# ದೋಷಗಳ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ಮೂಲಕ ಜ್ಞಾನಾರ್ಥಿಗಳ ಯೋಚನಾಕ್ರಮವನ್ನು ಅರಿಯುವುದು

– ಮೂಲ: ಶಿಖಾ ಟಕ್ಕೇರ್

– ಅನುವಾದ: ಅಮರ ಬಿ

At Right Angles ನ ನವೆಂಬರ್ 2018ರ ಸಂಚಿಕೆಯ 'ತರಗತಿ' ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರೊ. ಹೃದ್ಯಕಾಂತ್ ದಿವಾನ್ ಅವರು ಅಂಕಗಣಿತದಲ್ಲಿನ ದೋಷಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದ ಕುರಿತು ಬರೆದಿದ್ದರು. ಅಂಕಗಣಿತ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುವ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಆ ಬರಹ ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಿತ್ತು. ಶಿಕ್ಷಕರು ನೀಡುವ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಪ್ಪು ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಹಾಗು ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ/ತತ್ವಗ್ರಹಿಕೆಯ/ವಿಷಯಾಧಾರಿತ ಕಲಿಕೆಯಿಂದ ವಿಮುಖರಾಗುವಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೊಡುಗೆಯನ್ನೇ ನೀಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ಲೇಖಕರು ಅಭಿಪ್ರಾಯ ಪಡುತ್ತಾರೆ. ಈ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನು ಲೇಖಕರು 'ತತ್–ಕ್ಷಣದ ಪರಿಹಾರಗಳು' ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅತಿಯಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವುದೇ ಈ ದೋಷಗಳಿಗೆ ಕಾರಣ ಆಗಿರಬಹುದು ಎಂದು ಅವರು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಅಗತ್ಯ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಬಳಸಲಾಗುವ ಅಡ್ಡದಾರಿಗಳ ಮುಖೇನ ಈ ದೋಷಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಲುಪುತ್ತವೆ ಎಂಬ ಮಾತನ್ನೂ ಅವರು ಸೇರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಅವರು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಕಲಿಕೆಗೆ ನೆರವಾಗುವಂತೆ ಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿರಿ ಎಂದು ಶಿಕ್ಷಕರಲ್ಲಿ ಮನವಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.

ಪ್ರಸ್ತುತ ಬರಹ, ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ದೋಷಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ಹಾಗು ಪರಿಹರಿಸುವ ಅಗತ್ಯತೆಯ ಕುರಿತು ಪ್ರೊ. ದಿವಾನ್ ಮುಂದಿಟ್ಟ ವಾದಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುವ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಅವರ ಯೋಚನಾಕ್ರಮವನ್ನು ಪ್ರವೇಶಿಸುವ ಇವರ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತಲೇ, ಆ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಹಾಗು ಸುಧಾರಿತ ರೀತಿಯಿಂದ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಾನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಾದಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸುತ್ತೇನೆ –

ಅ) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುವ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸದೇ ಇರುವುದು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ. ಬದಲಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ತನ್ನ ಬಳಿ ಈಗಾಗಲೇ ಇರುವ ಜ್ಞಾನ ಹಾಗು ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳಿಂದ ಹೊಸ ಮಾಹಿತಿಯೊಂದನ್ನು ಅರ್ಥೈಸುವ ಪ್ರಯತ್ನದಿಂದಾಗಿಯೇ ದೋಷಗಳು ಉಂಟಾಗಬಹುದು ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಅರಿಯಬೇಕು. ದೋಷಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಚಿಂತನಾಕ್ರಮವನ್ನು ಅರಿಯಲು ನೆರವಾಗುತ್ತದೆಯಲ್ಲದೆ, ಅವರಿಗೆ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಕಷ್ಟವಾಗುತ್ತಿರುವ ವಿಷಯ ಯಾವುದು ಎನ್ನುವುದರ ಬದಲು ಉಪ–ವಿಷಯ ಯಾವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ. ಗಣಿತ ತರಗತಿಗಳ ಕುರಿತ ನನ್ನ ಸಂಶೋಧನೆಯಿಂದಲೂ, ಸಂಶೋಧನಾ ಸಾಹಿತ್ಯದಲ್ಲಿ ಸಿಗುವ ಮಾಹಿತಿಯಿಂದಲೂ ಸಾಕ್ಷ್ಯಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಮೇಲಿನ ನನ್ನ ವಿಚಾರವನ್ನು ಪುಷ್ಟೀಕರಿಸುತ್ತೇನೆ.

