और मैं हूँ एक *Mat(h)erial* Girl![1]

स्वाती सरकार

गणित की शिक्षण अधिगम सामग्री (Teaching Learning Materials–TLM) के लिए मज़ेदार शब्द *'Mat(h)erials'* गढ़ा गया है। अब ऐसे पाठक भी होंगे जो शायद इस लेख में बताए गए सभी या कुछ *mat(h)erials* से परिचित न हों, तो इन *mat(h)erials* के बारे में तालिका-1 से 4 में तस्वीरों के ज़रिए बताया गया है।

मैं लगभग दो दशकों से, स्कूल के स्तर के गणित शिक्षण से जुड़े कई व्यक्तियों (शिक्षकों एवं शिक्षक-प्रशिक्षकों) और संगठनों के साथ काम कर रही हूँ। मेरा तजुर्बा बताता है कि हम उस दौर से आगे निकल चुके हैं जब यह बहस हुआ करती थी कि वह गणित जो अपने आप में अमूर्त है उसे पढ़ाने के लिए *mat(h)erials* की ज़रूरत क्यों है। मैंने पाया है कि प्राथमिक स्तर (यानी कक्षा-5 तक) के लिए इनकी ज़रूरत पर आम सहमति बन रही है, लेकिन माध्यमिक स्कूल के स्तर (यानी कक्षा-6 से 8 के लिए) के लिए इनके इस्तेमाल को लेकर अभी भी अलग-अलग राय है।

दिलचस्प बात यह है कि एनसीईआरटी की नई पाठ्यपुस्तकों के अध्यायों में ही कई *mat(h)erials* को शामिल किया गया है और कक्षा-3 से 8 की हर पाठ्यपुस्तक के आख़िर में उदाहरणों सहित सैम्पल शीट भी दी गई हैं। 'फ़ाउण्डेशन स्टेज के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा' (एनसीएफ़-एफ़एस, 2022) और 'शालेय शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा' (एनसीएफ़-एसई, 2023) दोनों ही *mat(h)erials* के इस्तेमाल पर ज़ोर देती हैं। असल में, एनसीएफ़-एसई में ख़ासतौर पर बीजगणित की टाइलों का ज़िक्र है (ऐसी टाइलों का सेट जिनको आमतौर पर इस्तेमाल होने वाले बीजगणितीय पदों को बताने के लिए काम में लिया जाता है)। ध्यान दें कि मिडिल स्टेज तक बीजगणित की टाइलों की ज़रूरत नहीं होती है!

यह देखना उत्साहवर्धक है कि एनसीईआरटी की नई पाठ्यपुस्तकों में इन सुझावों को गम्भीरता से लिया गया है और कई स्पष्ट बदलाव किए गए हैं। इन बदलावों के बारे में यहाँ चर्चा की जा रही है। संख्याओं और संक्रियाओं, भिन्नों और पूर्णांकों वाले अध्यायों में कई तरह के *mat(h)erials* का भरपूर इस्तेमाल किया गया है। इन *mat(h)erials* का इस्तेमाल हर तरह की संख्या से परिचय कराने के लिए ही नहीं बल्कि संक्रियाओं के लिए भी किया गया है। ज्यामिति, स्थानिक समझ, मापन और क्षेत्रमिति वाले अध्यायों में उनके लिए अनुकूल *mat(h)erials* का इस्तेमाल किया गया है और उनके इस्तेमाल के तरीक़े भी सुझाए गए हैं।

Mat(h)erials : ये कैसे दिखते हैं?

इस लेख में बताए गए *mat(h)erials* की सूची यहाँ दी गई है। लेख के अन्त में, 'सन्दर्भ' के तहत लिंक दी गई हैं, जिनमें इनको बनाना समझाया गया है। इनमें से जिन *mat(h)erials* की समीक्षा *'एट राइट एंगल्स'* के पिछले अंकों में छपी है, उनकी लिंक भी दी गई हैं।

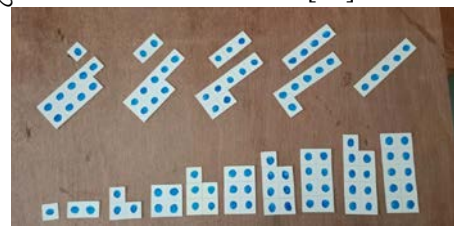
1. Maths व material को मिलाकर बनाया गया शब्द mat(h)erial है। और मैडोना के 'मटीरियल गर्ल' गाने के साथ शीर्षक की तर्ज़ मिलाई गई है।

की-वर्ड : *टीएलएम, मैथलैब, ठोस, जाँच-पड़ताल, सटीक, अनुकूलन, आकलन, कम-लागत, मुक्त खेल, मैनिपुलेटिव्स*

पूर्ण संख्याओं और दशमलव के लिए :

काउंटर्स : कोई भी चीज़ जिसे गिना जा सके, जैसे बटन, बीज, कंकड़ आदि। – समीक्षा [11]

टैन-फ़्रेम्स : संख्याओं को दिखाने के लिए दो-गुणा-पाँच वाला फ़्रेम। – समीक्षा [12]

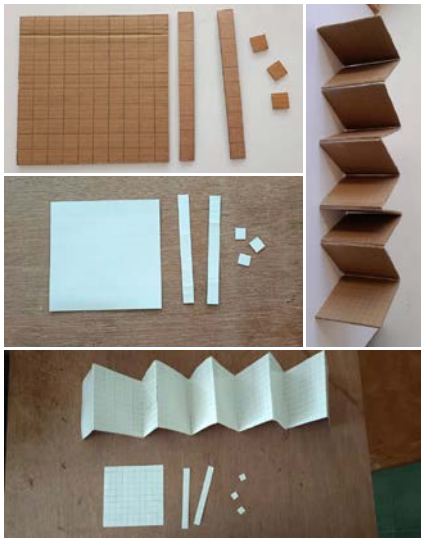


गणितमाला : पूर्ण संख्याओं और संक्रियाओं के लिए दो रंगों वाली सौ मनकों की माला। – समीक्षा [13]

