ಘಾತಸೂಚಿಗಳು ಮತ್ತು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

ಆಂಗ್ಲ ಮೂಲ: ಪದ್ಮಪ್ರಿಯಾ ಶಿರಾಲಿ

ಕನ್ನಡಾನುವಾದ: ಚೈತನ್ಯ ಅಸೋಸೊಯೇಟ್ಸ್ ಮೈಸೂರು (ವಿಶ್ವನಾಥ್)

ಬೀಜಗಣಿತದ ಪರಿಚಯ ಎಂಬ ಸರಣಿಯಲ್ಲಿ ಇದು ನಾಲ್ಕನೇ ಲೇಖನ. ಮೊದಲ ಲೇಖನವು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು "ವಿನ್ಯಾಸದ ಭಾಷೆ" ಎಂಬಂತೆ ಕಂಡು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವತ್ತ ಹಾಗೂ ಪದಗಳು ಮತ್ತು ಉಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸುವತ್ತ ಗಮನವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಿತ್ತು. ಎರಡನೆಯದು, ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು "ಚಿತ್ತಾರದ ಭಾಷೆ"ಯನ್ನಾಗಿ ಕಂಡು, ಚಿತ್ತಾರಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸುವತ್ತ ಗಮನ ಹರಿಸಿತು. ಮೂರನೆಯದು "ತಕ್ಕಡಿಯ ವಿಧಾನ" ಮತ್ತು "ಯಂತ್ರ ವಿಧಾನ"ಗಳ ಮೂಲಕ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿತು. ಇಷ್ಟಾದರೂ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಉನ್ನತ ಬೀಜಗಣಿತದತ್ತ ಮುಖಮಾಡಿದಾಗ ಸಮೀಕರಣಗಳ ವಿಷಯವು ತನ್ನ ಅಗಾಧ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯಿಂದಾಗಿ ಜಟಿಲವಾಗುತ್ತಾ ಸಾಗುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ, ಉನ್ನತ ಡಿಗ್ರಿ ಗಣಿತೀಯ ಉಕ್ತಿಗಳ ಸರಳೀಕರಣ ಹಾಗೂ ಪರಿಹಾರಗಳ ವಿಷಯವೂ ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

ಉನ್ನತ ಡಿಗ್ರಿ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಉಕ್ತಿಗಳ ವಿಸ್ತರಣೆ, ಅಪವರ್ತೀಕರಣ ಮತ್ತು ಸರಳೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಪೂರ್ವಗಾಮಿಯಾಗಿ ಘಾತಸೂಚಿ ನಿಯಮಗಳು ಮತ್ತು ಮೂಲಭೂತ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳ ಅಧ್ಯಯನ ಬರುತ್ತದೆ. ಬಹಳಷ್ಟು ಸಲ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತನಕ್ಕೆ ಅನುಗಣವಾಗಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಪ್ರಯೋಗವಾಗಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ನಿಭಾಯಿಸುವಾಗಲೂ ಘಾತಸೂಚಿ ನಿಯಮಗಳು ಬಳಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ಅವುಗಳ ಘಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಾಗ ಘಾತಸೂಚಿ ನಿಯಮಗಳು ಬಳಕೆಯಾಗುತ್ತವೆ.

ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ನಾವು ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು (ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕ ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ) ಹಾಗೂ ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮೂಲಭೂತ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೊರಟಿದ್ದೇವೆ. ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಪ್ರಯೋಗ ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಕಾಣಲಾರಿರಿ.

ಸೂಚನೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವಾಗ ಒಮ್ಮೆಗೆ ಒಂದೇ ಅಂಶವನ್ನು ಕೈಗೆತ್ತಿಕೊಂಡು, ಕ್ರಮೇಣ ಅದು ವಿಕಸಗೊಳ್ಳುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅತಿಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಹೊರತು, ಅನೇಕ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನಾಗಲೀ, ಪ್ರಕಾರಗಳನ್ನಾಗಲೀ ಒಮ್ಮೆಗೆ ಪರಿಚಯಿಸುವುದಲ್ಲ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 1

ಉದ್ದೇಶ: 10ರ ದೊಡ್ಡ ಘಾತಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು. ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು.

ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ:

ಮಿಲಿಯನ್ ಮತ್ತು ಕೋಟಿವರೆಗಿನ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪರಿಚಯ

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನೀಕರಣ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು (10 ರ ಸೂಕ್ತ ಘಾತಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸಲಾದ) ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಪತ್ರಿಕೆಗಳಿಂದ ಅಥವಾ (ಅಟ್ಲಾಸ್, ಭೂಗೋಳ ಪುಸ್ತಕಗಳಂತಹ) ಪುಸ್ತಕಗಳಿಂದ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ತಮ್ಮೊಂದಿಗೆ ತರಲಿ.

ಅವರಿಗೆ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಾಗವಾಗಿ ಓದಲು ಮತ್ತು ಬರೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಬರೆಯಲು ಕೆಲವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಂಡು ಅಂತಹ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಮತ್ತು ಓದಲು ಇರುವ ತೊಡಕುಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ: ಸೂರ್ಯ ಭೂಮಿಯಿಂದ 150,000,000 km ದೂರದಲ್ಲಿ ಇದ್ದಾನೆ. ಸೂರ್ಯನಿಗೆ ಅತಿ ಹತ್ತಿರದ ನಕ್ಷತ್ರವಾದ ಪ್ರಾಕ್ಸಿಮಾ ಸೆಂಟಾರಿ ಎಂಬ ಕೆಂಪುದೈತ್ಯವು ಭೂಮಿಯಿಂದ 40,208,000,000,000 kmಗಳಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬರೆಯುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅವರಿಗೆ ತೋರಿಸಿ:

1,00,000 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10x10x10x10x10 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದನ್ನು 10^5 ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇದನ್ನು ಗಟ್ಟಿಯಾಗಿ “10ರ ಘಾತ 5” ಎಂದು ಉಚ್ಚರಿಸಿ ತೋರಿಸುವುದು ಬಹು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೂ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ನೋಡುವುದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ವಾಡಿಕೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದು ಅವರಿಗೆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವುದೇ ಚಿಹ್ನೆಯಿಲ್ಲದೆ ಬರೆದಿರುವ ಮೊದಲ ಉದಾಹರಣೆ. ಈ ರೀತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ಮನನಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯ ಹಿಡಿಯುವುದು ಸಹಜ.

20,00,00,000ನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು:

2x10x10x10x10x10x10x10x10.

ಇದನ್ನು $2x10^8$ ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದನ್ನು “2 ಮತ್ತು 10ರ ಘಾತ 8ರ ಗುಣಲಬ್ಧ” ಎಂದು ಓದಿಕೊಳ್ಳಿ. ಇದು $(2x10)^8$ಕ್ಕೆ ಸಮವಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಅವರಿಗೆ ತಿಳಿಸಿಹೇಳಿ.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಸ್ತರಿಸಿದ ರೂಪ ಯಾವುದು? 20x20x20x20x20x20x20x20.

4,000,000,000ನ್ನು ಘಾತಾಂಕರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು: 4x10x10x10x10x10x10x10x10x10.

ಇದನ್ನು $4x10^9$ ಎಂದು ಬರೆದು, “4 ಮತ್ತು 10ರ ಘಾತ 9ರ ಗುಣಲಬ್ಧ” ಎಂದು ಓದಬಹುದು.

ಸೂಚನೆ: ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿ ಎಂಬ ಔಪಚಾರಿಕ ಪದಗಳನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಕಾಲದ ಬಳಿಕ ಪರಿಚಯಿಸಬಹುದು.

ಚಟುವಟಿಕೆ 2

ಉದ್ದೇಶ: ax3 ಮತ್ತು a^3 ಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಅರಿಯುವುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಳಗಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನವಿಟ್ಟು ನೋಡಿ, ಅವನ್ನು ವಿನ್ಯಾಸದ ಪರಿಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಿ:

$5 + 5 + 5 = 15 = 3 \times 5$
$2 + 2 + 2 = 6 = 3 \times 2$
$7 + 7 + 7 = 21 = 3 \times 7$
$a + a + a = 3a = 3 \times a$

ಬಳಿಕ ಈ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಲಿ:

$5 \times 5 \times 5 = 125$
$2 \times 2 \times 2 = 8$
$7 \times 7 \times 7 = 343$
$a \times a \times a = ???$ (ಇಲ್ಲಿ ಏನು ಬರಬೇಕೆಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವೆ?)