ಆ) ದೋಷಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಗಣಿತದ ಮೂಲವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದರೊಂದಿಗೆ ಆ ಗಣಿತವು ಯಾವ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದೂ ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ. ಇದು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಯೋಚನಾಕ್ರಮವನ್ನು ಹತ್ತಿರದಿಂದ ಅರಿಯುವಲ್ಲಿ[01] ನೆರವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಅಂಶವನ್ನು ಕೊಂಚ ದೂರದಿಂದ ಸ್ಥೂಲವಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸುವುದೂ ಅಷ್ಟೇ ಮುಖ್ಯವಾದದ್ದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮುಂದಿನ ಕಲಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ದೋಷಗಳು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಪರಿಣಾಮವನ್ನು ಅರಿಯಲು ಇದು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಇ) ವಿಷಯಾಧಾರಿತ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುವಾಗುವಂತೆ ಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರಿಂದ ನಿರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತಿರುವಂತೆಯೇ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರಗಳ ಹಿಂದಿರುವ ಗಣಿತದ ರೂಪಗಳನ್ನು (ಅವು ದೋಷಗಳ, ವಿವರಣೆಗಳ ಅಥವಾ ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರಬಹುದು) ಅರಿಯುವಲ್ಲಿ ಆ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಅಗತ್ಯ ನೆರವನ್ನು ನೀಡುವುದೂ ಮುಖ್ಯವಾದ ಕೆಲಸವಾಗಿದೆ. ಈ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ, ಸಹಭಾಗಿತ್ವ ವಿಧಾನವು ಶಿಕ್ಷಕರನ್ನು ಬೆಂಬಲಿಸುವ ದಾರಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು. ಈ ವಿಧಾನದ ಮೂಲಕ ಶಿಕ್ಷಕರು ಪಡುತ್ತಿರುವ ಕಷ್ಟಗಳನ್ನು ಅರಿತು, ಬೋಧನಕಲೆಯಲ್ಲಿ ಸುಧಾರಣೆಯನ್ನು ತರುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು ನಡೆಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಈ ಎಲ್ಲಾ ವಾದಗಳ ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತಲೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ದೋಷಗಳು' ಅಥವಾ 'ತಪ್ಪುಗ್ರಹಿಕೆಗಳು' ಎಂದರೇನು ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ಅರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ.

**ದೋಷಗಳ ವಿಜಾತೀಕರಣ:**

ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಹಂತದ ಗಣಿತವನ್ನು ಕಲಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದಾಗ ನಾನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎಲ್ಲಾ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು 'ತಾತ್ಸಾರದ/ನಿರ್ಲಕ್ಷ್ಯದ ದೋಷಗಳು' ಎಂದು ವರ್ಗೀಕರಿಸುತ್ತಿದ್ದೆ. ನನ್ನ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳು ಹಾಗು ಇತರೆ ರಾಜ್ಯಗಳ ಶಿಕ್ಷಕರ ಜೊತೆ ಚರ್ಚಿಸಿದ ಬಳಿಕ ಮತ್ತು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಶಾಲಾ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿಸಿದ ನಂತರ, ಹೀಗೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸುವುದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಎಂದು ಒಬ್ಬಳು ಸಂಶೋಧಕಿಯಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಂಡೆ. ಈ ವರ್ಗೀಕರಣದ ಚಿಂತನೆಗೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುವಂತೆ ಒಂದು ನಂಬಿಕೆ ಇದೆ. ಅದೇನೆಂದರೆ, ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ದೊರೆವ ಮಾರುತ್ತರಗಳು ಒಂದಾ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಸರಿ ಅಥವಾ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತಪ್ಪು; ಬೇರೆ ಆಯ್ಕೆಗಳಿಲ್ಲ. ಈ ಗ್ರಹಿಕೆ, ತಪ್ಪು ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಿರ್ಲಕ್ಷ್ಯದಿಂದಲೇ ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ರೂಪುಗೊಂಡಿದ್ದು. ಆದರೆ ವಾಸ್ತವದಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎಲ್ಲಾ ದೋಷಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಅಂಶವನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಚರ್ಚಿಸಲು ಕೆಲವು ದೋಷಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ (ಚಿತ್ರ 01 ನೋಡಿ).

ಅ) 256 ಅನ್ನು 319ಕ್ಕೆ ಕೂಡಿಸು.

ಉತ್ತರ: 265

+ 319

------

584

------

ಆ) 7ರ ಅತಿಚಿಕ್ಕ ಗುಣಿತ/ಅಪವರ್ತನ ಯಾವುದು?

