



Azim Premji  
University

A publication of Azim Premji University  
together with Community Mathematics Centre,  
Rishi Valley

# शिक्षण क्षेत्रफल तथा परिमाण

पद्मप्रिया शिराली

एक व्यवहारिक  
दृष्टिकोण

**At  
Right  
Angles**  
A Resource for School Mathematics

क्षेत्रफल और परिमाण मापन के वे रूप हैं जो आमतौर पर रोजमर्रा की कई गतिविधियों में इस्तेमाल होते हैं। विशेष तौर पर क्षेत्रफल बहुत ही सहज तरीके से हमारे रोजमर्रा के कार्यों में शामिल होता है। जैसे कि किसी बरतन को ढँकने के लिए किसी प्लेट का चयन करते समय, किसी मेज़ विशेष के लिए इस्तेमाल होने वाले मेज़पोश के रूप में, एक किताब पर कवर लगाने के लिए कागज़ की किसी शीट के रूप में आदि। विशिष्ट शब्दों को जाने बिना भी बच्चे आमतौर पर ऐसे निर्णय लेते हैं जिनमें क्षेत्रफल की समझ सहज रूप से निहित होती है। ऐसे में एक सवाल स्वाभाविक रूप से उठता है कि हम किसी भी जगह की सटीक माप क्यों और किन परिस्थितियों में लेना चाहते हैं? वास्तविक जीवन में इनके इस्तेमाल के माध्यम से इस बात को बार-बार बताने की ज़रूरत है।

क्षेत्रफल व परिमाण आमतौर पर साथ में ही पढ़ाए जाते हैं और इन्हें एक ही विषय माना जाता है। हालाँकि, परिमाण एक रेखीय माप है जबकि क्षेत्रफल एक द्विविमीय स्थान की माप है। आप ऐसे भी समझ सकते हैं कि परिमाण किसी आकृति के बाहर के चारों ओर की लम्बाई है जबकि क्षेत्रफल किसी आकृति के अन्दर के स्थान की मात्रा है।

चूँकि इन्हें साथ में पढ़ाया जाता है इसलिए आमतौर पर यह देखने में आता है कि बच्चे इन दोनों अवधारणाओं को आपस में मिला देते हैं। साथ ही इन मापों के निकालने के सूत्र भी अवधारणा को पूरी तरह समझने के काफ़ी पहले ही पढ़ा दिए जाते हैं। इन दो अवधारणाओं को अलग-अलग पढ़ाकर आप इस समस्या से बच सकते हैं। पहले चरण में क्षेत्रफल की खोजबीन की जा सकती है क्योंकि यह बच्चे के रोजमर्रा के अनुभवों में अक्सर शामिल होता है। उदाहरण के लिए, “चॉकलेट का बड़ा हिस्सा किसे मिला?”

यहाँ मैंने ऐसी कई गतिविधियाँ सुझाई हैं जो धीरे-धीरे उन्हें इस विषय को समझने में मार्गदर्शन करेंगी और इस अवधारणा की उनकी समझ को पुख्ता करेंगी। बहुत अच्छा होगा यदि बच्चे यह गतिविधियाँ चार-चार के समूह में करें ताकि उनके बीच पर्याप्त रूप से चर्चा हो सके।

**मुख्य शब्द :** आकृति, क्षेत्रफल, परिमाण, मापन, अनुभव, सूत्र, लम्बाई, चौड़ाई, इकाइयाँ, वर्ग इकाइयाँ, जियोबोर्ड

# क्षेत्रफल के लिए गतिविधियाँ

## गतिविधि एक

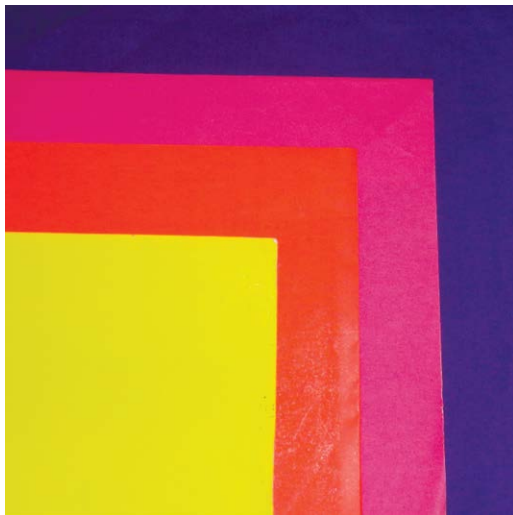
सामग्री : अलग-अलग माप के वर्ग (यदि लकड़ी या प्लास्टिक के हों तो बहुत बेहतर)।

**उद्देश्य :** क्रमबद्ध ढेर लगाकर मापों की तुलना करना। प्रत्येक समूह से अलग-अलग माप के 4 वर्ग उठाने और उन्हें उनकी माप के हिसाब से क्रम में जमाने को कहें। हो सकता है कि बच्चे दृष्टिगत रूप से (visually) वर्गों की तुलना करने और सबसे बड़ा, सबसे छोटा माप आदि का निर्धारण करने में सक्षम हों। उन्हें एक ऐसा तरीका बताने को कहें जिसके जरिए क्रम को स्पष्ट रूप से देखा जा सकता हो। वे वर्गों को अलग-अलग तरीकों से क्रम में जमा सकते हैं जैसे कि चित्र-1 व 2 में दिखाया गया है। बच्चों से अपनी कॉपी में इनके चित्र बनाने व इनके बीच के सम्बन्धों के बारे में बताने को कहें। पीला वर्ग माप में गुलाबी वर्ग से छोटा है। ध्यान दें कि 'क्षेत्रफल' शब्द का इस्तेमाल इतनी जल्दी नहीं करें। यह बेहद महत्वपूर्ण है कि माप की अवधारणा

पर ध्यान केन्द्रित किया जाए और यह सुनिश्चित किया जाए कि बच्चा माप की अवधारणा को स्पष्ट रूप से समझ गया है। अवधारणा से बच्चों का परिचय कराते समय जाने-माने शब्दों जैसे 'माप' का इस्तेमाल करना बेहतर होता है। एक बार जब आमतौर पर इस्तेमाल होने वाले शब्दों के जरिए बच्चा अवधारणा को समझ ले तब आप पारिभाषिक शब्द (जैसे क्षेत्रफल) से उनका परिचय करा सकते हैं।

अब यही गतिविधि वृत्तों के साथ दोहराएँ।

एक आकृति को दूसरी आकृति के ऊपर रखना मापों की तुलना करने का एक तरीका है जो कुछ वस्तुओं के लिए कारगर साबित होता है।



चित्र-1



चित्र-2

# गतिविधि दो

सामग्री : अलग-अलग माप के आयत (इसके लिए किताबें भी इस्तेमाल की जा सकती हैं)।

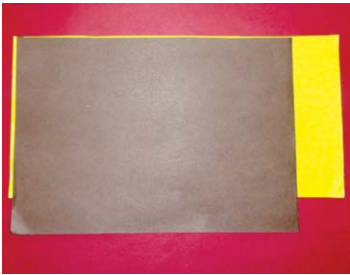
**उद्देश्य :** अमानक इकाइयों के इस्तेमाल के जरिए मापों की तुलना करना।