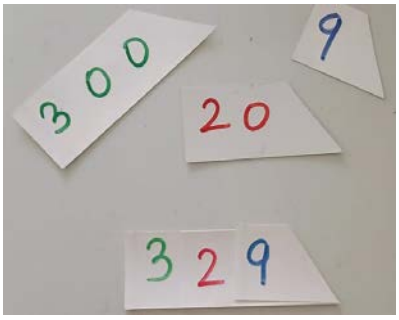
तीली-बण्डल : ऐसी चीज़ जिसका बण्डल बनाया जा सके, जैसे टहनियाँ, झाड़ू की सींकें, आइसक्रीम की डंडी, सूखे स्कैच-पैन। [14]

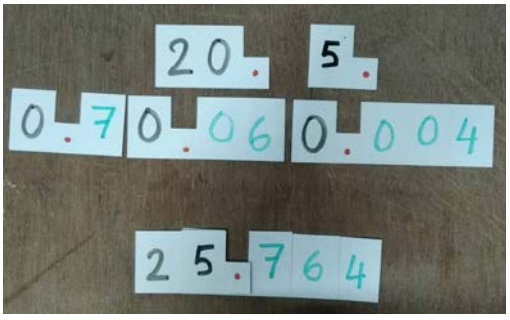
फ़्लैट्स-लॉन्ग्स-यूनिट्स : 2डी बेस-10 ब्लॉक [द्वि-विमीय 10-आधार वाले पट्टे/गुटके], जिनमें एक इकाई या छोटा वर्ग होता है; एक लॉन्ग (दस) जो इकाई से 10 गुना लम्बा आयत होता है; और एक फ़्लैट (सौ) जो एक बड़ा वर्ग होता है जो छोटे वर्ग से 100 गुना बड़ा या लॉन्ग से 10 गुना चौड़ा होता है, हज़ार दिखाने के लिए दस बड़े वर्गों को जोड़ा जाता है। – समीक्षा [15]

- फ़ाउण्डेशनल स्टेज के छोटे बच्चों के लिए बड़ा एफ़एलयू। यूनिट 2 सेमी × 2 सेमी की होती है।
- प्रिपरेटरी एवं मिडिल स्टेज के बड़े बच्चों के लिए छोटा एफ़एलयू। ग्रिड-साइज़ ≈ 1 सेमी। [15]
- दशमलव एफ़एलयू । बड़ा वर्ग (10 सेमी × 10 सेमी) 1 होता है, आयत (10 सेमी × 1 सेमी) 0.1 होता है, छोटा वर्ग (1 सेमी × 1 सेमी) 0.01 होता है। [16]



एरो कार्ड : इन्हें दशमलव के लिए भी बढ़ाया जा सकता है। – समीक्षा [17]





तालिका–1

भिन्न के लिए : [18]

भिन्न वाले वृत्त और त्रिज्यखण्ड : पूरा हिस्सा एक वृत्त होता है, जिसे बराबर त्रिज्यखण्डों में बाँटा जाता है। इसमें 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/8, 1/9, 1/10, 1/12, 1/15 जैसी इकाई भिन्न शामिल होती हैं।

भिन्न पट्टियाँ : पूरा हिस्सा 21 सेमी की पट्टी है, जिसमें 1/7 और 1/14 जैसी इकाई भिन्न होती हैं।

भिन्न वाले वर्ग : पूरा हिस्सा A4 शीट से बना 21 सेमी लम्बा वर्ग होता है। [19]

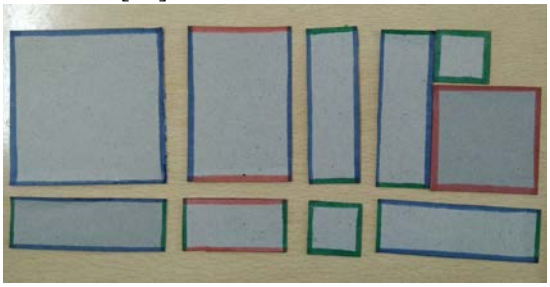
तालिका–2

बीजगणित के लिए :

बीजगणित की टाइलें : एफ़एलयू का सामान्य रूप; बड़ा वर्ग x^2 होता है, जबकि आयत x होता है, छोटा वर्ग 1 होता है, और इसे xy, y और y^2 तक बढ़ाया जा सकता है। – समीक्षा [20]

बीजगणितीय सर्वसमिकाएँ : बीजगणितीय सर्वसमिकाओं को समझाने वाले मॉडल

द्विघात : $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$ जैसी सर्वसमिकाएँ – वर्ग और आयत [21]

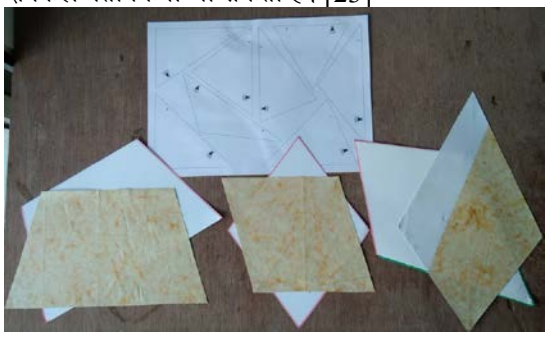


त्रिघात : $(a \pm b)^3$, $a3 \pm b^3$ जैसी सर्वसमिकाएँ – घनाभ [22]