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮೇಲಿನ ಎರಡು ವಿನ್ಯಾಸಗಳಲ್ಲಿ ತಾವು ಗಮನಿಸಿದ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹೇಳಲಿ. ಮೊದಲನೆಯದು ಸಂಕಲನಾತ್ಮಕ ಸಂಬಂಧ. ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಮತ್ತೆ-ಮತ್ತೆ ಕೂಡಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಎರಡನೆಯದಾದರೋ, ಗುಣಾಕಾರಾತ್ಮಕ ಸಂಬಂಧ. ಇಲ್ಲಿ ಪರಿಮಾಣವೊಂದನ್ನು ಅದರಿಂದಲೇ ಮತ್ತೆ-ಮತ್ತೆ ಗುಣಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬರೆಯುವ ಹಾಗೂ ಓದುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಈಗ ಶಿಕ್ಷಕರು ತೋರಿಸಬಹುದು:
$5 \times 5 \times 5 = 125 = 5^3$ನ್ನು "5ರ ಘಾತ 3" ಎಂದೂ,
$2 \times 2 \times 2 = 8 = 2^3$ "2 ರ ಘಾತ 3" ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು.
$7 \times 7 \times 7 = 343 = 7^3$ ಅನ್ನು "7 ರ ಘಾತ 3" ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

$a \times a \times a = a^3$ ಅನ್ನು "a ಯ ಘಾತ 3" ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

ಎಚ್ಚರಿಕೆ: 4^3 ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ ಇದನ್ನು 4×3 ಎಂದು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಆರಂಭಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸರ್ವೇಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಮಾಡುವ ತಪ್ಪು. ಏಕೆಂದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಿನ್ನೂ a^3 ರ ಅರ್ಥವು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಮನದಟ್ಟಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

"_ರ ಘಾತಾಂಕ" ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಲಪಡಿಸಲು ಬಹಳಷ್ಟು ಮೌಖಿಕ ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುವುದು ಒಳಿತು.

ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲೇ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಹಾಕಿ ಮುವ್ವತ್ತು ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಬಳಸಬಹುದು.

ಶಿಕ್ಷಕರು "3 ರ ಘಾತ 4" ಎನ್ನುತ್ತಿದ್ದಂತೆಯೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮುವ್ವತ್ತು ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ ಹೇಳಬೇಕು.

ಹಾಗೆಯೇ, ಶಿಕ್ಷಕರು "64" ಎನ್ನುತ್ತಿದ್ದಂತೆಯೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಹೇಳಬೇಕು: "2 ರ ಘಾತ 6" ಅಥವಾ "4 ರ ಘಾತ 3" ಅಥವಾ "8 ರ ಘಾತ 2".

ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ವಿಧಾನ

ಚಿತ್ರ 1

2^1 ಅನ್ನು 2 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಉದ್ದದ ಸರಳರೇಖೆಯೆಂದು ಚಿತ್ರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು
2^2 ಅನ್ನು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 2 ಮಾನಗಳಿರುವ ಚೌಕವೆಂದು ಚಿತ್ರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು
2^3 ಅನ್ನು ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದ 2 ಮಾನಗಳಿರುವ ಘನವೆಂದು ಚಿತ್ರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು
2^4 ಅನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಬಗ್ಗೆ ಯಾವುದು?
ಕೆಳಗೆ ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ:

ಚಿತ್ರ 2

ಚಟುವಟಿಕೆ 3

ಉದ್ದೇಶ: ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನ್ವೇಷಣೆ

ಪೂರ್ವ ಜ್ಞಾನ: ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತೀಕರಣ

ಘಾತಾಂಕವಾಗಿ ಎರಡು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿ.

ಉದಾಹರಣೆ: $16 = 2^4 = 4^2$.

1 ಮತ್ತು 100ರ ನಡುವೆ ಅಂತಹ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ?

ಘಾತಾಂಕವಾಗಿ ಮೂರು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿ.

1 ಮತ್ತು 100ರ ನಡುವೆ ಅಂತಹ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ?

1ರಿಂದ 200ರ ನಡುವಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸಬಹುದು?

ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ತಮಗೆ ತಾವೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹಾಕಿಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲರೆ?