प्रत्येक समूह से कहें कि कोई भी दो आयत लें और उनमें से बड़ा व छोटा निर्धारित करने की कोशिश करें।

कुछ आयतों में सबसे बड़ा व सबसे छोटा माप निर्धारित करना काफ़ी स्पष्ट हो सकता है।

बच्चों से पूछें कि क्या एक आयत के ऊपर दूसरे आयत रखकर सबसे छोटे आयत को दर्शा पाना सम्भव है।

कुछ आयतों के साथ ऐसा कर पाना सम्भव होगा जहाँ छोटे आयत की लम्बाई व चौड़ाई दूसरे आयत की लम्बाई व चौड़ाई से कम होगी। लेकिन हो सकता है कि आयतों के कुछ जोड़ों में से एक की लम्बाई दूसरे आयत की लम्बाई से कम हो परन्तु उसकी चौड़ाई दूसरे आयत की चौड़ाई से ज्यादा हो जैसा कि चित्र-3 में दिखाया गया है। बच्चों से पूछें, “हम निश्चित तौर पर कैसे पता लगा सकते हैं या दर्शा



चित्र-3

सकते हैं कि कौन-सा आयत छोटा है?” “छोटे से हमारा क्या मतलब है?” इस बारे में अपनी समझ व्यक्त करने में बच्चों की मदद करें कि वह क्या है जो किसी एक आकृति को दूसरी आकृति की तुलना में छोटा या बड़ा बनाता है।

ज्यादातर बच्चे ऐसे चॉकलेट बार से परिचित होते हैं जिनमें वर्गाकार भाग होते हैं। उनसे यह बताने को कहें कि ऐसे चॉकलेट बार की तुलना वे कैसे करते हैं। इसी तरह आकारों की तुलना करने के लिए यह समझने में बच्चों का मार्गदर्शन करें कि कुछ छोटी-छोटी इकाइयों जैसे इरेजर रबर, आयताकार या चौकोर बिस्किट, पोस्ट इट नोट्स (कागज़ की चिपकनेवाली छोटी-छोटी पट्टियाँ) या कक्षा में मौजूद अन्य उपयुक्त वस्तुओं के जरिए दोनों आयतों को ढँका जा सकता है।

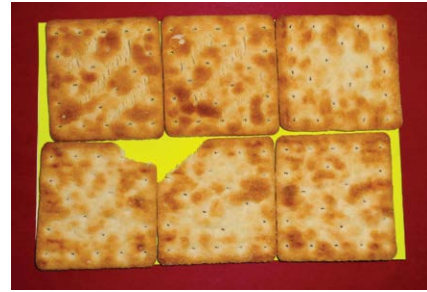
उन्हें अलग-अलग आकृतियों जैसे त्रिभुजाकार, हीराकार और गोलाकार वस्तुओं जैसे सिक्कों को मापन की इकाई के तौर पर इस्तेमाल करने को कहें। यह समझने में उनकी मदद करें कि केवल वही आकृतियाँ मापन के उपकरण के तौर पर इस्तेमाल की जा सकती हैं जो स्थानों को ढँकते समय किसी प्रकार का अन्तराल नहीं छोड़तीं। इस बारे में उनसे चर्चा करें कि गोलाकार वस्तुओं को मापन की इकाई

के तौर पर इस्तेमाल करने पर सटीक उत्तर क्यों नहीं मिलता।

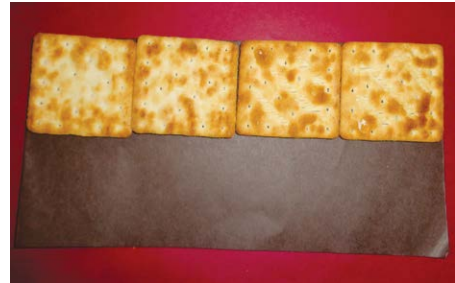
इस बात की जाँच करें कि बच्चे यह समझ गए हों कि दोनों आयतों का मापन एक ही इकाई के जरिए करना है। अमानक इकाइयों को माप की तरह इस्तेमाल कर अवलोकनों का रिकॉर्ड रखें।

चित्र-4 व 5 देखें।

अब अगर हम यह मान लें कि हर बिस्किट में दो त्रिभुज हैं तो इस



चित्र-4 : पीले आयत की माप 6 बिस्किट है।



चित्र-5 : भूरे आयत की माप 8 बिस्किट है।

त्रिभुज को इकाई मानकर उसके जरिए भी आयत को मापा जा सकता है।

इस मान से भूरे बड़े आयत की माप 16 त्रिभुज है। पीले छोटे आयत की माप 12 त्रिभुज है।

अब इसी गतिविधि को माप में थोड़ी बड़ी वस्तुओं के साथ दोहराएँ। जैसे शिक्षक की मेज़ की माप की तुलना विद्यार्थियों की मेज़ की माप से करें आदि। माप के लिए बच्चे कोई उपयुक्त इकाई (कम्पास बॉक्स या छोटा शब्दकोष) चुन सकते हैं।

इस गतिविधि को करते हुए कभी-कभी बच्चों का सामना ऐसी स्थितियों से भी हो सकता है जहाँ मापन की इकाई मापने के स्थान को पूरी तरह नहीं ढँक रही हो (उदाहरण के लिए जब वे अनियमित आकृति की वस्तुओं का मापन कर रहे हों)। इस बारे में चर्चा करने से उन्हें इस नियम को समझने में मदद मिलती है कि यदि मापन की इकाई ‘एक इकाई स्थान’ के आधे से ज्यादा भाग को घेरती हो तो उसे एक इकाई के तौर पर गिना जाता है।

# गतिविधि तीन

सामग्री : नियमित और अनियमित आकृतियाँ, वर्ग सेन्टीमीटर, वर्ग सेन्टीमीटर की जाली वाला कागज़।

**उद्देश्य :** वर्ग सेन्टीमीटर का इस्तेमाल करके आकृतियों की तुलना करना।

बच्चों को बताएँ कि कोई भी आकृति जितने स्थान को ढँकती या घेरती है वह उसका क्षेत्रफल होता है।

उनसे पूछें, “एक किताब द्वारा घेरे जाने वाली जगह (क्षेत्रफल) को कैसे मापा जा सकता है? एक पत्ती के जरिए? एक वृत्त के जरिए?” नियमित और अनियमित आकृतियाँ शब्द इस्तेमाल करने की ज़रूरत नहीं है।

हो सकता है कि बच्चे कुछ छोटी चीज़ें सुझाएँ। वे मापने के लिए इनका इस्तेमाल भी कर सकते हैं। हालाँकि इस स्तर पर पहुँचने तक वे पहले से ही लम्बाई के एक माप के तौर पर सेन्टीमीटर से परिचित होते हैं। वे चौखाना कागज़ वाली नोटबुक भी इस्तेमाल करते हैं जिनमें वर्ग सेन्टीमीटर होते हैं। वे ऐसे कुछ कागज़ों को मोटी कार्डशीट्स पर चिपकाकर वर्ग सेन्टीमीटर काट सकते हैं और इन आकृतियों को ढँकने के लिए बतौर माप इस वर्ग सेन्टीमीटर का इस्तेमाल कर सकते हैं।