ಉತ್ತರ: 14

ಚಿತ್ರ 01: ದೋಷಗಳ ಅಥವಾ ನಿರ್ಲಕ್ಷ್ಯದ ತಪ್ಪುಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಈ ಎರಡು ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು? ಮೊದಲ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರದಲ್ಲಿ (ಅ) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಕೂಡಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಮಾಡಿದ್ದರೂ ಆತ 256 ಬದಲು 265 ಅನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಈ ಬಗೆಯ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರ ಅತಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದೆ ಇಂತಹ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ನೀಡಬೇಕೋ ಬೇಡವೋ ಎಂಬ ಗೊಂದಲದಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಇರುತ್ತಾರೆ. ಈ ಗೊಂದಲಕ್ಕೆ ಕಾರಣ – ಯಾವ ವಿಷಯದ ಕುರಿತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತದೋ ಅದು ಆತನಿಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ ಎಂಬ ಅರಿವಾದರೂ ಕೊಟ್ಟ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಆತ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀಡಿರುವುದು. ಇನ್ನು ಎರಡನೆಯ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರದಲ್ಲಿ (ಆ) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ 'ಅತಿಚಿಕ್ಕ ಅಪವರ್ತನ' ಎಂಬುದು ಸರಿಯಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗಿಲ್ಲವೋ ಅಥವಾ 'ಅತಿಚಿಕ್ಕ' ಎಂಬುದನ್ನು ಆತ ಉಪೇಕ್ಷಿಸಿ ತಲೆಗೆ ಹೊಳೆದ 7ರ ಮೊದಲ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಬರೆದನೋ ಎಂಬುದು ಇಲ್ಲಿ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. 14 ಏಳರ ಅಪವರ್ತನ ಎಂಬುದಂತೂ ಖಂಡಿತವಾಗಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ಅನಿಸಿಕೆಯಂತೆ ಈ ದೋಷಗಳಿಗೆ ಮೂಲ ಕಾರಣಗಳು ಏನು? ಈ ದೋಷಗಳು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಓದದೇ ಇರುವುದರಿಂದಲೋ, ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಭಾಗವನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿದ್ದರಿಂದಲೋ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಪ್ಪಾಗಿ ಓದಿಕೊಂಡಿದ್ದರಿಂದಲೋ ಉಂಟಾಗುವವು. ರ್‍ಯಾನ್ ಮತ್ತು ವಿಲಿಯಮ್ಸ್ (2007) ಹೇಳುವ ಪ್ರಕಾರ ನೆನಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಪಡೆಯದೇ ಇರುವುದರಿಂದ, ಬೌದ್ಧಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಹೊರೆಯಿಂದ[02] ಅಥವಾ ಆತುರಾತುರವಾಗಿ ತೀರ್ಮಾನಗಳಿಗೆ ಬರುವುದರಿಂದ ಈ ರೀತಿಯ ದೋಷಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ಕಾರಣಗಳೊಂದಿಗೆ, ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಆತಂಕದಿಂದಾಗಿ ಅಥವಾ ಕಾರ್ಯಕ್ಷಮತೆಯ ಒತ್ತಡಗಳಿಂದಾಗಿ ಈ ದೋಷಗಳು ಮೂಡುತ್ತವೆ. ವಯಸ್ಕರಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಕೂಡ, ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಇಂತಹಾ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು, ದೋಷಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಎಡವುಗಳನ್ನು ಎಸಗುತ್ತಾರೆ. ಈ ದೋಷಗಳಿಗೂ ಕಲಿಯುವವರ ವಯಸ್ಸಿಗೂ ಯಾವ ನೇರ ಸಂಬಂಧವೂ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಇನ್ನೊಂದರ್ಥದಲ್ಲಿ, ದೋಷಗಳ ಈ ರೀತಿಯ ವಿಮರ್ಶೆಯು ಕಲಿಯುವವರ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಹಂತದ ಕುರಿತು ಮೌನವಹಿಸುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿಷಯವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿಲ್ಲ ಎನ್ನುವುದಕ್ಕಾಗಲಿ, ಅವರು ತಪ್ಪುತಪ್ಪಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸಿದ್ದಾರೆ (ಅಪಕಲ್ಪನೆ) ಎನ್ನುವುದಕ್ಕಾಗಲಿ 'ನಿರ್ಲಕ್ಷ್ಯದ ದೋಷಗಳು' ಎಂದು ಕರೆಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಈ ತಪ್ಪುಗಳು ಸರಿಯಾದ ಸಾಕ್ಷಿಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಕಾರಣ, ಈ ರೀತಿಯ ದೋಷಗಳು ಬೇರೆ ಬಗೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಲು ನಮ್ಮನ್ನು ಒತ್ತಾಯಿಸುತ್ತವೆ. ಅದೇನೆಂದರೆ, ತಮ್ಮ ಕಾರ್ಯಕ್ಷಮತೆಯನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ತೋರಿಸಬೇಕು ಎಂಬ ಒತ್ತಡಕ್ಕೆ ಒಳಗಾಗದೆ ಎದುರಿರುವ ಲೆಕ್ಕದ ಮೇಲೆ ತಮ್ಮ ಸಂಪೂರ್ಣ ಚಿತ್ತವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಿದಾಗಲೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮುಂಚಿನದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತಾರೆಯೇ? ಎಂಬುದು.