ಈ ರೀತಿಯ ಅನ್ವೇಷಣೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಿದೆಯೆ?
ಆಟ 1
ಉದ್ದೇಶ: ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದರ ಅಭ್ಯಾಸ

ಸಾಮಗ್ರಿ: 16 ಕಾರ್ಡುಗಳು

ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಾಗುವ 8 ಜೋಡಿ ಕಾರ್ಡುಗಳ 16 ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಪ್ರತಿ ಜೋಡಿಯೂ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸುವ ಎರಡು ಕಾರ್ಡುಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(**ಉದಾಹರಣೆ:** 2^4, 16; $4 \times 4 \times 4$, 2^6; $3 + 3 + 3$, 3^2)
ಈಗ ಈ ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಮುಖ ಕಾಣದಂತೆ ಕೆಳಗಿಟ್ಟು, ಅವುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ “ನೆನೆಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಆಟ”ವೊಂದನ್ನು ಆಡಬಹುದು.

ಸೂಚನೆ: ಸೂಕ್ತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಲ್ಪಡುವ ಮುನ್ನ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಘಾತಸೂಚಿಯಾಗಿ ಬಳಸದೇ ಇರುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 4

ಉದ್ದೇಶ: ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವಾಗ ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು: a^m x a^n = $a^{(m+n)}$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನೂ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನಿಯಮವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಿ:

5ನ್ನು 5 ರಿಂದ ಸಲ ಗುಣಿಸುವುದು x 5ನ್ನು 5 ರಿಂದ 2 ಸಲ ಗುಣಿಸುವುದು = 5ನ್ನು 5 ರಿಂದ (3 + 2) ಸಲ ಗುಣಿಸುವುದು:

(5 × 5 × 5) × (5 × 5) = 5 × 5 × 5 × 5 × 5 × 5

$5^3 \times 5^2 = 5^{(3+2)} = 5^5$

ಉದಾ. 2: $2^4 \times 2^5$ ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

ಉದಾ. 3: $3^4 \times 3^3$ ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಂಡು, ಗಮನವಿಟ್ಟು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಈ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ:

$5^3 \times 5^2 = 5^{(3+2)}$
$2^4 \times 2^5 = 2^{(4+5)}$
$3^4 \times 3^3 = 3^{(4+3)}$
a^m x a^n = $a^{(m+n)}$

ಎಚ್ಚರಿಕೆ: ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸುವಾಗ ತಪ್ಪುಗಳಾಗುವ ಸಂಭವವೇ ಹೆಚ್ಚು.

ಅವರಿಗೆ, a^m x a^n ಅಂದರೆ, $a^m + a^n$ ಅಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಮನದಟ್ಟಾಗಬೇಕು.

ಈ ಹಿಂದೆ ನೋಡಿರುವಂತೆ $5^3 \times 5^2$ ಎಂಬುದು (5ರ ಘಾತ 3 ಮತ್ತು 5ರ ಘಾತ 2 ರ ಗುಣಲಬ್ಧ = 5 ರ ಘಾತ (3 + 2) ಅಥವಾ 5).

ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತಹ ತಪ್ಪು ಆಗುವುದನ್ನು ತಡೆಯಲು ಇದನ್ನು ಅನೇಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಡನೆ ಮಾಡಬಹುದು.

ಯಾವ ಅಪವರ್ತನವು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಎಷ್ಟು ಸಲ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನನೀಡುವಂತೆ ಶಿಕ್ಷಕರು ಅವರಿಗೆ ನೆರವಾಗಬೇಕು.

$a^m + a^n$ ಎಂಬುದು $a^{(m+n)}$ ಗೆ ಸಮವಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮನದಟ್ಟು ಮಾಡಿಸಬೇಕು.

- ಈ ದೋಷಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಯಾವ ವಿಧಾನಗಳು ನೆರವಾಗಬಲ್ಲವು?
- ದೃಶ್ಯರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡುವುದು ನೆರವಾಗುತ್ತದೆಯೆ? ಅಭ್ಯಾಸದ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತವೆಯೆ? ಸರಿ/ತಪ್ಪು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ನೆರವಾಗುತ್ತವೆಯೆ?