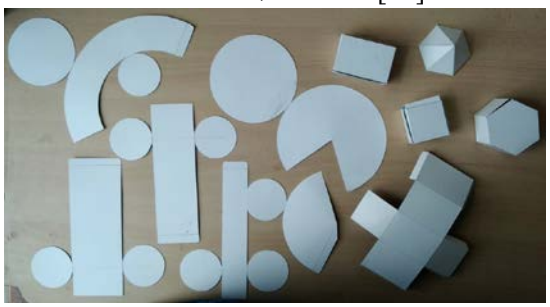
तालिका–3

ज्यामिति और क्षेत्रमिति के लिए :

त्रिभुज और चतुर्भुज के कट-आउट : किसी बहुभुज को कई टुकड़ों में काटकर और उन्हें नई तरह से जोड़कर उसका क्षेत्रफल पता किया जा सकता है। [23]



ठोस आकारों के जाल (Nets of Solids) : जिनसे घनाभ, प्रिज़्म, पिरामिड, बेलन, शंकु आदि के पृष्ठीय क्षेत्रफल और अन्य विशिष्टताओं को समझा जा सके। [24]



स्ट्रॉ मॉडल : कोण और बहुभुज के लिए, एक से ज़्यादा स्ट्रॉ को स्टेपल करके बनाए गए मॉडल। [25]

एक-दूसरे को काटते हुए वृत्तों की मदद से कोण : अलग-अलग रंगों के दो या तीन वृत्त, जिनके ज़रिए कोण को 'घुमाव' और 'अन्तर' के रूप में समझा जा सके, और कोण के माप का अन्दाज़ा हो सके। [26]

तालिका–4

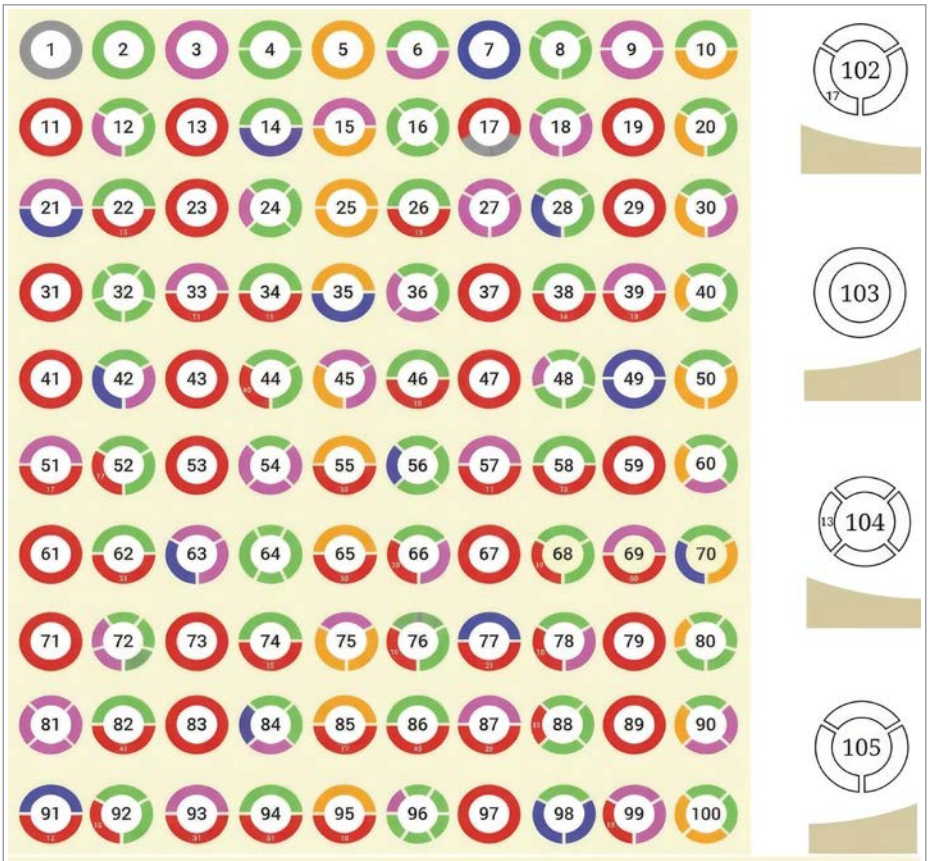
एनसीईआरटी की गणित की पाठ्यपुस्तकों में शामिल विभिन्न *mat(h)erials* और अधिगम शीट के बारे में तालिका-5 में बताया गया है।

कक्षा-3	(i) आयताकार और सममितीय डॉट शीट (ii) संख्या के नाम और अंक वाले कार्ड (iii) विभिन्न ठोस आकारों के जाल (iv) 2डी बेस-10 ब्लॉक (v) भिन्न के हिस्से और पट्टियाँ (vi) टैनग्राम ।
कक्षा-4	(i) 2डी आकृतियाँ (ii) डीन्स ब्लॉक (iii) कुछ और जाल (iv) एरो कार्ड (v) भिन्न के त्रिज्यखण्ड (vi) सेंटीमीटर स्केल (vii) संख्या के टोकन (1, 10, 100, 1000)।
कक्षा-5	(i) 2 तरह की वर्गाकार ग्रिड और सममितीय डॉट शीट (ii) भिन्न के त्रिज्यखण्ड (iii) टैनग्राम (iv) नियमित बहुभुज और अन्य (v) संख्या के टोकन (vi) 2 प्लेटोनिक ठोस आकारों के जाल।
कक्षा-6	(i) पूर्णांक वाला साँप-सीढ़ी का खेल (ii) आयताकार डॉट शीट और वर्गाकार ग्रिड (iii) टैनग्राम (iv) भिन्नों की दीवार (v) विकर्ण से कटी हुई वर्गाकार टाइलें।
कक्षा-7	(i) टैनग्राम (ii) वर्गाकार डॉट शीट आदि।
कक्षा-8	(i) बिनाइरो (Binairo) खेल (ii) वर्गाकार डॉट शीट (iii) सममितीय ग्रिड।