ಈವಾಗ, ಇನ್ನೊಂದು ಬಗೆಯ ದೋಷಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ (ಚಿತ್ರ 2 ಗಮನಿಸಿ). ದೋಷಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿ.

ಚಿತ್ರ 02: ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುವ ತಪ್ಪುಗಳು

ಅ) ಮೂರನೆಯ ತರಗತಿ: ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದು.

$$\begin{array}{r} 127 \\ +\ 534 \\ \hline \end{array}$$

6511

------

ಆ) 3–4ನೇ ತರಗತಿ: ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು.

727

– 534

-------

213

-------

ಇ) 2–5ನೇ ತರಗತಿ: ಕೂಡು/ಕಳೆಯ ವಾಕ್ಯಗಳು

$2 = 3 + 5$

ಈ) ಆರನೆಯ ತರಗತಿ: ದಶಮಾಂಶಗಳು

$0.5 \times 10 = 0.50$

ಉ) 5–6ನೇ ತರಗತಿ: ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಬೀಜಗಣಿತ

$(a + b)^2 = a^2 + b^2$

ಕೂಡಿಸುವ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ ವರ್ಗಾಯಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸರಿಯಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳದೇ ಇದ್ದಾಗ (ಅ) ರೀತಿಯ ದೋಷಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಕಮ್ಮೆ ಹಾಗು ಡಾಮಿನಿಕ್ (1997) ರ ಪ್ರಕಾರ, ಕೂಡಿಸುವಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುವ ವರ್ಗಾಯಿಸಬೇಕಾದ ಅಂಶವನ್ನು ಎಲ್ಲಿ ಇಡುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯದಿರುವುದೇ ಈ ಬಗೆಯ ದೋಷಗಳಿಗೆ ಕಾರಣ. ದೋಷ (ಅ) ಅಂತೆಯೇ ಕಳೆಯುವಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ದೋಷ (ಆ) ಇದೆ. ಇಲ್ಲಿ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲು–ಕೆಳಗಿನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸದೆಯೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತಾರೆ. ದೋಷ (ಇ) ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಲಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬಂದಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಕಲಿಯಲು ಶುರುಮಾಡಿದಾಗ ಅಥವಾ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ನಂತರದ ಸಮಯದಲ್ಲೂ ಕೂಡ ಈ ದೋಷವು ಸರ್ವೇಸಾಮಾನ್ಯ (ಫಾಲ್ಕನರ್, ಲೆವಿ ಹಾಗು ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ 1999). ನನ್ನ ತರಗತಿ ಸಂಶೋಧನೆಯಿಂದ, 5 ಮತ್ತು 6ನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ದೋಷ (ಈ) ಅನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಾರೆಂದು ತಿಳಿಯಿತು. ಇನ್ನು, ಬೀಜಗಣಿತದ ಅಭಿನ್ನಕಗಳನ್ನು ಹಿಗ್ಗಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯದೆ ದೋಷ (ಉ) ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.

ಭಾರತದ ಹಾಗು ಇತರೆ ನಾಡುಗಳ ಗಣಿತದ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ಸಂಶೋಧಕರು ಈ ರೀತಿಯ ದೋಷಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಸಂಶೋಧನೆಯ ಪ್ರಕಾರ, ವಿಷಯ ಕಲಿಕೆಯ ಏರುಮುಖದ ಪಯಣದ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಈ ದೋಷಗಳು ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಈ ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ದೋಷಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಬೇರೂರಿರುವ ಚಿಂತನಾಕ್ರಮದೆಡೆಗೆ ಅಥವಾ ಅವರಲ್ಲಿರುವ 'ತಪ್ಪುಗ್ರಹಿಕೆಗಳ'[03] ಕಡೆಗೆ ಬೊಟ್ಟು ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಇವನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಬೋಧನಕಲೆಯು ಪ್ರಜ್ಞಾಪೂರ್ವಕವಾಗಿ ಹಸ್ತಕ್ಷೇಪ ಮಾಡದೇ ಹೋದರೆ ಈ ತಪ್ಪುಗ್ರಹಿಕೆಗಳು ಹಾಗೆಯೇ ಉಳಿದುಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ (ಸರ್ವಾಡಿ ಮತ್ತು ಶಾಫ್ರಿಲ್, 2004). ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ದೋಷಗಳ ನಮ್ಮ ಈ ಅರಿವಿನ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡೋಣ (ಚಿತ್ರ 03 ಗಮನಿಸಿ).