बच्चों को बताएँ कि एक वर्ग जिसकी माप एक सेन्टीमीटर गुणा एक सेन्टीमीटर होती है एक वर्ग सेन्टीमीटर कहलाता है।

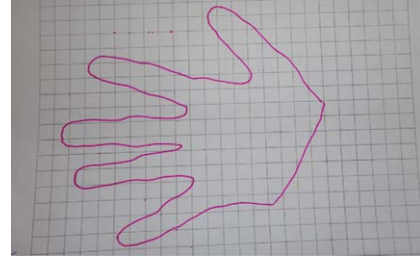
**चित्र-6 देखें।**



चित्र-6

बच्चों से पूछें, “कक्षा में सबसे बड़ा हाथ किसका है?” उनसे कहें कि अपने-अपने हाथ की आउटलाइन कागज़ पर बनाएँ और उसे वर्ग सेन्टीमीटर से भरकर उसका क्षेत्रफल मापें। वे इसी तरह अपने पैर का क्षेत्रफल भी माप सकते हैं। वे चौखाना कागज़ों पर इनकी आउटलाइन बना सकते हैं। यह देखना भी काफ़ी दिलचस्प होगा कि माप में कितना बदलाव हो सकता है यदि उसी हाथ को चौखाना कागज़ पर अलग-अलग स्थितियों में रखकर मापा जाए।

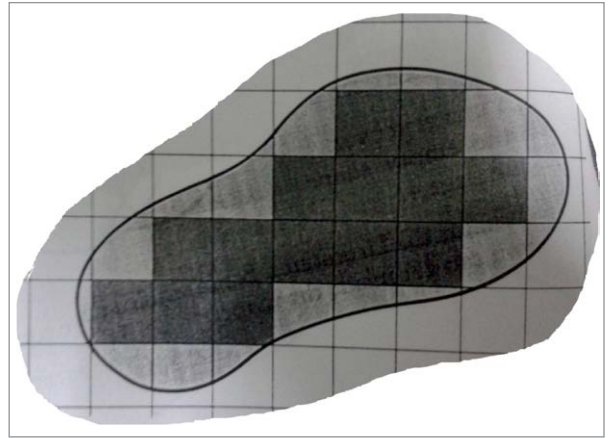
**चित्र-7 देखें।**



चित्र-7

मेरे हाथ की माप (क्षेत्रफल) ..... वर्ग सेन्टीमीटर है।

**चित्र-7अ देखें।**



चित्र-7अ

विस्तार के तौर पर वे रंगीन वर्ग सेन्टीमीटर से मोजेइक वर्क (मोजेइक एक प्रकार की कला होती है जिसमें रंगीन टाइल्स, काँच, पत्थर या किसी अन्य वस्तु के छोटे-छोटे टुकड़ों को जोड़कर कोई तस्वीर या डिजाइन तैयार की जाती है) की गतिविधियाँ भी कर सकते हैं। खूबसूरत नमूने बना सकते हैं व उनके बारे में लिख सकते हैं।

**क्या प्रत्येक वस्तु का एक क्षेत्रफल होता है?**

किसी समय थोड़ा रुककर यह पूछना अच्छा होगा, “क्या प्रत्येक चीज़ का एक क्षेत्रफल होता है?” इस बारे में चर्चा करने से क्षेत्रफल के बारे में बच्चों की समझ व उनकी गलतफ़हमियों का पता चलता है। इससे त्रिविमीय वस्तुओं, घुमावदार स्थानों के बारे में सवालियों के लिए मार्गदर्शन मिल सकता है। चर्चा के जरिए बन्द व खुली आकृतियों में अन्तर, क्षेत्रफल व धारिता (आयतन) में अन्तर भी स्पष्ट रूप से समझाया जा सकता है।

## गतिविधि चार

सामग्री : अनियमित आकृतियाँ व घुमावदार आकृतियाँ, पारदर्शी जाली या धागे का फ्रेम।

**उद्देश्य :** सेन्टीमीटर की जाली का इस्तेमाल करके मापों की तुलना करना।

कड़ी, पारदर्शी प्लास्टिक शीट का इस्तेमाल करके एक वर्ग सेन्टीमीटर वाली पारदर्शी जाली बनाई जा सकती है जैसा कि चित्र-8 में दर्शाया गया है। इसी तरह एक मोटे गत्ते का फ्रेम लेकर उस पर जाली के रूप में धागे को लपेटकर धागे का एक फ्रेम भी तैयार किया जा सकता है।

अब वस्तुओं को इस जाली के नीचे रखा जा सकता है और वस्तु द्वारा ढँक जानेवाले वर्गों को गिना जा सकता है।



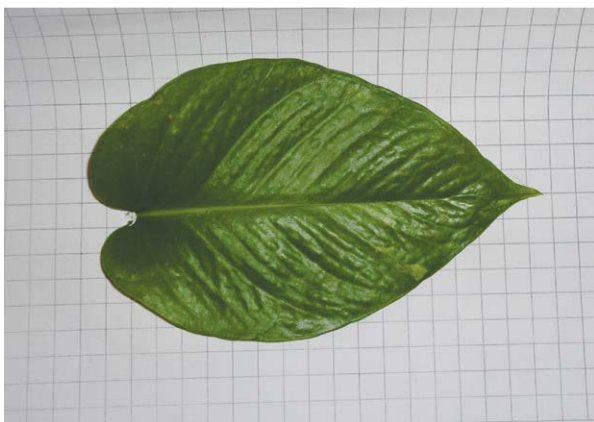
चित्र-8

## गतिविधि पाँच

सामग्री : अनियमित आकृतियाँ, वर्गाकार जाली वाला कागज़, तिकोन जाली वाला कागज़, षट्कोण जाली वाला कागज़।

**उद्देश्य :** अलग-अलग प्रकार की इकाइयाँ इस्तेमाल करके माप की तुलना करना।

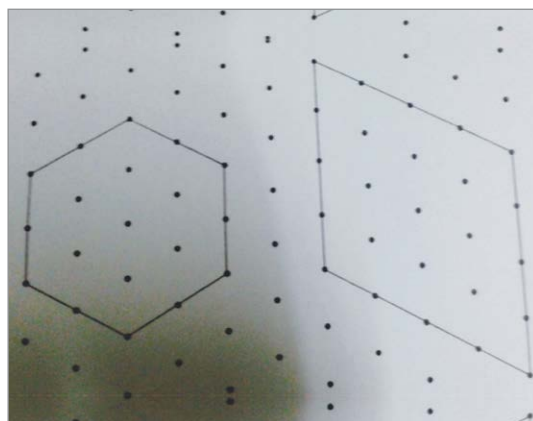
पिछली गतिविधि में माप लेनेवाली वस्तु को हमने वर्गाकार जाली के नीचे रखा था। इस गतिविधि में हमें अनियमित आकृतियों को मापना है। हम इन्हें जाली वाले कागज़ के ऊपर रखकर इनकी आउटलाइन बनाएँगे जैसे कि चित्र-9 व 9अ में दिखाया गया है।



