों के पास मापने के उपकरण नहीं थे और वे 'पाथा' (लगभग 2 किलोग्राम वज़न मापने के लिए पहाड़ी क्षेत्रों में इस्तेमाल की जाने वाली एक इकाई) जैसी इकाइयों का उपयोग करते थे। मैंने इस बात पर ज़ोर दिया कि बाद में प्रौद्योगिकी के कारण सटीक, मानक उपकरण बने। समय के साथ, मुझे एहसास हुआ कि यह ऐतिहासिक सन्दर्भ कक्षा-6 के विद्यार्थियों की मदद तो कर सकता है, लेकिन यह अकसर कक्षा-3 के विद्यार्थियों को भ्रमित कर देता है। इससे भी महत्त्वपूर्ण बात मैंने सीखी कि ग़ैर-मानक इकाइयाँ केवल अतीत के अवशेष नहीं हैं; वे आज भी प्रासंगिक हैं। हम हमेशा अपने साथ पैमाने लेकर नहीं चलते हैं, लेकिन हम अकसर बित्ते, क़दम की लम्बाई, हाथ आदि का उपयोग करके अनुमान लगाते हैं।

अधिगम प्रतिफलों पर आधारित योजना

एनसीएफ़ 2023 के अनुसार प्रिपरेटरी स्टेज के लिए लम्बाई के मापन से सम्बन्धित कुछ शुरुआती पाठ्यचर्या लक्ष्य और दक्षताएँ इस तरह हैं :

पाठ्यचर्या के लक्ष्य	दक्षता	अधिगम प्रतिफल
ग़ैर-मानक और मानक इकाइयों का उपयोग करके दूरी, लम्बाई, वज़न, क्षेत्रफल, आयतन और समय से सम्बन्धित वस्तुओं के मापने योग्य गुणों और ऐसी मापन की इकाइयों, प्रणालियों और प्रक्रियाओं को समझना।	**C-3.1 :** "[विद्यार्थी] ग़ैर-मानक और मानक इकाइयों में मापन करता है और मानक इकाइयों की आवश्यकता का मूल्यांकन करता है।" **C-3.2 :** "[विद्यार्थी] मापे जा रहे गुण (जैसे लम्बाई, परिमाप, समय, वज़न, आयतन) के लिए उचित इकाई और उपकरण का उपयोग करता है।"	ग़ैर-मानक इकाइयों की तुलना में मानक इकाइयों के महत्त्व को समझते हैं; (जैसे लम्बाई मापन के मामले में, उन स्थितियों को बता सकते हैं जहाँ उन्हें ग़ैर-मानक इकाइयों का उपयोग करने में कठिनाई का सामना करना पड़ेगा।) लम्बाई मापने के लिए उचित मानक इकाइयों (सेंटीमीटर और मीटर) और उपकरणों को जानते हैं और उनका उपयोग करते हैं।

तालिका-1 : स्रोत https://ncert.nic.in/pdf/focus-group/NCF-SE_2023EN.pdf

नोट : तालिका में दिए गए अधिगम प्रतिफल एलिमेंट्री स्कूल लर्निंग आउटकम्स (2017) से लिए गए हैं, जो https://www.ncert.nic.in/learning-outcome.php?ln=en पर उपलब्ध हैं।

पाठ की शुरुआत में, मैंने विद्यार्थियों के पूर्व ज्ञान की जाँच की। मैंने पाया कि कक्षा के 95% विद्यार्थी लम्बाइयों की तुलना कर सकते थे, वस्तुओं को सबसे छोटी से सबसे लम्बी/ऊँची तक छाँट सकते थे और वस्तुओं को लम्बाई के बढ़ते या घटते क्रम में व्यवस्थित कर सकते थे।

की-वर्ड : *मापन, लम्बाई, मानक और ग़ैर-मानक इकाइयाँ, सामान्य त्रुटियाँ, उपचारात्मक शिक्षण*

हमने एक हैंड्स-ऑन गतिविधि से शुरुआत की। विद्यार्थियों के प्रत्येक जोड़े को एक गतिविधि शीट (**चित्र-1** देखें) और सेफ्टी पिन का एक डिब्बा दिया गया। उन्हें पहले अपने बित्ते का उपयोग करके अपनी मेज़ की लम्बाई मापनी थी और अपने निष्कर्षों को **चित्र-1** की **तालिका-I** में दर्ज करना था। फिर उन्हें सेफ्टी पिनों का उपयोग करके उसी लम्बाई को मापना था और अपने निष्कर्षों को **तालिका-II** में दर्ज करना था। मैंने ऊँचे कद वाले विद्यार्थियों को छोटे कद वाले विद्यार्थियों के साथ रखने का प्रयास किया, क्योंकि इस गतिविधि में ग़ैर-मानक इकाइयों का उपयोग किया गया था।