ಚಟುವಟಿಕೆ 01: ಗಣಿತವನ್ನು ಕಲಿಯುವ ಇಲ್ಲ ಕಲಿಸುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನೀವು ಮಾಡಿದ ಅಥವಾ ಕಂಡ ದೋಷಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ. ಅವುಗಳನ್ನು 'ನಿರ್ಲಕ್ಷ್ಯದ ದೋಷಗಳು' ಹಾಗು 'ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ದೋಷಗಳು' ಎಂದು ವರ್ಗೀಕರಿಸಲು ಆಗುತ್ತದೆಯೇ ನೋಡಿ.

ಚಿತ್ರ 03: ದೋಷಗಳನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ

**ಹತ್ತಿರದಿಂದ ಅರಿಯುವುದು**

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುವ ಎಲ್ಲಾ ದೋಷಗಳು ಏಕಾಗ್ರತೆಯ ಕೊರತೆಯಿಂದಾಗಿಯೋ ಅಥವಾ ಅಭ್ಯಾಸದ ಕೊರತೆಯಿಂದಾಗಿಯೋ (ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಗಣಿತದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ) ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನಾವು ಶಿಕ್ಷಕರು ಅಂದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ, ತಮಗೆ ಸಿಕ್ಕ ಹೊಸ ಮಾಹಿತಿಯೊಂದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುವ ತಾರ್ಕಿಕ ಕಸರತ್ತಿನ ಫಲವೇ ಆ ದೋಷಗಳು ಎಂದು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯಿಂದ ನಮಗೆ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ 02 ರಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದೋಷಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿ ಈಗ ಗಮನಿಸೋಣ. (ಅ) ಮತ್ತು (ಆ) ದೋಷಗಳಿಗೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಸ್ಥಾನ–ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಬಳಸುವಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಸಮಸ್ಯೆಯೇ ಕಾರಣ. ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರ (ಅ)ದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ, ಹತ್ತರ ಬೆಲೆಯ 1 ಅನ್ನು ಇತರೆ ಹತ್ತರ ಬೆಲೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸುವುದು ಒಂದು ತೊಡಕಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಬಿಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಿ, 1 ಕ್ಕೆ 5 ಅನ್ನೂ, 2 ಕೆ 3 ಅನ್ನೂ, 7ಕ್ಕೆ 4 ಅನ್ನೂ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿಯೇ ಕೂಡಿಸುತ್ತಾನೆ. ಇದು, ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದರ ಬಿಡಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿಸಿ, ಕೂಡಿಸಬೇಕಾದ ಆ ಬಿಡಿ ಅಂಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನಷ್ಟೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಗಮನಿಸುತ್ತಿದ್ದಾನೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಯೋಚನಾಕ್ರಮವುಳ್ಳ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಂಖ್ಯೆ ರವಾನೆ ಬೇಡದ ಕೂಡಿಸುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿಯೇ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ನಾವು ಊಹಿಸಬಹುದು. ಸಂಖ್ಯೆ ರವಾನೆ ಬೇಡುವ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ, ಸಮ ಸ್ಥಾನ–ಮೌಲ್ಯವುಳ್ಳ ಬಿಡಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದ ಬಳಿಕ ದೊರೆತ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಮರುವರ್ಗೀಕರಿಸಿ ಬಳಸಬೇಕು ಎಂಬ ಅರಿವು ಮುಖ್ಯವಾದದ್ದು ಹಾಗು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕಾದದ್ದು. ಈಗ, ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರ (ಆ) ಅನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಇಲ್ಲಿ, ವ್ಯವಕಲಕದಿಂದ ವ್ಯವಕಲಿತವನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯದೆಯೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು 3 ಇಂದ 2 ಅನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತಾನೆ. ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರ (ಅ)ನಂತೆ ಇಲ್ಲಿಯೂ ಕೂಡ ಬಿಡಿ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಅಲ್ಲದೇ, ಕಳೆಯುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನ ಗರಿಷ್ಠ ಸ್ಥಾನ–ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ನಿಮ್ಮ ಪ್ರಕಾರ ಈ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಯಾವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಮಾಡಬಲ್ಲ? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಳಗೇ ಇರುವ ಸ್ಥಾನ–ಮೌಲ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ ಹಾಗು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸ್ಥಾನ–ಮೌಲ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ; ಇದರ ಅರಿವು ಕೂಡಿಸುವ ಹಾಗು ಕಳೆಯುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೆ ಅವಶ್ಯವಾದದ್ದು. ಇವೆರಡರಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದರ ಅರಿವು ಇಲ್ಲದೇ ಹೋದರೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ

ತೊಡಕುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ 2010ರಲ್ಲಿ ಹೊರತಂದ ಶಿಕ್ಷಕರ ಕೈಪಿಡಿಯಲ್ಲಿ, ಪ್ರಮಾಣಿತ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎದುರಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಯು ಈ ದೋಷಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಕಾರಣ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿಸ್ತಾರವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ (ಪು.34).