चित्र-9

पत्ती का क्षेत्रफल ..... वर्ग सेन्टीमीटर है।

बिना आउटलाइन बनाए भी इन आकृतियों का क्षेत्रफल निकाला जा सकता है, चारों ओर की जाली से भी इसका क्षेत्रफल मालूम किया जा सकता है।



चित्र-9 अ

## गतिविधि छह

सामग्री : जियोबोर्ड व रबर बैण्ड्स।

**उद्देश्य :** अलग-अलग प्रकार के बहुभुज बनाना और क्षेत्रफल निकालने के लिए वर्गों को गिनना।

शुरुआत में बच्चे अलग-अलग आकृतियाँ (वर्ग, आयत, त्रिभुज, समचतुर्भुज आदि) बना सकते हैं। वे चौखाना कागज़ों में इनका रिकॉर्ड रख सकते हैं और इनके माप के सन्दर्भ में आकृतियों का वर्णन कर सकते हैं।

अगले चरण में शिक्षक बच्चों को वर्गों व आयतों की विभिन्न माप (लम्बाई व चौड़ाई) दें। बच्चे दिए गए मापों के आयत व वर्ग जियोबोर्ड पर बनाएँ और वर्ग सेन्टीमीटर में इनका क्षेत्रफल बताएँ।

## गतिविधि सात

सामग्री : चौखाना कागज़।

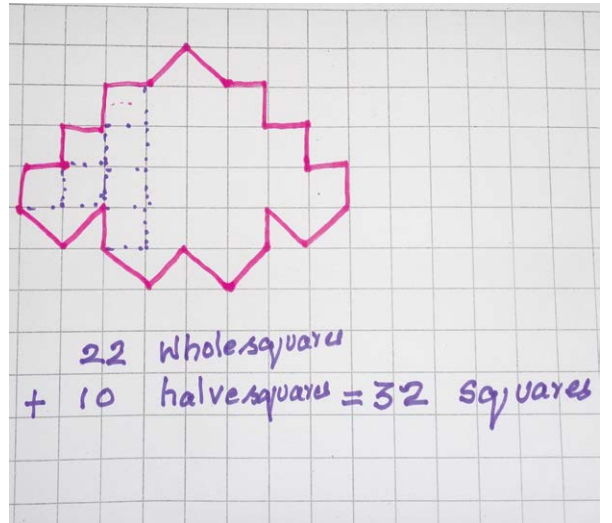
**उद्देश्य :** संयुक्त आकृतियाँ बनाना और उनका क्षेत्रफल निकालना।

संयुक्त आकृतियाँ बनाने के लिए बच्चे घर का चित्र बना सकते हैं (जैसा कि चित्र-10 में दिखाया गया है) और जो भी आकृति उन्होंने बनाई हो उसका क्षेत्रफल निकाल सकते हैं। मेरे घर में 8 वर्ग सेन्टीमीटर का एक दरवाज़ा है और 4 वर्ग सेन्टीमीटर की एक खिड़की है।

चित्र-11 देखें।



चित्र-10



चित्र-11

## गतिविधि आठ

सामग्री : चौखाना कागज़।

**उद्देश्य :** यह समझना कि किसी भी आकृति को टुकड़ों में काटने व उन टुकड़ों को नए तरीके से जमाने से आकृति के क्षेत्रफल में कोई परिवर्तन नहीं होता।

बच्चे चौखाना कागज़ पर किसी भी एक आकृति की आउटलाइन बना सकते हैं। वे इस आकृति का क्षेत्रफल नोट

करके रख लें। अब वे आकृति पर कई रेखाएँ बनाकर इन रेखाओं पर से आकृति को काट सकते हैं। उनसे कहें कि अब वे इन टुकड़ों को फिर से एक साथ जमाकर कोई नई आकृति बनाएँ और उसका क्षेत्रफल निकालें।

## गतिविधि नौ

सामग्री : जियोबोर्ड और रबर बैण्ड्स, चौखाना कागज़।

**उद्देश्य :** वर्ग व आयत के क्षेत्रफल का सूत्र मालूम करना। बच्चों से कहें कि जियोबोर्ड पर तरह-तरह के वर्ग ( $1 \times 1$ ,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$ ) बनाएँ और एक चौखाना कागज़ पर इनकी आउटलाइन बनाएँ और इकाई वर्गों को गिनकर हर आकृति का क्षेत्रफल लिख लें। अब उनसे पूछें, “क्या तुम्हें आकृति की भुजा की लम्बाई व उसके क्षेत्रफल में कोई सम्बन्ध दिखाई देता है?” यह खोजने में उनका मार्गदर्शन करें कि एक वर्ग का क्षेत्रफल ‘भुजा गुणित भुजा’ होता है। इसे गुणे के मॉडल से जोड़कर बताएँ।

इसी तरह बच्चे अलग-अलग तरह के आयत ( $2 \times 3$ ,  $3 \times 4$ ,  $2 \times 4$ ,  $2 \times 5$ ) व उनकी आउटलाइन बनाएँ। यह समझने के लिए कि आयत का क्षेत्रफल लम्बाई गुणित चौड़ाई होता है उन्हें पैटर्न का अवलोकन करने को कहें।

## गतिविधि दस

सामग्री : जाँचने के लिए विशेष माप के कार्ड।

**उद्देश्य :** विलुप्त माप को गिनना और उत्तर को जाँचना। आधारभूत माप ( $2 \times 3$ ,  $2 \times 4$ ,  $3 \times 3$ ,  $3 \times 4$ ,  $4 \times 5$  आदि) के अलग-अलग कार्ड बनाएँ। हर कार्ड पर उस कार्ड के वास्तविक क्षेत्रफल से सम्बन्धित कोई एक सवाल लिखा हो। उदाहरण के लिए : ‘मेरा क्षेत्रफल 12 वर्ग सेन्टीमीटर है।

मेरी भुजा की लम्बाई 4 सेन्टीमीटर है। मेरी चौड़ाई कितनी होगी?’

बच्चे पहले गणना करके इसका उत्तर निकालें और फिर कार्ड को मापकर अपने उत्तर की जाँच करें। वे इससे सम्बन्धित गुणा और भाग के तथ्यों को लिख सकते हैं।



## गतिविधि ग्यारह

सामग्री : चौखाना काराज ।

**उद्देश्य :** यह समझना कि विभिन्न आकृतियों का क्षेत्रफल एक समान हो सकता है।

बच्चों से ऐसी सभी सम्भावित आकृतियाँ बनाने को कहें जो तीन वर्गों को जोड़कर बनाई जा सकती हों। (वर्गों के जुड़े होने से मतलब है कि उनकी कोई भी एक भुजा उभयनिष्ठ यानी साझा हो)।

फिर उनसे चार वर्गों को जोड़कर बनाई जा सकने वाली सभी सम्भावित आकृतियाँ बनाने को कहें।

अब उन्हें क्षेत्रफल की कोई भी एक विशिष्ट माप दें जैसे कि 12 वर्ग सेन्टीमीटर और उनसे कहें कि ऐसी विभिन्न आकृतियाँ बनाएँ जिनका क्षेत्रफल 12 वर्ग सेन्टीमीटर हो। उन्हें यह समझने दें कि अलग-अलग आकृतियों का क्षेत्रफल एक समान हो सकता है।