विद्यार्थी/ शिक्षक	**मेज़ की लम्बाई**
सीमा	____ बित्ते
अहोम	____ बित्ते
शिक्षक	8 बित्ते
तालिका-I : बित्ते में मेज़ की लम्बाई	

विद्यार्थी/ शिक्षक	**मेज़ की लम्बाई**
सीमा	____ सेफ्टी पिन
अहोम	____ सेफ्टी पिन
शिक्षक	22 सेफ्टी पिन
तालिका-II : सेफ्टी पिन में मेज़ की लम्बाई	

चित्र-1 : गतिविधि शीट

विद्यार्थी यह देख पाए कि भले ही वे एक ही मेज़ को माप रहे थे, लेकिन उनके और उनके साथी के बित्ते की संख्या में अन्तर था। हालाँकि, सेफ्टी पिनों की संख्या में कोई अन्तर नहीं था, बशर्ते मापन सही ढंग से किया गया हो। (इस गतिविधि में कुछ ग़लतियाँ भी हुईं, मैंने इनका उपयोग यह दिखाने के लिए कर लिया कि ग़लतियाँ कैसे हो सकती हैं।)

विद्यार्थी/ शिक्षक	**मेज़ की लम्बाई**
सीमा	11 बित्ते
अहोम	10 बित्ते
शिक्षक	8 बित्ते
तालिका-I : बित्ते में मेज़ की लम्बाई	

विद्यार्थी/ शिक्षक	**मेज़ की लम्बाई**
सीमा	22 सेफ्टी पिन
अहोम	22 सेफ्टी पिन
शिक्षक	22 सेफ्टी पिन
तालिका-II : सेफ्टी पिन में मेज़ की लम्बाई	

चित्र-2 : विद्यार्थियों/ शिक्षक द्वारा भरी गई गतिविधि शीट

गतिविधि के दोनों भागों में, हमने ग़ैर-मानक इकाइयों [non-standard units (NSU)] का उपयोग किया। लेकिन अन्तर यह था कि सेफ्टी पिनों के रूप में ग़ैर-मानक इकाई समान थी और बित्ते के रूप में असमान थी। कक्षा समान इकाइयों के माध्यम से ग़ैर-मानक इकाइयों से मानक इकाइयों [standard units (NSU)] की ओर बढ़ रही थी।

दोनों गतिविधियों में, मापने के बाद, यदि वस्तु की लम्बाई का सिरा एक बित्ते या एक पूरी सेफ्टी पिन की लम्बाई से कम रहा, तो अधिकांश विद्यार्थी भ्रमित हो गए। उन्होंने 'साढ़े पाँच सेफ्टी पिन' जैसे माप लिखे।

चित्र-3 पर विचार करें। पेन **क** और **ख** दोनों की लम्बाइयों को 'साढ़े तीन सेफ्टी पिन' के रूप में मापा गया था, लेकिन जब दोनों पेन को साथ में रखकर उनकी लम्बाई की तुलना की गई, तो दोनों की लम्बाई वास्तव में बराबर नहीं थी।

चित्र-3 : क और ख की तुलना।

उस समय, मुझे इस बात को विद्यार्थियों के सामने प्रश्न के रूप में ही छोड़ना पड़ा। सेफ्टी पिन में उप-इकाइयाँ नहीं होती हैं और इसलिए माप में सटीकता नहीं आ सकती है, लेकिन इस बात को मैं मानक इकाइयों से परिचय के बाद ही समझा सकता था।

मानक इकाइयाँ

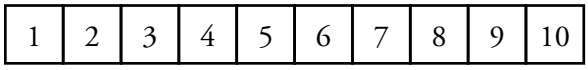
अब मानक इकाइयों की बारी थी। हमने **चित्र-4** में दिखाए गए एक 'लॉन्ग' (Long) से शुरुआत की।

चित्र-4 : एफएलयू (स्वाती सरकार का फ्लैट्स लॉन्स यूनिट्स) से फ्लैट या लॉन्ग

मेरे पास ठीक 1 सेंटीमीटर माप की वर्गाकार-ग्रिड वाली कॉपियाँ थीं। आमतौर पर, ऐसी कॉपियों में ग्रिड का आकार बड़ा होता है। मैंने इसके खाली पन्नों की शीट से 'लॉन्ग' बनाए। वैकल्पिक रूप से, डीन्स ब्लॉक्स (Dienes' Blocks) का उपयोग किया जा सकता है क्योंकि वह डिज़ाइन से ही एक आदर्श 1 सेंटीमीटर ग्रिड है। यदि ऐसे ब्लॉक उपलब्ध नहीं हैं, तो कार्ड/बॉक्स/सख़्त काग़ज़ से 10 सेमी × 1 सेमी की पट्टियाँ आसानी से बनाई सकती हैं। प्रत्येक खाने के लिए 1 सेमी × 1 सेमी वर्ग का उपयोग करने से मानक इकाइयों को अच्छी तरह से दिखाया जा सकता है।