ಈ ರೀತಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ದೋಷಗಳ ಪಟ್ಟಿಯೊಂದನ್ನು ತಯಾರಿಸಿಕೊಂಡು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರತಿ ತಂಡಕ್ಕೆ ಒಂದರಂತೆ ನೀಡಿ, ಅವರು ತಮ್ಮ ನಡುವೆ ಈ ದೋಷಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ, ಬಳಿಕ ಯಾಕೆ ಇವು ದೋಷಪೂರಿತ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಾರಣಸಹಿತವಾಗಿ ಇಡೀ ತರಗತಿಯೊಂದಿಗೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ಸಹಾಯಕಾರಿ ಎಂದು ನಾನು ನನ್ನ ಅನುಭವದಿಂದ ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ದೋಷಪೂರಿತ ನಿಯಮಗಳು ಸರಿಯೇ, ಅಲ್ಲವೇ ಎಂದು ತಾಳೆನೋಡಲು ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು.

ಸೂಚನೆ: ಈಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ “ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ” ಮತ್ತು “ಘಾತಸೂಚಿ” ಎಂಬ ಪದಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಬಹುದು.

ಯಾವ ಪರಿಮಾಣವು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗುತ್ತದೋ ಅದನ್ನು **ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಪರಿಮಾಣವೊಂದು ಎಷ್ಟು ಸಲ ತನ್ನೊಂದಿಗೇ ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದೇ ಘಾತಸೂಚಿ.

ನಾವು “ಸಹಗುಣಕ”ವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವ ವೇಳೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು “ಘಾತಸೂಚಿ” ಮತ್ತು “ಸಹಗುಣಕಗಳ” ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಗೊಂದಲಕ್ಕೆ ಒಳಗಾಗದಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 5

ಉದ್ದೇಶ: ಸಮಾನ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವಾಗ ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು: $a^m \div a^n = a^{(m-n)}$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನೂ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನಿಯಮವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಿ:

ಉದಾ. 1. $4^5 \div 4^2$ ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

4ನ್ನು 4ರೊಂದಿಗೆ 5 ಸಲ ಗುಣಿಸುವುದು x 4ನ್ನು 4ರೊಡನೆ 2 ಸಲ ಗುಣಿಸುವುದು = 4ನ್ನು 4ರೊಂದಿಗೆ (5 - 2) ಸಲ ಗುಣಿಸುವುದು.

$(4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4)/(4 \times 4) = 4 \times 4 \times 4$
$4^5 \div 4^2 = 4^{(5-2)} = 4^3$

ಉದಾ. 2. $7^8 \div 7^3$ ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

ಉದಾ. 3. $3^4 \div 3^3$ ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಂಡು, ಗಮನವಿಟ್ಟು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಈ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸಲಿ:

- $4^5 \div 4^2 = 4^{(5-2)} = 43$
- $7^8 \div 7^3 = 7^{(8-3)} = 7^5$
- $3^4 \div 3^3 = 3^{(4-3)} = 3^1$
- $a^m \div a^n = a^{(m-n)}$

ಛೇದದಲ್ಲಿ ಅಂಶದಲ್ಲಿ ಇರುವುದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಥವಾ ಸಮಾನ ಘಾತಸೂಚಿ ಕಂಡುಬಂದರೆ ಏನು ಮಾಡುವುದು ಎಂದು ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕುತೂಹಲ ತೋರಬಹುದು. ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪದರಲ್ಲೆ ಚರ್ಚಿಸುವವರಿದ್ದೇವೆ ಎಂದು ಶಿಕ್ಷಕರು ತಿಳಿಸಬಹುದು.

ಎಚ್ಚರಿಕೆ: ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸುವಾಗ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಆಗುವ ತಪ್ಪುಗಳ ಕಡೆಗೆ ಗಮನವಿರಲಿ. $a^m \div a^n$ ಎಂದರೆ $a^m - a^n$ ಅಲ್ಲ, ಹಾಗೂ $a^m - a^n$ ನ ಬೆಲೆ $a^{(m-n)}$ಗೆ ಸಮವಲ್ಲ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮನವರಿಕೆಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು $3^4 \times 2^3 = 6^7$ ಎಂಬಂತಹ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಅಂತಹ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಹಿಂತಿರುಗಿ ತಪ್ಪುಗ್ರಹಿಕೆಯನ್ನು ಹೋಗಲಾಡಿಸುವುದು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಎಂತೋ, ಅಂತೆಯೇ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗದವುಗಳನ್ನೂ ನೀಡಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $3^4 \times 2^3$ ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಘಾತಸೂಚಿ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 6