## गतिविधि बारह

सामग्री : फ़र्श की या दीवार की टाइल्स ।

**उद्देश्य :** कक्षा या अन्य किन्हीं जगहों का क्षेत्रफल निकालना जिनमें पहले से टाइल्स लगी हों।

बच्चों को समझाएँ कि टाइल्स को भी क्षेत्रफल की एक इकाई के तौर पर इस्तेमाल किया जा सकता है।

बच्चों को स्कूल के आसपास कुछ ऐसी जगहें देखने के लिए कहें जिनका क्षेत्रफल वे मालूम करेंगे।

वे मापन की इकाई टाइल्स के सन्दर्भ में इन जगहों का क्षेत्रफल लिख सकते हैं और स्कूल के अलग-अलग स्थानों के क्षेत्रफलों की तुलना कर सकते हैं।

क्लासरूम का क्षेत्रफल 180 (12×15) टाइल्स है।

इस स्तर पर एक इकाई को दूसरी इकाई में परिवर्तित करना सिखाना ज़रूरी नहीं है। हालाँकि यदि स्वाभाविक रूप से इस तरह के प्रश्न सामने आते हैं तो यह देखना काफ़ी दिलचस्प होगा कि किसी दूसरी इकाई जैसे वर्ग फुट या वर्ग मीटर में किसी कमरे के फ़र्श का क्षेत्रफल निकालने के लिए बच्चे क्या रणनीतियाँ अपनाते हैं।

वे प्रत्येक टाइल का क्षेत्रफल निकालकर उसे टाइल्स की कुल संख्या से गुणा कर सकते हैं।

वे टाइल की लम्बाई को कमरे के लम्बे हिस्से में लगी टाइल्स की संख्या से गुणा करके कमरे की लम्बाई निकाल सकते हैं। इसी तरह वे कमरे की चौड़ाई भी निकाल सकते हैं और फिर कमरे का क्षेत्रफल निकाल सकते हैं।

हो सकता है कि वे टाइल्स को छोड़ दें और एक टेप की मदद से कमरे की लम्बाई-चौड़ाई माप लें और फिर क्षेत्रफल निकालें।

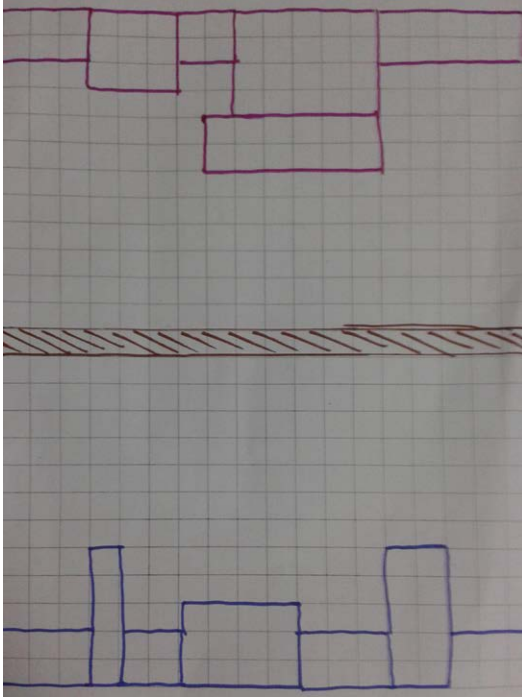
**उद्देश्य :** बड़ी जगहों का क्षेत्रफल निकालना।

बड़ी जगहों का क्षेत्रफल निकालने के लिए बड़ी इकाइयों की जरूरत पर बच्चों से चर्चा करें। इस स्तर पर वे पहले से ही फुट जैसी मापन इकाइयों से परिचित हो सकते हैं। बच्चों को बताएँ कि एक वर्ग जिसकी प्रत्येक भुजा की माप एक फुट हो एक वर्ग फुट कहलाता है। वे बड़ी जगहों का क्षेत्रफल माप सकते हैं और उन्हें वर्ग फुट या वर्ग मीटर आदि में लिख सकते हैं। इस स्तर पर लम्बाई की किसी इकाई को वर्ग लम्बाई की इकाई जैसे सेन्टीमीटर → वर्ग सेन्टीमीटर, माचिस की तीली → वर्ग माचिस की तीली, इंच → वर्ग इंच आदि में परिवर्तित करने पर चर्चा करना अच्छा होगा।

## खेल : पासे से क्षेत्रफल निकालना

**सामग्री :** A4 माप का चौखाना कागज़, दो पासे।

**उद्देश्य :** क्षेत्रफल की समझ विकसित करना और जगहों के बीच की जगह की बरबादी को कम करना।



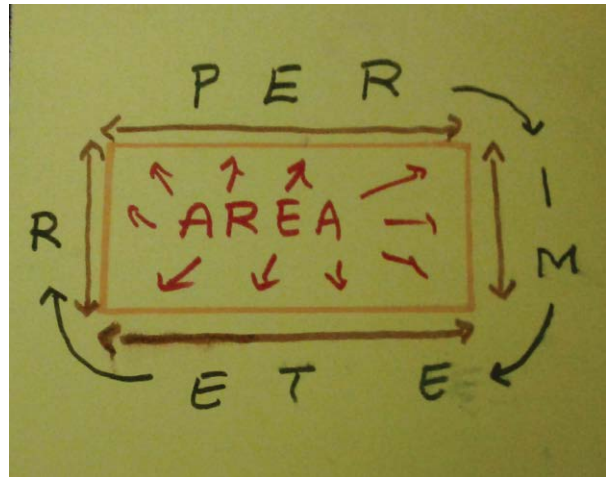
चित्र-12

प्रत्येक बच्चा कागज़ के एक कोने से शुरू करे जैसा कि चित्र-12 में दिखाया गया है। कागज़ को दो बराबर भागों में बाँटने के लिए एक लाइन खींच ली गई है। हर बच्चा दोनों पासे फेंके और पासों में जो भी संख्या आए उनके आधार पर एक आयत या वर्ग बना दे। इसी तरह बारी-बारी से वे पासे फेंकते रहें और पहले बनाए आयत से सटाकर और आयत बनाते रहें। हर बच्चा तब तक पासे फेंकता रहे और आयत बनाता रहे जब तक कि पहले से बने आयत के बगल में जगह खाली हो फिर भले ही दूसरे बच्चे ने पासे फेंककर आयत बनाना बन्द कर दिया हो। आखिर में जो भी अन्तराल बचे हों वे उसके क्षेत्रफल को जोड़ सकते हैं। जिसके अन्तराल का क्षेत्रफल कम होगा वह विजेता होगा।

## परिमाण के लिए गतिविधियाँ

पेरिमीटर (परिमाण) शब्द ग्रीक भाषा के शब्द 'पेरी' और 'मेट्रो' से मिलकर बना है। 'पेरी' मतलब चारों ओर और 'मेट्रो' मतलब माप। यह समझने में बच्चों की मदद करें कि परिमाण मतलब किसी आकृति के चारों ओर की लम्बाई।

चित्रों का इस्तेमाल करके परिमाण व क्षेत्रफल के बीच का अन्तर स्पष्ट कीजिए जैसा कि चित्र-13 में दिखाया गया है। इसे उनकी लम्बाई के रूप में मीटर शब्द की पहले से बनी समझ से जोड़ें।



चित्र-13

## गतिविधि चौदह

सामग्री : कक्षा में मौजूद चीजें जैसे बच्चों की मेज़ें, शिक्षक की मेज़ और बैंच ।

**उद्देश्य :** सबसे बड़े परिमाण (एक आकृति के चारों ओर की लम्बाई) की आकृति का अनुमान लगाना ।

कोई भी तीन चीजें दिखाकर बच्चों से पूछें, “इन तीनों में से किस चीज के चारों ओर की लम्बाई सबसे ज़्यादा होगी?”