तालिका–5

हो सकता है कि सीखने में मददगार इन 'मैनिपुलेटिव्स' में से कुछ आपके लिए नए हों, लेकिन तालिका-5 से पता चलता है कि *mat(h)erials* को अब कक्षा-8 तक गणित के शिक्षणशास्त्र का अनिवार्य हिस्सा माना जाता है!

एक मज़ेदार बात और है! कक्षा-7 की पाठ्यपुस्तक में पृष्ठ संख्याओं को ख़ास ढंग से दर्शाया गया है, जो 'मैथिगॉन पॉलीपैड' (Mathigon Polypad) में वर्चुअल मैनिपुलेटिव्स के रूप में उपलब्ध है (इस पर आगे बात करेंगे)! पाठ्यपुस्तक 'गणित प्रकाश' भाग-2 के अध्याय-3 'साझा आधार खोजें' के आख़िर में इन संख्याओं को संकलित करके एक पहेली के रूप में दिया गया है। और विद्यार्थियों से इन पृष्ठ संख्याओं के ख़ास ढंग को ख़ुद कोशिश करके समझने के लिए कहा गया है (**चित्र-1**)। इस तरह, इन पाठ्यपुस्तकों का मक़सद विद्यार्थियों को सीधे सब बताने के बजाय उन्हें ख़ुद खोजने का मौक़ा देना है। पाठ्यपुस्तकें इस तरह रची गई हैं कि विद्यार्थी अपने आस-पास मौजूद गणित को देखें-समझें – यहाँ तक कि अपनी पाठ्यपुस्तकों की पृष्ठ संख्याओं को भी!



हर संख्या के लिए रंगों की व्यवस्था को समझने की कोशिश करें।
यहाँ कई दिलचस्प पैटर्न हैं।
अपने अवलोकनों को सहपाठियों के साथ साझा करें।
रंगों की इसी व्यवस्था को आगे बढ़ाते हुए, पृष्ठ संख्या 101 से 110 तक में रंग भरें।

चित्र-1

Mat(h)erials को आधिकारिक मान्यता मिल गई है! अब हमें इस बात पर चर्चा करनी है कि इन्हें किस तरह समझदारी से और सार्थक रूप में हासिल किया जाए और इस्तेमाल में लाया जाए।

यह लेख ग्यारह स्कूलों को इन *mat(h)erials* से लैस करने के अनुभवों पर आधारित है। इनमें से आठ अज़ीम प्रेमजी स्कूल (एपीएस) हैं ('सन्दर्भ' देखें)। बाक़ी तीन में से एक बिहार के पोखरामा में स्वयंसेवी संस्था का स्कूल है जो गाँव के बच्चों के लिए है। दूसरा उत्तरी बेंगलूरु में वैकल्पिक स्कूल है जो समाज के सभी वर्गों के बच्चों के लिए है, और तीसरा पूर्वी बेंगलूरु का उच्च-वर्गीय महँगा स्कूल है।

इनमें से ज़्यादातर स्कूलों में गणित की प्रयोगशाला, 'मैथ लैब' (math lab), के लिए कोई अलग कमरा नहीं है। लेकिन हर कक्षा के शिक्षकों ने उपयुक्त *mat(h)erials* की ज़िम्मेदारी ली और वे नियमित रूप से उनका इस्तेमाल कर रहे हैं। वे ज़रूरत पड़ने पर इन्हें कक्षा में लाते हैं। कुछ शिक्षक इन्हें कक्षा की अलमारी में ही रखते हैं। विद्यार्थी, ख़ासकर कक्षा 1-2 के बच्चे, कक्षा ख़त्म होने पर *mat(h)erials* को ठीक से समेटने और रखने में पुरजोश भागीदारी निभाते हैं।

Mat(h)erials : ये किसे मिलते हैं?

आमतौर पर, अगर स्कूल में कोई *mat(h)erial* होता है, तो शिक्षक ही उसे लाते हैं और पूरी कक्षा को उसका इस्तेमाल करके दिखाने में उनका ही पूरा नियंत्रण रहता है। इससे कुछ बेहतर स्थिति वह होती है जिसमें शिक्षक कुछ विद्यार्थियों को कक्षा में आगे बुलाकर *mat(h)erials* का इस्तेमाल करने और दिखाने की अनुमति देते हैं। अब, ज़रा सोचिए कि कक्षा-3 के उस विद्यार्थी के मन में क्या चलता होगा जिसे *mat(h)erials* को आज़माने और करके दिखाने का मौक़ा कभी मिला ही नहीं? क्या वह बच्चा सीखने पर ध्यान देगा या नज़रअन्दाज़ किए जाने के एहसास से भरा होगा? और ऐसा जान-बूझकर नहीं बल्कि व्यावहारिक मजबूरियों की वजह से हो रहा होगा। कैसा रहे कि अगर हम हर चार विद्यार्थियों के लिए *mat(h)erials* का एक सेट दें? तब कक्षा में सबके पास *mat(h)erials* होंगे और वे सब ख़ुद इनसे जुड़ सकेंगे। लेकिन क्या ऐसा करना बहुत महँगा नहीं होगा? ग्यारह में से एक स्कूल को छोड़कर, बाक़ी सभी में *mat(h)erials* वहीं स्कूल में ही बनाए गए। आठ स्कूलों में दो साल तक, हर साल एक हफ़्ते तक सघन काम किया गया, साथ ही दूरस्थ संसाधन साझा किए गए और ऑनलाइन निगरानी की गई।

Mat(h)erials : इन्हें कौन बनाता है?