ಉದ್ದೇಶ: ಘಾತಸೂಚಿ ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದಾಗ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು: $a^m \times b^m = (a \times b)^m$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನೂ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ನಿಯಮವನ್ನು ತಾವೇ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಿ:

ಉದಾ. 1. $3^3 \times 5^3$ ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?
$2^4 \times 3^4$ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?
$6^2 \times 4^2$ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯಲು ಬಿಡಿ:

- $3^3 \times 5^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$
- $2^4 \times 3^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
- $6^2 \times 4^2 = 6 \times 6 \times 4 \times 4$

ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಹಾಗೂ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಮೊದಲನೇ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು: $3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5$.

ಇದನ್ನು ಈಗ $15 \times 15 \times 15$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದಾಗಿದ್ದು, ಅದು 15^3 ಆಗುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದೇ ರೀತಿ ಉಳಿದ ಎರಡನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸುವಂತೆ ಹೇಳಿ:

- $3^3 \times 5^3 = 15^3$
- $2^4 \times 3^4 = 6^4$
- $6^2 \times 4^2 = 24^2$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ $a^m \times b^m = (ab)^m$ ಎಂಬ ವಿನ್ಯಾಸ ಗೋಚರಿಸುತ್ತಿದೆಯೇ?

ಚಟುವಟಿಕೆ 7

ಉದ್ದೇಶ: $a^m / b^m = (a/b)^m$ ಎಂದು ತೋರಿಸುವುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನೂ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನಿಯಮವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಿ:

ಉದಾ. 1. $5^8 \div 2^8$ ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?
- $3^7 \div 5^7$ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?
- $6^9 \div 2^9$ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯಲು ಹೇಳಿ:

$5^8/2^8 = (5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)/(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

ಇದನ್ನು $5/2 \times 5/2 \times 5/2 \times 5/2 \times 5/2 \times 5/2 \times 5/2 \times 5/2 = (5/2)^8$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇದೇ ರೀತಿ, $3^7/5^7$ ನ್ನು $(3/5)^7$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

$6^9/2^9$ ರ ಬೆಲೆ $(6/2)^9$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, $a^m / b^m = (a/b)^m$ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 8:

ಉದ್ದೇಶ: $a^0 = 1$ ಎಂದು ತೋರಿಸುವುದು.

ವಿವರಣೆ 1: ಇದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಹಾಗೂ $a^{(m-n)} = a^m / a^n$ ನಿಯಮದ ಪೂರ್ವ ಜ್ಞಾನದ ಅನ್ವಯವನ್ನು ಬೇಡುತ್ತದೆ:

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿ:

- $3^4/3^4$ ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?
- $(3 \times 3 \times 3 \times 3)/(3 \times 3 \times 3 \times 3) = ?$
- $2^5/2^5$ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?
- $7^2/7^2$ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿಯೂ ಉತ್ತರ 1 ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಈಗ, $a^m / a^n = a^{(m-n)}$ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಲು ಹೇಳಿ.

ಇದನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ, ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಉತ್ತರಗಳು ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ಇರುತ್ತವೆ:

• $3^4/3^4 = 3^{(4-4)} = 3^0$
• $2^5/2^5 = 2^{(5-5)} = 2^0$
• $7^2/7^2 = 7^{(2-2)} = 7^0$

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಉತ್ತರ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಈಗಾಗಲೇ ಕಂಡುಕೊಂಡಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $3^0 = 1$
$2^0 = 1$
$7^0 = 1$

ಇದನ್ನೇ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿ ಬರೆದರೆ, $a^0 = 1$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ವಿವರಣೆ 2: ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿ ಲೆಕ್ಕದ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಾಗ ದೊರೆಯುವ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಲಿ.

• 25 = 32
• 24 = 16
• 23 = 8
• 22 = 4
• 21 = 2
• 20 = ?

ಪ್ರತಿ ಮುಂದಿನ ಉತ್ತರವು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಉತ್ತರದ ½ ಆಗಿದೆ.

• 32ರ 1/2 ಎಂದರೆ 16.

• 16ರ ½ ಎಂದರೆ 8.

• 8ರ ½ ಎಂದರೆ 4.

• 4ರ ½ ಎಂದರೆ 2.