ಪ್ರಸ್ತುತ (ಇ) ನಿದರ್ಶನವು ಕೂಡಿಸುವ ಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಕಂಡರೂ ಈ ದೋಷವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 2–5 ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಎನ್ನುವುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿಯಿತು. ಈ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರದ ಹಿಂದಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಯೋಚನಾಕ್ರಮ ಏನು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರೇ? ಇಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು 2 ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಳಿಕದ ಸಮೀಕರಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸದೆ, 2 + 3 = 5 ಎಂದು ತಪ್ಪಾಗಿ ಆ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಓದಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಈ ತಪ್ಪು ಓದಿಗೆ ಕಾರಣ, ಕೂಡುವ ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ರೂಢಿಗತವಾದ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ನೀಡುವುದೂ ಆಗಿರಬಹುದು. ಸಂಖ್ಯಾ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಬರೆದಾಗ, ಕ್ರಿಯಾಸೂಚಕಗಳು ಸಮೀಕರಣದ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿಯೂ, ಕೊನೆಯ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಉತ್ತರವು ಸಮೀಕರಣದ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿಯೂ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸಾಮಾನ್ಯ. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ 2 ಉತ್ತರ ಬರಬೇಕು ಎಂದು ಭಾವಿಸುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದೇ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ a + b = --- + d ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು a ಮತ್ತು b ಅನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಅದರ ಉತ್ತರವನ್ನು ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 6 + 7 = --- + 8 ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ, ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ '+8' ಇರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸದೆ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರ 13 ಎಂದು ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ದಾಖಲಿಸುತ್ತಾರೆ. ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಅಂಶವೆಂದರೆ, a + b = --- ನಂತಹ ರೂಢಿಗತ ಮಾದರಿಯ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಇದೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸರಿಯಾಗಿ ಬಿಡಿಸಬಲ್ಲರು. ಈ ಬಗೆಯಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ, 'ಸಮೀಕರಿಸು' ಎಂದರೆ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಾಲುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆಯು ಒಂದೇ ಆಗುವಂತೆ ಅಥವಾ ಸಮತೂಗುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು ಎಂಬ ಅರ್ಥ ಹೊಳೆಯುವುದು ಕಷ್ಟವೇ ಆಗಿದೆ. 'ಸಮೀಕರಿಸು' ಎಂಬ ಪದಕ್ಕೆ 'ತುಲನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ನೋಡು' ಎಂಬ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿದಂತೆಲ್ಲ ಬೀಜಗಣಿತಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಯೋಚನಾಕ್ರಮವೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ (ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿವರಣೆಗಾಗಿ ನೋಡಿ ಟಕ್ಕೇರ್, ಕನ್ಹೇರೆ, ನಾಯ್ಕ್, ಸುಬ್ರಹ್ಮಣಿಯಂ 2013).

5 ಮತ್ತು 6ನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ದಶಮಾಂಶವೊಂದನ್ನು 10 ರಿಂದ ಅಥವಾ ಅದರ ಏರ್ಮಡಿಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಹೇಳಿದಾಗ (ಈ) ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರವು ಕಂಡುಬಂದಿತು. ಈ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರವನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ವಿವರವಾಗಿ ಮುಂದಿನ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸೋಣ. ಇನ್ನು ಕೊನೆಯ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರ (ಉ) ಬೀಜಗಣಿತದ ಅಭಿನ್ನಕಗಳನ್ನು ಹಿಗ್ಗಿಸಿ ಬರೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ್ದು. ಈ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರ ನೀಡುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು, ಒಂದು ಅಂಶವನ್ನು ಇಡಿಯಾಗಿ ಸ್ವ–ಗುಣಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತ/ ಚೌಕೀಕರಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತ ಮೇಲಾಗಿ ಆವರಣಗಳ/ಕಂಸಗಳ ಮೇಲೆ ಗಮನ ನೀಡುತ್ತಾರೆ. ಇನ್ನೊಂದರ್ಥದಲ್ಲಿ, $(a+b)c = (ac + bc)$ ಈ ಅಭಿನ್ನಕದಲ್ಲಿ ಆವರಣವನ್ನು ತೆರೆಯುವಂತೆಯೇ $(a + b)^2$ ನಲ್ಲಿಯೂ ಆವರಣವನ್ನು ತೆರೆಯಬೇಕು ಎಂದು ಈ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿರುತ್ತಾರೆ.

**ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಹಾಗು ಸ್ಥೂಲ ಗ್ರಹಿಕೆ:**

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗಿನ ಒಡನಾಟದ ಅನುಭವದಿಂದ ಹಾಗು ಈ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಮೂಡಿದ ಸಂಶೋಧನ ಸಾಹಿತ್ಯವನ್ನು ಅವಲೋಕಿಸಿ ಪಡೆದ ಅರಿವಿನಿಂದ ನಾವು ಮೇಲೆ ಉದಾಹರಿಸಿದ ದೋಷಗಳನ್ನು ಒಂದಷ್ಟು ಮಟ್ಟದವರೆಗೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಅಲ್ಲದೆ,

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತರ್ಕಸರಣಿಯನ್ನು ಆಲಿಸುವ ಪ್ರಯತ್ನದಿಂದ ಅವರ ಯೋಚನಾಕ್ರಮವನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿ ನಾವು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಈಗ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಯೋಚನಾಕ್ರಮದ ಕುರಿತು ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿರುವ ಅರಿವಿನ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅವರು ಏಕೆ ದೋಷ (ಈ) ಅನ್ನು (ಚಿತ್ರ 02 ನೋಡಿ) ಆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದರು ಎಂದು ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರೇ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಏಕೆ ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂವಾದವನ್ನು ನಡೆಸಿ, ಅವರ ಚಿಂತನೆಗಳಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟರೂಪ ನೀಡಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುವುದು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ. ದೋಷ (ಈ)ಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೀಡುವ ಕಾರಣಗಳಿಂದ ನಮಗೇನು ತಿಳಿದುಬರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಈಗ ನೋಡೋಣ (ಚಿತ್ರ 04 ಗಮನಿಸಿ).

ಸುಮಿತ್: ಐದು ಹತ್ತಿ ಐವತ್ತು. ಹಾಗಾಗಿ, ನಾವು ಮೊದಲು ಐವತ್ತು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಈಗ, ಇಲ್ಲೊಂದು (ದಶಮಾಂಶ) ಚುಕ್ಕೆಯಿದೆ (0.5ನಲ್ಲಿ 5ರ ಮುಂಚೆ ಇರುವ ಚುಕ್ಕೆಯನ್ನು ಆತ ಗುರುತಿಸಿ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ). ಹಾಗಾಗಿ, ಈ ಚುಕ್ಕೆಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿಯೇ ಇಡಬೇಕು (0.50 ಎಂಬ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ ಆ ಚುಕ್ಕೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ).

ಗರಿಮಾ: 0.5 ಒಂದ್ಲಿ 0.5. ಆಮೇಲೆ, 10 ಎಂದರೆ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದು. ಹಾಗಾಗಿ ಉತ್ತರ 0.50.

ರೋಶನಿ: ಹತ್ತು ಸಲ ಐದು ಎಂದರೆ ಐವತ್ತು. ಇನ್ನು, ಸೊನ್ನೆ ಮತ್ತು ಅದರ ನಂತರದ ಚುಕ್ಕೆಯು ಇದ್ದಹಾಗೇ ಇರಬೇಕು. ಹಾಗಾಗಿ ಉತ್ತರ 0.50.

ಜಾಲಿ: 5 x 10 = 5 + 0 = 50; ಹಾಗಾಗಿ, 0.5 x 10 = 0.50.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಈ ವಿವರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಿ? ಈ ಎಲ್ಲಾ ವಿವರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಏನಾದರು ಸಾಮ್ಯತೆ ಇದೆಯೇ? ಇಲ್ಲ, ಈ ಎಲ್ಲಾ ಕಾರಣಗಳು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಎಂದು ನಿಮಗೆ ಅನಿಸುವುದೇ?