ज़्यादातर चीज़ें शिक्षक, मिडिल और हाई स्कूल के विद्यार्थियों की मदद से, स्कूल में ही बना सकते हैं। जब कक्षा-6 से 8 के विद्यार्थी *mat(h)erials* को बनाने में शामिल होते हैं, तो उन्हें गणित के लिए ज़रूरी सटीकता का अनुभव होता है, साथ ही काम में आने वाली सामग्री और मेहनत के उचित इस्तेमाल का भी एहसास होता है। इस दौरान कई बातें अवधारणात्मक रूप से समझ में आ जाती हैं। इससे माप का आकलन करने के साथ-साथ ऐसे अलग-अलग कौशलों और रवैयों को भी आँका जा सकता है जो विद्यार्थियों में विकसित होने चाहिए। मसलन, बताई गई लम्बाई की रेखा खींचना, बताई गई रेखाओं के समान्तर या लम्बवत रेखाएँ खींचना, बताया गया कोण बनाना। *mat(h)erials* को बनाने के कुछ नियम हैं, और उनके पीछे कुछ कारण भी हैं। मैंने देखा है कि जब विद्यार्थियों को पता चलता है कि इन *mat(h)erials* का इस्तेमाल उनके जूनियर विद्यार्थी (फ़ाउण्डेशनल और प्रिपरेटरी – कक्षा-1 से 5) या उनके साथी विद्यार्थी भी करेंगे, तो वे ज़्यादा प्रेरित और ज़िम्मेदार महसूस करते हैं! कला शिक्षक इसमें बहुत मदद कर सकते हैं। (और बदले में उन्हें कुछ ऐसी चीज़ें भी मिल सकती हैं जिनका इस्तेमाल वे बाद में कला की कक्षाओं में कर सकते हैं!)

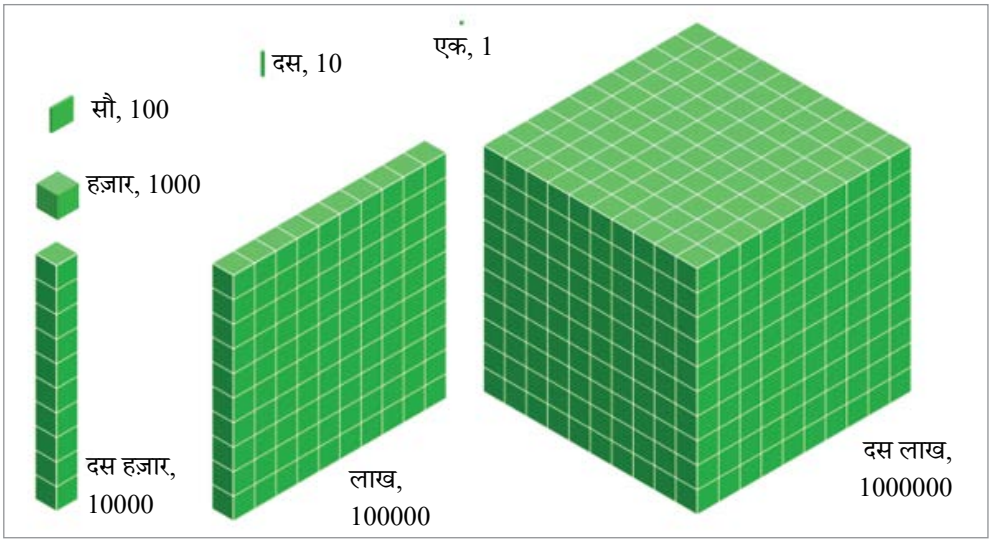
आमतौर पर, हम हर *mat(h)erial* के लिए उनके उपयुक्त डिब्बे बनाते हैं ताकि उनका इस्तेमाल करना और फिर वापस रखना आसान हो। ये चीज़ें स्थानीय स्तर पर मिलने वाली सामग्री से बनाई जाती हैं और सस्ती होती हैं।

कुछ मैनिपुलेटिव्स को बनाने के लिए कुछ कौशल और बारीकियों पर ध्यान देने की ज़रूरत है, लेकिन इन्हें बनाने में ऐसा कुछ नहीं है जिसे कक्षा-8 या 9 के विद्यार्थी न कर पाएँ। अगर आप चाहें तो हर चीज़ या उसे सहेजने के पैकेट को बनाने के बारे में चरणबद्ध मार्गदर्शन प्रदान किया जा सकता है [10]।

Mat(h)erials : मैथ लैब या कॉर्नर या अलमारी?