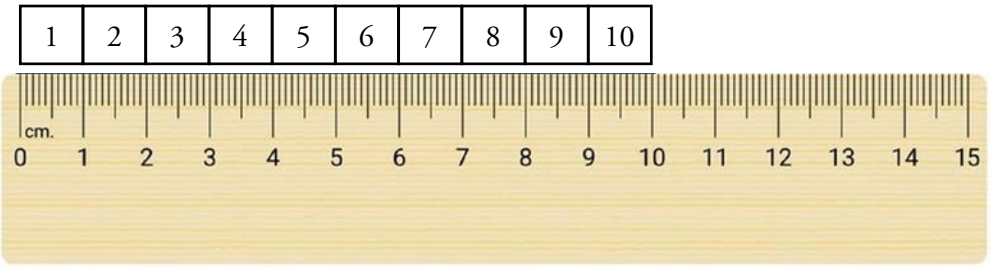
हमने विद्यार्थियों से कहा कि वे इस टीएलएम का उपयोग करके क्रेयॉन, शार्पनर, रबर और पेंसिल जैसी विभिन्न वस्तुओं को मापें। उन्हें लाइनों के बीच के अन्तर को गिनकर मापना था।

इसके बाद लॉन्ग पर संख्याएँ (1 से 10) अंकित की गईं और विद्यार्थियों से लॉन्ग और पैमाना दोनों से वस्तुओं को मापने के लिए कहा गया।



चित्र-5 : संशोधित लॉन्ग या टेन (दस)

बाद में, एक पैमाने को लॉन्ग से जोड़ा गया है **(चित्र-6)**।

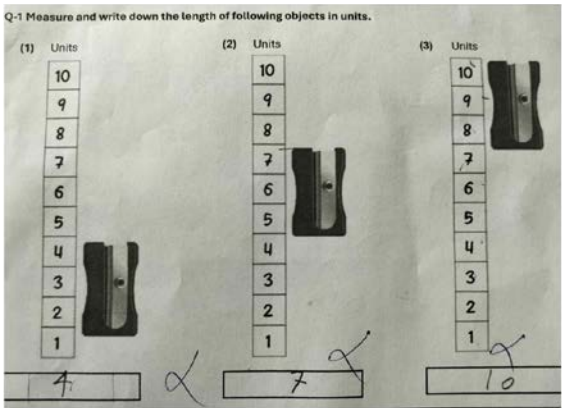


स्रोत : https://shutr.bz/49BNGjf

चित्र-6 : लॉन्ग 10 सेंटीमीटर का पैमाना बन जाता है

चुनौतियाँ जिनका मुझे सामना करना पड़ा

1. विद्यार्थियों ने ग़ैर-मानक इकाइयों के साथ कठिनाई महसूस की। गतिविधि के इस हिस्से में अपेक्षा से अधिक समय लगा।
2. जब पैमाना या स्केल दिया गया तो विद्यार्थी भ्रमित थे, विशेष रूप से इस बात को लेकर कि मापन 1 सेंटीमीटर से शुरू होना चाहिए या 0 सेंटीमीटर के निशान से।
3. विद्यार्थी यह नहीं समझ पाए कि वस्तु को खिसकाने पर उसकी लम्बाई नहीं बढ़ती है, जैसा कि **चित्र-7** में दिखाया गया है।



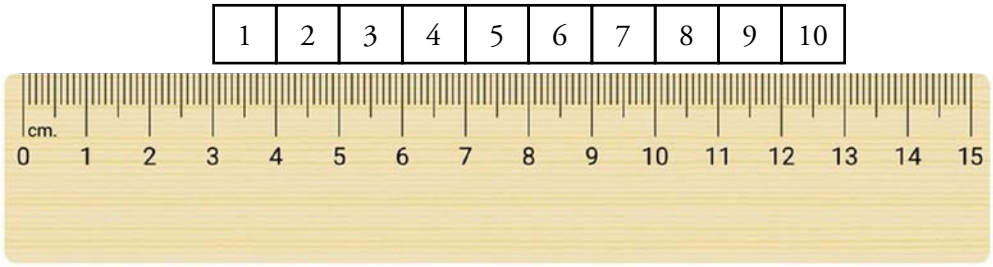
चित्र-7 : किसी वस्तु की लम्बाई के बारे में भ्रम