ಇದೇ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2 ರ ½ ಆಗಬೇಕಾಗುವುದು. ಅಂದರೆ, 1.

ಆದ್ದರಿಂದ, 2^0 is 1.

ಘಾತಸೂಚಿಯು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುವ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಮುಂದೆ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಉದಾ.,$2^{(-1)}$ ಅಥವಾ $3^{(-2)}$.

ಚಟುವಟಿಕೆ 9

ಉದ್ದೇಶ : ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯವಾಗುವಂತೆ ಘಾತಸೂಚಿಯ ನಿಯಮಗಳ ವಿಸ್ತರಣೆ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ, ಅವರ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಲು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತಹ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸಲು ಹೇಳಬಹುದು:

• $a^l \times a^m \times a^n$
• $(a^c \times a^d)\ a^e$
• $a^x\ (a^y \times a^z)$

ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಹೋಲಿಕೆ, ಜೋಡಣೆ ಕ್ರಮ ಹಾಗೂ ಸರಳೀಕರಣಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದು.

ಚಟುವಟಿಕೆ 10

ಉದ್ದೇಶ: ಘಾತಸೂಚಿಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಸಹಗುಣಕಗಳಿರುವ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸುವುದು

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತೋರಿಸುವ ಆವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ. $4x^2$ ಮತ್ತು $(4x)^2$ ಎರಡೂ ಸಮವೆ?

$-16x^2$ ಮತ್ತು $(-4x)^2$ ಎರಡೂ ಸಮವೆ?

ಆವರಣಗಳ ಸರಿಯಾದ ಬಳಕೆಗೆ ಮತ್ತು ಯಾವ ಪರಿಮಾಣದ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬೇಕೋ ಅದನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಗಮನ ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 11

ಉದ್ದೇಶ: $(a + b)^2=$ ಏನು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು

ಚಿತ್ರ 3

ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದವೊಂದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಕಾಗದವನ್ನು ಮಡಚುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿ.

ಎರಡು ಭಿನ್ನ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 3 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ a ಮತ್ತು b *ಎಂದು* ಗುರುತುಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲಿ.

- ಮೊದಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? $a + b$
- ಮೊದಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? $(a + b)^2$
- ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? a^2
- ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? b^2
- ಪ್ರತಿ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? ab, ab
- ಮೇಲಿನ ಮೂರರ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು? $a^2 + 2ab + b^2$

ಹೀಗಾಗಿ, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ಚಿತ್ರ 4

ಚಿತ್ರ 4 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಶಿಕ್ಷಕರು ಇದನ್ನು ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಚುಕ್ಕೆ ಇಟ್ಟು ಕೂಡ ತೋರಿಸಬಹುದು.

$(3 + 2)(3 + 2) = 3 \times 3 + 3 \times 2 + 3 \times 2 + 2 \times 2$

ಇದನ್ನು, $(3 + 2)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2 + 2^2$ ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

a = 3 ಮತ್ತು b = 2 ಆದರೆ, ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 12

ಉದ್ದೇಶ: $(a - b)^2$ = ಏನು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು

a ಮತ್ತು b ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ, $b < a$ ಆದಾಗ ಕೆಳಗೆ ವಿವರಿಸಿರುವ ವಿಧಾನವು ಕೆಲಸಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದವೊಂದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಕಾಗದವನ್ನು ಮಡಚುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿ.

ಎರಡು ಭಿನ್ನ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 5 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ a ಮತ್ತು b *ಎಂದು* ಗುರುತುಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲಿ.

ಚಿತ್ರ 5

- ಮೊದಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? a
- ಮೊದಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? a^2
- ಕತ್ತರಿಸಲ್ಪಡುತ್ತಿರುವ ಭಾಗದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? b
- ಉಳಿದ ಭಾಗದ ರೇಖೆಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? $a - b$
- ಕಂದು ಬಣ್ಣದ ಚೌಕ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಅದರ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು $a - b$ ಆಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಕಂದು ಬಣ್ಣದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(a - b)^2$ ಆಗಿದೆ.

- ಚಿಕ್ಕ ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? b^2
- ಬಿಡಿಸಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಪ್ರತಿ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? ab
- ಈ ಎರಡೂ ಆಯತಗಳನ್ನು (ಗಾತ್ರ ab) ತೆಗೆದುಹಾಕಲು ಆಗುತ್ತದೆಯೆ?