ज़्यादातर *mat(h)erials* बड़े नहीं होते और उन्हें आसानी से लाया-ले जाया जा सकता है। यह तब और आसान हो जाता है जब उन्हें अलग-अलग करके ऐसे पैकेटों में रखा जाए जो इस्तेमाल में सुविधाजनक हों। विज्ञान/ईवीएस या शारीरिक शिक्षा की कक्षा के लिए प्रयोगशाला या खुली जगह की ज़रूरत होती है, जबकि इन टीएलएम पर काम करने के लिए कक्षा-1 से 5 के विद्यार्थियों को किसी अलग कमरे में ले जाने की कोई ज़रूरत नहीं है। असल में तो एक से दूसरी कक्षा में जाने-आने में बेवजह क़ीमती समय बर्बाद होता है और इसका ख़ास फ़ायदा भी नहीं मिलता है। इसलिए, मेरी राय में फ़ाउण्डेशनल और प्रिपरेटरी स्टेज पर मैथ लैब की ज़रूरत नहीं है।

हालाँकि, कुछ मॉडल ऐसे हो सकते हैं जिनकी ज़रूरत कभी-कभी ही पड़ती है और वे काफ़ी बड़े या नाज़ुक हो सकते हैं। माध्यमिक या उच्च स्तरों की कक्षाओं में प्रदर्शन के लिए उन्हें लाना-ले जाना मुश्किल हो सकता है। उदाहरण के लिए, मुझे व्यक्तिगत रूप से लगता है कि यह अच्छा होगा कि दस लाख (या एक मिलियन) को दिखाने के लिए 100 सेमी लम्बी भुजाओं वाला एक बड़ा घन रखा जाए, जिसके साथ तुलना में हज़ार के लिए 10 सेमी भुजाओं वाला छोटा घन और एक या इकाई के लिए 1 सेमी भुजाओं वाला नन्हा-सा घन इस्तेमाल किया जाए। इसे घनाभों के सेट तक बढ़ाकर, दस की घातों : एक, दस, सौ... दस लाख को भी देखा जा सकता है। **चित्र–2** यह अन्दाज़ा देता है कि एक लाख कितना बड़ा होता है, और कक्षा-6 की शुरुआत में यह तरीक़ा कितना उपयोगी हो सकता है। लेकिन इन्हें कक्षा में लाना आसान नहीं होगा। ऐसे मामलों में, एक अलग कमरा होना मददगार हो सकता है, जहाँ विद्यार्थी जब-तब आ सकें।



चित्र-2

अगर ऐसा कमरा हो, तो इसका इस्तेमाल न सिर्फ़ *mat(h)erials* को रखने और प्रदर्शित करने के लिए किया जा सकता है, बल्कि ज़रूरत पड़ने पर यहाँ उनकी मरम्मत भी की जा सकती है या नए *mat(h)erials* बनाए जा सकते हैं। यह मानकर चलना चाहिए (यूँ कहें कि ऐसी ही उम्मीद करनी चाहिए!) कि जब किसी चीज़ का नियमित रूप से इस्तेमाल होगा तो उसमें थोड़ी-बहुत टूट-फूट भी होगी। जब विद्यार्थी ऐसी चीज़ों को नियमित रूप से परखते हैं और उनके साथ खेलते हैं तो ऐसा होना सकारात्मक संकेत देता है! जब शिक्षक ख़ुद अपने *mat(h)erials* बनाते हैं, तो उन्हें पता होता है कि उसकी प्रतिकृति कैसे बनानी है या मरम्मत कैसे करनी है। हालाँकि, यही मरम्मत या प्रतिकृति कला कक्ष, शिक्षकों के कक्ष या किसी अन्य उपयुक्त जगह पर भी की जा सकती है।

Mat(h)erials : ये किस चीज़ से बने होते हैं?

ज़्यादातर चीज़ें (i) मोटे चार्ट-पेपर (ii) नालीदार गत्ते (iii) गत्ते की मोटाई वाले डिब्बों, जैसे कि कॉर्नफ़्लेक्स या डिटर्जेण्ट के डिब्बों से बनी होती हैं। कुछ खास *mat(h)erials* के लिए मोतियों, रस्सी, फ़्लैक्स (लैमिनेट किए हुए बैनर या साइनेज मटीरियल), प्लास्टिक की स्ट्रॉ जैसी कुछ अन्य चीज़ों का भी इस्तेमाल किया जाता है।

अलग-अलग सेट अलग-अलग पैकेट में रखे जाते हैं। साधारणतः, ये पैकेट इस्तेमाल की गई A4-शीट या अख़बारों, तरह-तरह के प्लास्टिक के पैकेट और अन्य पैकेजिंग मटीरियल से बने होते हैं, जो आमतौर पर स्कूल में मिल जाते हैं या विद्यार्थी अपने घर से ले आते हैं – यह रीसाइक्लिंग की और उसकी मिसाल पेश करने की व्यावहारिक रणनीति है।

Mat(h)erials : हम योजना कैसे बनाएँ और व्यवस्था करें?

ये हर स्टेज के लिए ज़रूरी *mat(h)erials* हैं।

(कलर कोड : नीला = अलग-अलग सेट, गुलाबी = पूरी कक्षा के लिए एक सेट, या कई सेट)