मुझे एहसास हुआ कि लॉन्ग पर बने वर्गों को नम्बर देने के तरीक़े की वजह से एक गलती हो गई थी।

सम्पादक की टिप्पणी : इस बिन्दु पर निम्नलिखित स्पष्टीकरण की आवश्यकता थी :

- वर्ग 1 पैमाने पर 0 से शुरू होता है और 1 पर समाप्त होता है। इसलिए, इस वर्ग की एक भुजा की लम्बाई पैमाने पर 0 और 1 के बीच के अन्तर के बराबर है।
- वर्ग 2 पैमाने पर 1 से शुरू होता है और 2 पर समाप्त होता है। इसलिए, इन 2 वर्गों की लम्बाई पैमाने पर 0 और 2 के बीच के अन्तर के बराबर है।
- इसी प्रकार, 1-5 वर्गों की लम्बाई पैमाने पर 0 और 5 के बीच के अन्तर के बराबर है।
- और सभी 10 वर्गों की लम्बाई पैमाने पर 0 और 10 के बीच के अन्तर के बराबर है।
- इसलिए, हमें पैमाने पर 0 से शुरू करना होगा।

इस बात पर चर्चा करना भी महत्त्वपूर्ण था कि यदि हम किसी वस्तु को पैमाने पर खिसकाते हैं तो उसकी लम्बाई क्यों नहीं बदलती है। उदाहरण के लिए, **चित्र-8** देखें।



चित्र-8

यह 10 वर्गों की वही पट्टी है। इसलिए, लम्बाई समान होनी चाहिए। लेकिन अब यह पैमाने पर 3 और 13 के बीच के अन्तर से मेल खाती है। ध्यान दें कि पैमाने पर 0 और 13 के बीच ऐसे 13 अन्तराल (0 से 1, 1 से 2... 12 से 13) हैं और 0 और 3 के बीच ऐसे 3 अन्तराल हैं। अब, 3 और 13 के बीच के 10 अन्तराल बिल्कुल पट्टी के साथ चलते हैं। इसलिए, हम 13 अन्तरालों में से पहले 3 अन्तरालों को छोड़ देते हैं (या उन्हें बाहर निकाल देते हैं)। इसलिए, हमें पट्टी की लम्बाई प्राप्त करने के लिए 13 में से 3 को घटाना होगा, अर्थात, पट्टी की लम्बाई 13 सेमी - 3 सेमी = 10 सेमी है।

निष्कर्ष

एक वयस्क के नाते, जो सालों से लम्बाइयों को मापने का आदी है, मेरे लिए यह अनुमान लगाना एक चुनौती थी कि विद्यार्थियों को इस कौशल के साथ क्या कठिनाइयाँ होती हैं। यही कारण था कि मैंने इस पाठ को पूरा करने के लिए कम समय का अनुमान लगाया था। लेकिन मुझे ख़ुशी है कि मैं इन ख़ास कठिनाइयों को पहचान पाया और विद्यार्थियों को व्यावहारिक व पेन और पेपर वाले, दोनों तरह के अभ्यास दिए, जिन्होंने कक्षा में सामने आई कठिनाइयों का समाधान किया। अकसर, ऐसी वर्कशीट खोजना मुश्किल होता है जो विद्यार्थियों के एक ख़ास समूह में देखी गई कठिनाइयों का समाधान करती हो। लेख के बाद आगे दी गई वर्कशीट क्षमा चक्रवर्ती द्वारा इसी उद्देश्य से डिज़ाइन की गई है। प्रश्नों के नीचे दिए गए नोट्स उनके पीछे की सोच को स्पष्ट करते हैं। ऐसे और प्रश्न बनाने के लिए उपयोगी सुझाव भी दिए गए हैं।

जीवेश पंचभाई अज़ीम प्रेमजी स्कूल, उत्तरकाशी में काम करते हैं। उन्होंने 2018 में एमएससी करने के बाद 2022 में एचएनबी गढ़वाल विश्वविद्यालय से बीएड किया है। उनका उद्देश्य अपनी कक्षा-3 के विद्यार्थियों के लिए आनन्ददायक संसाधन और गतिविधियाँ बनाना और उन्हें इबारती सवालों को हल करने की कला में महारत हासिल करने में मदद करना है। उनसे jivesh.panchbhai@azimpremjifoundation.org पर सम्पर्क किया जा सकता है।

अनुवाद : भरत त्रिपाठी **पुनरीक्षण :** प्रतिका गुप्ता **कॉपी-एडिटर :** अनुज उपाध्याय