बच्चों से कहें कि सबसे बड़े परिमाण की वस्तु ढूँढ़ने के लिए अपने स्कैच पेन या स्ट्रॉ को वस्तु के ऊपर के किनारे के चारों ओर रखें। हो सकता है ऐसा करने के दौरान कुछ हद तक संख्याओं का पूर्णन करना पड़े। क्या उनका अन्दाजा सही निकला?

## गतिविधि पन्द्रह

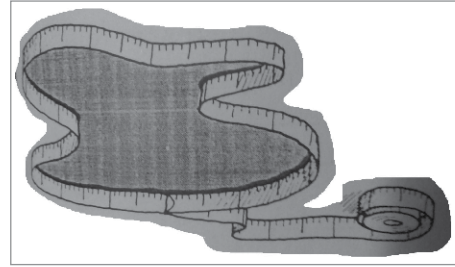
सामग्री : विभिन्न प्रकार के बहुभुज के कटआउट्स और घुमावदार आकृतियाँ, टेप ।

**उद्देश्य :** सबसे बड़े परिमाण (आकृति के चारों ओर की लम्बाई) वाली आकृति को ढूँढ़ना ।

बच्चों के हर समूह को चार्टपेपर से काटकर अलग-अलग प्रकार की चार बहुभुज आकृतियाँ दी जा सकती हैं। वे सभी लम्बाइयों को सेन्टीमीटर में माप सकते हैं और फिर उन्हें जोड़ सकते हैं।

[चित्र-13अ देखें।](#)

वे धागे या टेप की मदद से घुमावदार आकृतियों का परिमाण भी माप सकते हैं।



चित्र-13अ

## गतिविधि सोलह

सामग्री : वर्गाकार टाइल्स, चौखाना कागज़ ।

**उद्देश्य :** यह समझना कि एक समान क्षेत्रफल वाली आकृतियों के परिमाण भिन्न-भिन्न हो सकते हैं।

बच्चों से 3 टाइल्स या वर्ग इस्तेमाल करके अलग-अलग आकृतियाँ बनाने के लिए कहें। प्रत्येक टाइल की एक भुजा को दूसरी टाइल की एक भुजा को पूरी तरह छूना चाहिए।

इस तरह की कितनी आकृतियाँ बनाई जा सकती हैं? प्रत्येक आकृति का परिमाण कितना है?

यही गतिविधि 4 टाइल्स के साथ करें और सभी सम्भावित

आकृतियाँ बनाएँ। किस आकृति का परिमाण सबसे ज़्यादा है?

अब इसी गतिविधि को 5 टाइल्स के साथ दोहराएँ और सभी सम्भावित आकृतियाँ बनाएँ। किस आकृति का परिमाण सबसे ज़्यादा है? पेंटोमिनो U (पेंटोमिनो एक ज्यामितीय आकृति होती है जो पाँच समान वर्गों के किनारे-से-किनारे जोड़कर बनाई जाती है) एक ऐसी आकृति होगी जिसके “कई” परिमाण होते हैं। ऐसा क्यों होता है इस पर चर्चा की जा सकती है।

## गतिविधि सत्रह

सामग्री : चौखाना कागज़।

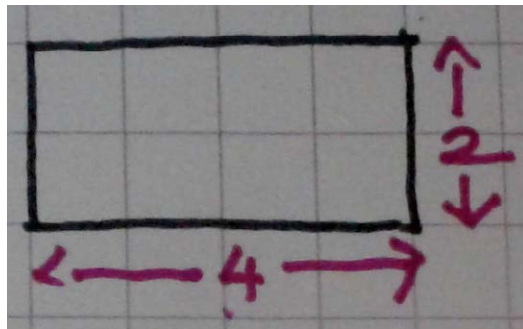
**उद्देश्य :** वर्ग व आयत के परिमाण की गणना करने का सूत्र खोजना।

इस बात पर जोर दें कि बच्चे सभी भुजाओं की माप को तीर के निशान के साथ लिखें जैसा कि चित्र-14 में दिखाया गया है। उन्हें यह बात स्पष्ट रूप से समझ आनी चाहिए कि यहाँ लिखा अंक भुजा की लम्बाई को दर्शाता है।

बच्चों से ऐसे वर्ग बनाने को कहें जिनमें भुजा की लम्बाई 1, 2, 3, 4 आदि हो। उनसे कहें कि क्रम से इन सभी वर्गों का परिमाण निकालें। वे आसानी से यह देख पाएँगे कि परिमाण भुजा का 4 गुना होता है।

अब बच्चों से कहें कि अलग-अलग लम्बाई व चौड़ाई के संयोजन (1×2, 2×3, 2×4, 3×4 आदि) के आयत बनाएँ। उनसे कहें कि परिमाण को चारों भुजाओं की लम्बाई के

जोड़ के रूप में लिखें। जब वे इन परिणामों को लिखना शुरू करें तो यह समझने में उनका मार्गदर्शन करें कि आयत का परिमाण उसकी लम्बाई व चौड़ाई के जोड़ का दुगुना होता है।



चित्र-14

## गतिविधि अठारह

सामग्री : स्कैच पेन या टूथपिक्स।

**उद्देश्य :** एक समान परिमाण वाली विभिन्न आकृतियाँ बनाना।

ऐसे आयत व वर्ग बनाओ जिनका परिमाण 16 इकाई हो। ऐसी कितनी आकृतियाँ बनाई जा सकती हैं?

इस गतिविधि से बच्चों को यह देखने का मौका मिलता है

कि समान परिमाण की कई आकृतियाँ हो सकती हैं और उनका क्षेत्रफल अलग-अलग हो सकता है।

इसी गतिविधि को दोहराएँ और बच्चों से ऐसे आयत व वर्ग बनाने को कहें जिनका परिमाण 24 इकाई हो। किस-किस माप की आकृतियाँ बनाई जा सकती हैं? किस आकृति का क्षेत्रफल सबसे ज़्यादा है?

## गतिविधि उन्नीस

सामग्री : जियो बोर्ड, रबर बैण्ड्स।

**उद्देश्य :** दिए गए विशिष्ट माप की अलग-अलग आकृतियाँ बनाना।

बच्चों से इस तरह के कुछ सवाल पूछें जैसे कि नीचे दिए गए हैं :

- क्या तुम नीचे दी आकृतियों को एक रबर बैण्ड से जियोबोर्ड पर बना सकते हो ?