Mat(h)erials	फ़ाउण्डेशनल स्टेज (प्री-प्राइमरी, कक्षा 1-2)	प्रिपरेटरी स्टेज (कक्षा 3-5)	मिडिल स्टेज (कक्षा 6-8)
संख्याएँ और स्थानीय मान	1. काउंटर्स – गोल और चौकोर 2. टैन-फ़्रेम 3. गणितमाला 4. एरो कार्ड 5. तीली-बण्डल 6. फ़्लैट्स-लॉन्स-यूनिट्स (एफ़एलयू) – बड़े	1, 2, 4 और 7. फ्लैट्स-लॉन्स-यूनिट्स (एफ़एलयू) हज़ार तक – छोटे	8. एरो कार्ड (करोड़ तक) 9. एफ़एलयू – छोटे
भिन्न और संक्रियाएँ	लागू नहीं	10. भिन्न के त्रिज्यखण्ड 11. भिन्न पट्टी 12. भिन्न वर्ग	
दशमलव और संक्रियाएँ	लागू नहीं	13. दशमलव एफ़एलयू 14. दशमलव एरो कार्ड 15. सेंटीमीटर ग्राफ़ पेपर	
माप और क्षेत्रमिति	16. टूथपिक/माचिस की तीलियाँ/ पेपर क्लिप 17. तराज़ू	18. टूथपिक/माचिस की तीलियों/पेपर क्लिप के आकार के वर्ग 19. मापने वाले टेप 20. बाट के साथ तराज़ू 21. बोतलें/जार जिन पर मापन के अंश अंकित हों	22. परिमाप के लिए स्ट्रॉ मॉडल 23. क्षेत्रफल के लिए कट-आउट मॉडल 24. पृष्ठीय क्षेत्रफल के लिए ठोस आकारों के जाल
पैटर्न और बीजगणित	25. कम-से-कम दो रंगों के काउंटर्स 26. टूथपिक/माचिस की तीलियाँ (आदर्श रूप से दो रंगों में)		27. बीजगणित की टाइलें 28. बीजीय सर्वसमिकाएँ– द्विघात और त्रिघात
ज्यामिति और स्थानिक समझ	29. 2डी आकृतियों के कट-आउट 30. 3डी ठोस आकार 31. जियोबोर्ड	23. क्षेत्रफल के लिए कट-आउट मॉडल; 24. पृष्ठीय क्षेत्रफल के लिए ठोस आकारों के जाल; 25. कम-से-कम दो रंगों में काउंटर्स ; और 32. टैनग्राम 33. बहु-वर्ग वाली आकृतियाँ [polyominoes]	34. ठोस आकारों के जाल 35. स्ट्रॉ मॉडल 36. एक-दूसरे को काटते [प्रतिच्छेदी] वृत्तों के साथ कोण
कौन बना सकता है	शिक्षक, उच्च कक्षाओं (कक्षा 8-9) के विद्यार्थी	मुख्य रूप से शिक्षक और वरिष्ठ विद्यार्थी; प्रिपरेटरी स्टेज वाले विद्यार्थी कुछ चीज़ों को काटने में मदद कर सकते हैं	मुख्य रूप से ख़ुद विद्यार्थियों के द्वारा; समूह परियोजनाओं के रूप में किया जा सकता है

Mat(h)erials : क्या इनके डिजिटल रूप होते हैं?

यह लेख तब तक अधूरा रहेगा जब तक हम वर्चुअल या डिजिटल मैनिपुलेटिव्स के बारे में बात नहीं करेंगे। ख़ासकर महामारी के दौर के बाद ऐसा करना ज़रूरी है। ऐसे मैनिपुलेटिव्स कई वैबसाइटों पर उपलब्ध हैं। भौतिक मैनिपुलेटिव्स के मुक़ाबले इनके कुछ फ़ायदे हैं, क्योंकि ऑफ़लाइन के बजाय यहाँ ज़्यादा तेज़ी से चीज़ों के साथ काम किया जा सकता है। मेरी पसन्दीदा वैबसाइट 'मैथिगॉन पॉलीपैड' (Mathigon Polypad) है : यह गणित के खेलों की बेहतरीन जगह है। यहाँ पैटर्न को खोजकर और उनका अवलोकन करके सीखने के कई मौक़े हैं। लेकिन विद्यार्थियों को कुछ मार्गदर्शन की ज़रूरत हो सकती है, ख़ासकर तब जब कि वे अपने अवलोकनों को दर्ज करते हैं और फिर उसके आधार पर नतीजे निकालते हैं। 'मैथ लर्निंग सेंटर' (Math Learning Centre), 'टॉय थिएटर' (Toy Theatre) और कुछ अन्य वैबसाइटों पर भी डिजिटल मैनिपुलेटिव्स का अच्छा संग्रह है। हम बाद के अंकों में उनकी समीक्षा कर सकते हैं।

कुछ स्कूलों में कम्प्यूटर लैब्स हैं। ऐसे स्कूलों के लिए, भौतिक मैनिपुलेटिव्स के बजाय ऑनलाइन मैनिपुलेटिव्स का इस्तेमाल करना सही है। मेरी व्यक्तिगत राय है कि ऐसा सिर्फ़ मिडिल स्टेज से किया जाना चाहिए। फ़ाउण्डेशनल स्टेज (प्री-प्राइमरी और कक्षा-1 व 2) के बच्चों को सिर्फ़ भौतिक मैनिपुलेटिव्स का इस्तेमाल करना चाहिए। प्रिपरेटरी स्टेज (कक्षा-3 से 5) में, उन्हें ज़्यादातर भौतिक मैनिपुलेटिव्स का इस्तेमाल करना चाहिए – हालाँकि विद्यार्थियों को लगभग कक्षा-4 या 5 से ऑनलाइन मैनिपुलेटिव्स भी सिखाए जा सकते हैं। मुख्य रूप से, स्क्रीन की लत से बचने के लिए ऐसा करने का मशविरा दिया गया है। यह सही है कि विद्यार्थियों को ऐसे उन्नत संसाधनों के साथ काम करने से फ़ायदा होता है, लेकिन बड़ों को यह तय करना होगा कि ऐसे संसाधनों का इस्तेमाल कब, कितने वक़्त के लिए और कैसे किया जाना चाहिए। बड़ों की देख-रेख में इन संसाधनों का इस्तेमाल करना बेहतर होता है क्योंकि विद्यार्थी इनका इस्तेमाल करते हुए इनमें ज़रूरत से ज़्यादा तल्लीन हो सकते हैं।

Mat(h)erials : आप क्या कर सकते हैं?