ಈ ಎರಡೂ ಆಯತಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಹಾಕಿದರೆ b^2 ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಎರಡು ಸಲ ತೆಗೆದುಹಾಕಿದಂತೆ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಇದನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸಲು ಒಂದು b^2 ನ್ನು ಮರಳಿ ಹಾಕಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

ಇದನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆಯೂ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು:

x	a	-b
a	a^2	-ab
-b	-ab	b^2

ಚಟುವಟಿಕೆ 13

ಉದ್ದೇಶ: ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$ನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ವಿಧಾನ.

a ಮತ್ತು b ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ, $b < a$ ಆದಾಗ ಕೆಳಗೆ ವಿವರಿಸಿರುವ ವಿಧಾನವು ಸೂಕ್ತ.

ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದವೊಂದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಕಾಗದವನ್ನು ಮಡಚುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿ.

ಎರಡು ಭಿನ್ನ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 6ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ a ಮತ್ತು b ಎಂದು ಗುರುತು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲಿ.

- ಮೊದಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? a
- ಮೊದಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? a^2
- ಕತ್ತರಿಸಲ್ಪಡುತ್ತಿರುವ ಭಾಗದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? b
- ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದ ಚೌಕಾಕಾರ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಚಿತ್ರ 7

ಉಳಿದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 7ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಹೊಸದಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

- ಹೊಸದಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿಕೊಂಡ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? $a + b$
- ಹೊಸದಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿಕೊಂಡ ಆಯತದ ಅಗಲ ಎಷ್ಟು? $a - b$
- ಹೊಸದಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿಕೊಂಡ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? $(a + b)\ (a - b)$

ಹೀಗಾಗಿ, $a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$

ಹೆಚ್ಚಿನ ಓದಿಗಾಗಿ:

ಘಾತಸೂಚಿಗಳು:

ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು:

ಹಾಸುಗಲ್ಲಿನ ಬೀಜಗಣಿತ:

ಪದ್ಮಪ್ರಿಯಾ ಶಿರಾಲಿ ಅವರು ಪುಣೆಯ ಸಹ್ಯಾದ್ರಿ ಶಾಲೆ ಮತ್ತು ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶದ ಋಷಿ ವ್ಯಾಲಿ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿನ ಸಮುದಾಯ ಗಣಿತ ಕೇಂದ್ರದ ಭಾಗವಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಇಲ್ಲಿ 1983ರಿಂದ ಗಣಿತ, ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಆಪ್ಲಿಕೇಷನ್ಸ್, ಭೂಗೋಳ, ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ, ಪರಿಸರ ಅಧ್ಯಯನ ಹಾಗೂ ತೆಲುಗುಗಳಂಥ ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಬೋಧಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಕಳೆದ ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಅವರು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಒತ್ತಾಸೆಯಾಗಿ ನಿಲ್ಲುವ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ನಿರತರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ಅವರು SCERTಯೊಂದಿಗೆ (ಆಂಧ್ರ ಪ್ರದೇಶ) ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಹಂತದ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಹಾಗೂ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಸುಧಾರಣೆ ತರುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕೆಲಸಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. 1990ರ ದಶಕದಲ್ಲಿ ಪದ್ಮಪ್ರಿಯಾ ಅವರು ಚೆನ್ನೈನ ಪ್ರಖ್ಯಾತ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣತಜ್ಞರಾದ ದಿವಂಗತ ಶ್ರೀ ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್ ಅವರ ನಿಕಟವರ್ತಿಯಾಗಿ ಕೆಲಸಮಾಡಿದ್ದರು. ಇವರು "ಸ್ಕೂಲ್ ಇನ್ ಎ ಬಾಕ್ಸ್" ಎಂದೇ ಪರಿಚಿತವಾಗಿರುವ ಋಷಿ ವ್ಯಾಲಿ ಗ್ರಾಮೀಣ ಕೇಂದ್ರದ ಬಹು ಹಂತಗಳ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಕಲಿಕಾ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ನೆಲೆಗೊಳಿಸಿದ ತಂಡದ ಭಾಗವಾಗಿದ್ದರು. ಪದ್ಮಪ್ರಿಯಾ ಅವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: padmapriya.shirali@gmail.com