- 2 इकाई लम्बाई वाला एक वर्ग
- एक आयत जिसका क्षेत्रफल 3 वर्ग इकाई हो
- एक पंचभुज जिसका क्षेत्रफल 3 वर्ग इकाई हो
- वर्ग जिसका क्षेत्रफल 2 वर्ग इकाई हो

## गतिविधि बीस

सामग्री : चौखाना कागज़।

**उद्देश्य :** लम्बाई या चौड़ाई बढ़ाने पर परिमाण व क्षेत्रफल में होनेवाले प्रभाव को समझना।

बच्चों को एक आयत की लम्बाई व चौड़ाई की माप बताएँ और उनसे उसका क्षेत्रफल व परिमाण निकालने को कहें। अब उनसे पूछें :

- यदि आकृति की भुजा की लम्बाई एक इकाई बढ़ा दें तो उस आकृति के परिमाण पर क्या प्रभाव होता है?
- यदि आकृति की भुजा की चौड़ाई को दो इकाई घटा दिया जाए तो आकृति के परिमाण पर क्या प्रभाव होता है?

- भुजा की लम्बाई एक इकाई बढ़ा देने पर आकृति के क्षेत्रफल पर क्या प्रभाव होता है?
- भुजा की चौड़ाई दो इकाई घटा देने पर उस आकृति के क्षेत्रफल पर क्या प्रभाव होता है?

पैटर्न को देखने व उसका सामान्यीकरण करने के लिए आप लम्बाई व चौड़ाई दोनों को 1 इकाई, 2 इकाई, 3 इकाई आदि बढ़ा-घटाकर भी देख सकते हैं। इनमें कुछ स्थितियाँ ऐसी भी होनी चाहिए जिनमें लम्बाई बढ़ रही हो व चौड़ाई घट रही हो या इसका उलटा हो।

## गतिविधि इक्कीस

सामग्री : टैनग्राम सेट।

**उद्देश्य :** क्षेत्रफल के सन्दर्भ में अलग-अलग टुकड़ों के बीच के सम्बन्ध को समझना।

बच्चों को अलग-अलग आकृतियाँ बनाकर टैनग्राम के टुकड़ों से खेलने दें। आकृतियाँ बनाने की प्रक्रिया के दौरान वे विभिन्न आकृतियों की माप पर ध्यान देना शुरू करेंगे और यह देख पाएँगे कि क्षेत्रफल के सन्दर्भ में आकृतियों की माप आपस में किस तरह सम्बन्धित हैं।

उन्हें आकृतियों का एक ऐसा जोड़ा ढूँढ़ने को कहें जिसका क्षेत्रफल एक समान हो। उनसे कहें कि :

- क्या तुम ऐसे कुछ और जोड़े ढूँढ़ सकते हो?
- क्या यह सभी जोड़े देखने में एक जैसे लगते हैं?
- तुम यह कैसे दिखा सकते हो कि उनका क्षेत्रफल एक समान है?

- क्या तुम कुछ ऐसे जोड़े ढूँढ़ सकते हो जिसमें एक आकृति का क्षेत्रफल दूसरी आकृति के क्षेत्रफल का आधा हो? ऐसी कौन-सी आकृतियाँ हैं?
- एक बड़े त्रिभुज से वर्ग के क्षेत्रफल की तुलना किस प्रकार करें?
- एक छोटे त्रिभुज और मध्यम आकार के त्रिभुज की तुलना किस प्रकार करें?

टिप्पणी: इस गतिविधि को थोड़ा पहले भी करवा सकते हैं जब बच्चे अमानक इकाइयों के साथ खेल रहे हो।

## गतिविधि बाइस

सामग्री : चौखाना कागज़।

**उद्देश्य :** वितरण नियम (distributive law) को समझना।

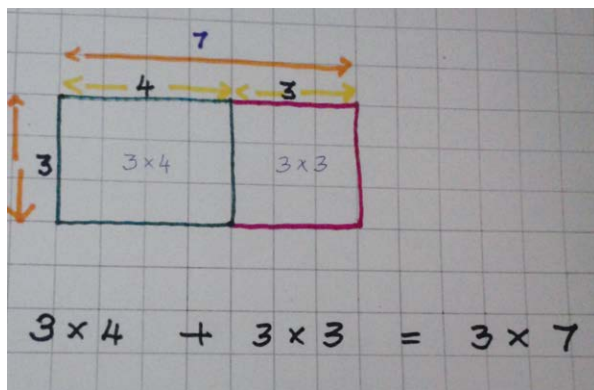
वितरण नियम को दर्शाने के लिए चौखाना कागज़ इस्तेमाल करें जैसा कि चित्र-15 में दिखाया गया है।

बाईं ओर बने आयत का क्षेत्रफल कितना है? ( $3 \times 4$ ), यानी कि 12 वर्ग इकाई।

दाईं ओर बने आयत का क्षेत्रफल कितना है? ( $3 \times 3$ ) यानी कि 9 वर्ग इकाई।

पूरे आयत का क्षेत्रफल कितना है? ( $3 \times 7$ ) यानी कि 21 वर्ग इकाई।

दर्शाएँ कि  $3 \times 4 + 3 \times 3 = 3 \times (4+3)$ ।



चित्र-15

## गतिविधि तेईस

सामग्री : कागज़ के आयत।

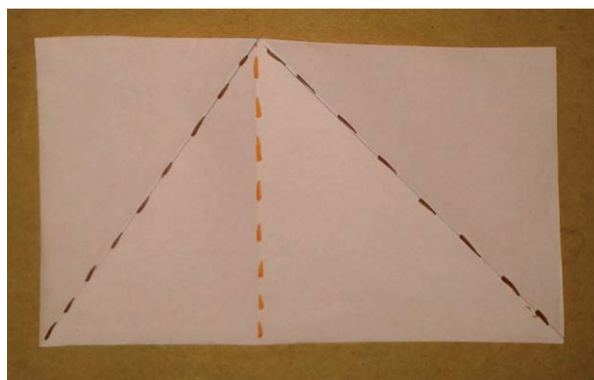
**उद्देश्य :** एक त्रिभुज और उसके समतुल्य आयत के बीच के सम्बन्ध को समझना।

बच्चों से कहें कि कुछ आयतों को बीच से तिरछा मोड़ लें और उस मोड़ से बनी लाइन पर से उन्हें काट लें।

एक भाग को दूसरे के ऊपर रखकर वे यह देख सकते हैं कि दोनों भागों की माप (क्षेत्रफल) एक समान है।

अपनी खोज को स्पष्ट रूप से व्यक्त करने में उनकी मदद करें कि एक समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल उसकी लम्बाई व चौड़ाई के गुणनफल का आधा होता है।