इस लेख का मक़सद पढ़ने वालों को यह बताना है कि कक्षा में और स्कूल में क्या मौजूद है और क्या सम्भावनाएँ हैं। हम एक शृंखला प्रकाशित करने की कोशिश करेंगे, जिसमें आप जान पाएँ कि अपने स्कूल में *mat(h)erials* कैसे बना सकते हैं, और इनमें से कुछ आप बच्चों के साथ मिलकर बना पाएँ। हम आपके साथ 'कैसे बनाएँ', (ख़ासकर कई सेट), और 'कैसे इस्तेमाल करें' साझा करेंगे। इस बीच, *mat(h)erials* के साथ अपने शिक्षण को बेहतर बनाने की चाह रखने वाले शिक्षकों को विचार करने के लिए यहाँ कुछ सवाल दिए गए हैं :

1. आप *mat(h)erials* क्यों बनाना चाहते हैं?
2. आपकी व्यक्तिगत राय में, क्या इन्हें मैथ लैब में रखने की ज़रूरत है? क्यों?
3. आप जो *mat(h)erials* बनाना चाह रहे हैं, उनमें से आपको हर *mat(h)erial* के कितने सेट की ज़रूरत होगी? (इसे समझने के लिए आप यह सोचें कि हर कक्षा में विद्यार्थियों की कितनी संख्या है और क्या एक ही सेट को अलग-अलग कक्षाओं में साझा किया जा सकता है?)
4. ये *mat(h)erials* बनाने में आपकी मदद कौन करेगा?

   [अपने साथी शिक्षकों, जिनमें कला शिक्षक भी हैं, तथा मिडिल से हाई स्कूल (कक्षा-6 से 10) के हस्त-कौशल में अच्छे विद्यार्थियों के बारे में सोचें।]
5. ये *mat(h)erials* हासिल करने के बाद आपकी कक्षा भौतिक रूप से कैसे बदल जाएगी? (मेज़-कुर्सी, बैंच की व्यवस्था पर विचार करें।)
6. क्या आपकी शिक्षण-पद्धति और आकलन बदलेगा? कैसे?

References:

1. Why mat(h)erials? http://publications.azimpremjiuniversity.edu.in/1852/1/18_Why%20TLM%20%E2%80%93%20Its%20Aims%20and%20Uses.pdf
2. Mat(h)erials: https://sites.google.com/apu.edu.in/mathspace/matherials
3. NCERT textbooks: https://ncert.nic.in/textbook.php
4. NCF-FS: https://ncert.nic.in/flipbook/NCF/National_Curriculum_Framework_for_Foundational_Stage_2022/mobile/index.html
5. NCF-SE: https://www.ncert.nic.in/pdf/NCFSE-2023-August_2023.pdf
6. Mathigon polypad: https://polypad.amplify.com/p
7. Math Learning Center: https://www.mathlearningcenter.org/apps
8. Toy Theater: https://toytheater.com/
9. Azim Premji Schools: https://azimpremjifoundation.org/what-we-do/education/azim-premji-schools/
10. Contact Math Space at mathspace@apu.edu.in
11. Counters: https://shorturl.at/70xz9 Review https://shorturl.at/7EI9l
12. Ten-Frame: https://shorturl.at/mviMk Review https://shorturl.at/Aiz2r
13. Ganitmala: https://shorturl.at/LHDyW Review https://tinyurl.com/38rcjbcf
14. Bundles-Sticks https://shorturl.at/HISoe
15. Flats-Longs-Units https://shorturl.at/2GFli Review https://tinyurl.com/2wehbacv
16. Decimal Flats-Longs-Units https://shorturl.at/unslv
17. Arrow Cards https://shorturl.at/QSXxn Review: https://shorturl.at/okMQS
18. Fraction kit: https://tinyurl.com/hffpn6bh
19. Fraction Squares: https://tinyurl.com/4wt7kmeh
20. Algebra Tiles: https://shorturl.at/3wirZ Review https://shorturl.at/lj6DH
21. Algebra Identities: Quadratic https://shorturl.at/8is1e
22. Algebra Identities: Cubic https://shorturl.at/8dvJc
23. Cutouts: https://tinyurl.com/2bb65cvt
24. Nets of Solids https://shorturl.at/V9ac4
25. Straw Models: https://tinyurl.com/h9t7hc7a
26. Angles with Intersecting Circles: https://shorturl.at/3fbU4

स्वाती सरकार अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी में सलाहकार के रूप में सेवाएँ प्रदान करती हैं। गणित उनके जीवन का दूसरा प्यार है (उनका पहला प्यार चित्रकला है)। उन्होंने भारतीय सांख्यिकी संस्थान से सांख्यिकी में स्नातक और स्नातकोत्तर उपाधि तथा वाशिंगटन विश्वविद्यालय, सीएटल से गणित में एमएस की उपाधि हासिल की हैं। वे 15 से अधिक वर्षों से विद्यार्थियों और शिक्षकों के साथ गणित पर काम कर रही हैं, और उनकी हर प्रकार की हैंडस-ऑन गतिविधियों में गहरी रुचि है – ख़ासकर ओरिगामी में। उन्होंने अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी के बेंगलूरु परिसर में गणित की प्रयोगशाला 'मैथ स्पेस' की शुरुआत की है। यह प्रयोगशाला विद्यालयों, शिक्षकों, अभिभावकों, विद्यार्थियों, विद्यालयी शिक्षा में कार्यरत ग़ैर-सरकारी संगठनों और शिक्षक प्रशिक्षकों को सेवाएँ प्रदान करती है। उनसे swati.sircar@apu.edu.in पर सम्पर्क किया जा सकता है।

अनुवाद : हिमालय तहसीन **पुनरीक्षण :** प्रतिका गुप्ता