ऐसा किसी भी त्रिभुज के लिए किया जा सकता है जैसे कि चित्र-15अ में दिखाया गया है।



चित्र-15अ

# गतिविधि चौबीस

सामग्री : कागज़ के वर्ग ।

**उद्देश्य :** क्षेत्रफलों के बीच के सम्बन्धों पर ध्यान देना ।

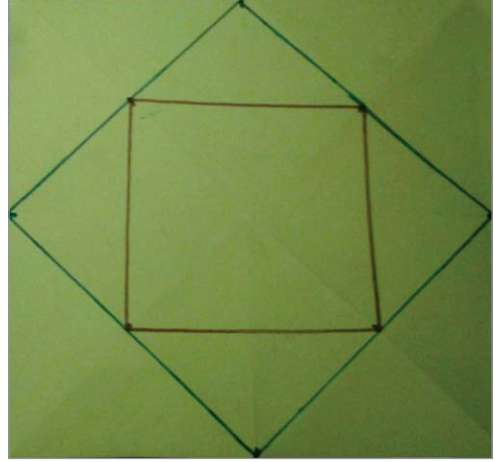
बच्चों से कहें कि एक वर्गाकार कागज़ लें और कागज़ को मोड़कर दोनों भुजाओं का मध्यबिन्दु निकालें। निकटवर्ती मध्यबिन्दुओं को जोड़ती हुई रेखाएँ खींचें जैसा कि चित्र-16 में दिखाया गया है।

छोटे वर्ग और बड़े वर्ग में क्या सम्बन्ध है? क्या तुम दिखा सकते हो ऐसा क्यों है?

अब यही प्रक्रिया छोटे वर्ग के साथ भी दोहराएँ और उसके अन्दर एक और वर्ग बनाएँ।

इस नए बने छोटे वर्ग का सबसे बड़े वर्ग से क्या सम्बन्ध है? क्या तुम इसे दर्शा सकते हो?

एक बड़े वर्ग की भुजा की लम्बाई 20 सेन्टीमीटर है। भुजाओं के मध्यबिन्दुओं को जोड़कर इसे तीन बार मोड़ा गया है और छोटा और उससे भी छोटा वर्ग बनाया गया है। चौथे वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा?



चित्र-16

# गतिविधि पच्चीस

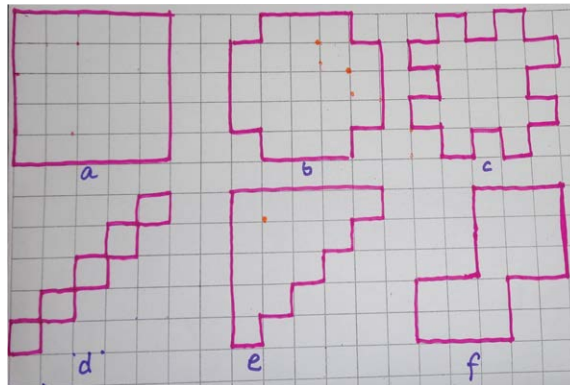
सामग्री : चौखाना कागज़ ।

**उद्देश्य :** सभी सम्भावित वर्गों का पता लगाना और सबसे बड़े परिमाण वाली आकृति को ढूँढना ।

जालीवाले कागज़ में  $6 \times 6$  का एक वर्ग बनाएँ। इसमें 4 वर्ग इकाई क्षेत्रफल वाले कितने वर्ग ढूँढ़े जा सकते हैं?

चित्र-17 देखें।

यहाँ  $5 \times 5$  के एक वर्ग के अन्दर बनाई जा सकने वाली कुछ आकृतियाँ दी गई हैं। सबसे बड़े परिमाण वाली आकृति को ढूँढ़ने के लिए कुछ और आकृतियाँ बनाएँ।



चित्र-17

**उद्देश्य :** दिए गए माप के आधार पर आकृतियों का पुनर्निर्माण।

यह कक्षा में की जानेवाली गतिविधि है। बच्चों के हर समूह से वर्गाकार जाली वाले कागज़ पर कुछ आयत व वर्ग बनाने को कहें। प्रत्येक समूह बिना यह बताए कि उन्होंने कौन-सी आकृति बनाई है उन आकृतियों का क्षेत्रफल व परिमाप दूसरे समूह के साथ साझा करे।

‘मेरी आकृति का परिमाप 12 इकाई और क्षेत्रफल 9 वर्ग इकाई है।’

‘मेरी आकृति का परिमाप 16 इकाई और क्षेत्रफल 12 वर्ग इकाई है।’

‘मेरी आकृति का परिमाप 14 इकाई और क्षेत्रफल 12 वर्ग इकाई है।’

प्रत्येक समूह को ऐसी आकृतियाँ बनाने की कोशिश करना है जो दूसरे समूह के माप से मेल खाती हों।

यही गतिविधि त्रिभुज बनाने के लिए भी की जा सकती है।

त्रिभुज का क्षेत्रफल 5 वर्ग इकाई है।

त्रिभुज का क्षेत्रफल 8 वर्ग इकाई है।

शिक्षक और भी चुनौतीपूर्ण सवाल रख सकते हैं।

‘एक वर्ग की भुजा की लम्बाई ज्ञात करो जिसका क्षेत्रफल  $8 \times 2$  के आयत के बराबर है।’

‘एक तार के टुकड़े को इस्तेमाल कर 3 सेन्टीमीटर भुजा का एक वर्ग बनाया गया है। यदि तार को सीधा करके और फिर मोड़कर समान भुजाओं वाला एक त्रिभुज बनाया जाए तो त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई क्या होगी?’

‘एक तार के टुकड़े का इस्तेमाल कर 5 सेन्टीमीटर और 3 सेन्टीमीटर भुजाओं वाला एक आयत बनाया गया है। यदि तार को सीधा करके और फिर दुबारा मोड़कर एक वर्ग बनाया जाए तो वर्ग की भुजा की लम्बाई क्या होगी?’



पद्मप्रिया शिराली

पद्मप्रिया शिराली ऋषिवैली स्कूल, आन्ध्रप्रदेश के कम्युनिटी मैथमैटिक्स सेन्टर में 1983 से काम कर रही हैं। वे गणित, कम्प्यूटर, भूगोल, अर्थशास्त्र, पर्यावरण विज्ञान तथा तेलुगु भाषा का अध्यापन करती रहीं हैं। आजकल वे आउटरीच कार्यक्रम के तहत एससीईआरटी, आन्ध्रप्रदेश के साथ उनके पाठ्यक्रम सुधार तथा प्राथमिक स्तर की गणित पाठ्यपुस्तकों के निर्माण में संलग्न हैं। 1990 के दशक में उन्होंने जाने-माने गणितज्ञ श्री पी.के. श्रीनिवासन के साथ काम किया है। वे ऋषिवैली स्कूल की मल्टीग्रेड लर्निंग प्रोग्राम टीम का हिस्सा भी रही हैं, जिसे ‘स्कूल इन ए बाक्स’ के नाम से जाना जाता है। उनसे padmapriya.shirali@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।

यह अजीम प्रेमजी विश्वविद्यालय तथा कम्युनिटी मैथमैटिक्स सेन्टर, ऋषिवैली की संयुक्त पत्रिका Azim Premji University At Right Angles (a resource for school mathematics) Volume 5, N0.2 July, 2016 में प्रकाशित Teaching Area and Perimeter का अनुवाद है।

अनुवाद : कविता तिवारी सम्पादन : राजेश उत्साही