ಮೊಟ್ಟಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ, ಆ ನಾಲ್ಕೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು 0.50 ಎಂದು ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀಡಿದ್ದರೂ, ಆ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಬರಲು ನೀಡಿದ ಕಾರಣಗಳು ಹಾಗು ಅವರ ಯೋಚನಾಕ್ರಮಗಳು ಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ. ಸುಮಿತ್ ಹಾಗು ರೋಶನಿ 5ರ ಮಗ್ಗಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. 0.5ರಲ್ಲಿ 5ರ ಮುಂಚೆ ಇರುವ ದಶಮಾಂಶ ಚುಕ್ಕೆಯು ಉತ್ತರದಲ್ಲಿಯೂ ಅದೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರಬೇಕು ಎಂದು ಸುಮಿತ್ ಭಾವಿಸುತ್ತಾನೆ. ರೋಶನಿಯಾದರೋ, ಸೊನ್ನೆ ಹಾಗು ಅದರ ನಂತರದ ಚುಕ್ಕೆಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ ಉಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾಳೆ. ಇವರಿಬ್ಬರೂ ಮೊದಲು 5ರ ಮಗ್ಗಿ ಪಟ್ಟಿಯ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಆ ಬಳಿಕ ದಶಮಾಂಶ ಚುಕ್ಕೆಯನ್ನು ಎಲ್ಲಿಡಬೇಕು ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸುತ್ತಾರೆ. ಗರಿಮಾ ಮೊದಲು 0.5 ಅನ್ನು 1ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ನಂತರ 10ರ ಏರ್ಮಡಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುವ ಗುಣಾಕಾರದ ನಿಯಮವನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತ ಅಗತ್ಯ ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಜಾಲಿ 5 ಮತ್ತು 10 ಅನ್ನು ಗುಣಿಸುತ್ತಾನಾದರೂ, '10ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು' ಎಂಬುದನ್ನು 'ಒಂದು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದು' ಎಂದು ನಿಚ್ಚಳವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು 0.50 ಎಂಬ ಉತ್ತರವನ್ನೇ ನೀಡುತ್ತಾನೆ.

ಇನ್ನು ಎರಡನೆಯದಾಗಿ, ಯಾವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೂ ಉತ್ತರವು .50 (ಪಾಯಿಂಟ್ ಐದು ಸೊನ್ನೆ) ಎಂದು ಭಾವಿಸಿರಲಿಲ್ಲ. ಅವರು ಉತ್ತರದ ಮೊದಲ ಹಾಗು ಕೊನೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ ಇರಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದರು. ಹೀಗಾಗಿ, ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವು ಪಾಯಿಂಟ್ ಐದು ಸೊನ್ನೆಯೇ (.50) ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಕೇಳಿದಾಗ ಅವರ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರಗಳು ಬೇರೆಬೇರೆಯಾಗಿದ್ದವು. ಸುಮಿತ್ ಗೊಂದಲಗೊಂಡು ಯಾವ ನಿರ್ಣಯಕ್ಕೂ ಬರಲಿಲ್ಲ. ಗರಿಮಾ, ರೋಶನಿ ಹಾಗು ಜಾಲಿ .50 ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವಲ್ಲ ಎಂದು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಿದರು. ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದಾದರೆ, 0.50 ಹಾಗು .50 ಎರಡೂ ಒಂದೆಯೇ ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಅವರಲ್ಲಿ ಅನುಮಾನಗಳಿದ್ದವು. ಈಗ ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನಿಶ್ಚಯವಾಗಿ ಹೀಗೆ ಕೇಳಬಹುದು; ಅವರ ಪ್ರಕಾರ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ಪಾಯಿಂಟ್ ಐದೋ (.5) ಅಥವಾ ಸೊನ್ನೆ ಪಾಯಿಂಟ್ ಐದೋ (0.5)? ಅವರು ಉತ್ತರ ಏನಾಗಿರಬಹುದು ಎಂದು ನಿಮಗೆ ಅನಿಸುತ್ತೆ?

ಮೇಲಿನ ವಿವರಣೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಯೋಚನಾಕ್ರಮ ಹಾಗು ಕಲಿಕೆಯ ಕುರಿತು ಏನನ್ನು ಹೇಳುತ್ತದೆ? ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ 0.5 ಅನ್ನು 5 ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ, ಲೆಕ್ಕಮಾಡಿ, ಕೊನೆಯ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿದ ಮೇಲೆ ದಶಮಾಂಶ ಚುಕ್ಕೆಯನ್ನು ಇಡುತ್ತಾರೆ, ಅಲ್ಲವೇ? ಅವರಿಗೆ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು 10ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ತಿಳಿದಿದೆ; ಪ್ರಸ್ತುತ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಐದು ಹತ್ಲಿ ಐವತ್ತು ಎಂದು ಅವರು ಸರಿಯಾಗಿಯೇ ಲೆಕ್ಕಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಂದು ಭಾವಿಸಿ ಲೆಕ್ಕಮಾಡಿಯೂ, ಕೊನೆಯ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಚುಕ್ಕೆಯನ್ನು ಇಡುವುದರ ರೀತಿ–ನೀತಿಗಳು ಅವರಿಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಈ ಬಗೆಯ ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ತಾಳಲು ಅವರ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನವು ನೆರವಿಗೆ ಬಂದರೂ ಕೂಡ, ಕೊನೆಯ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಚುಕ್ಕೆಯನ್ನು ಎಲ್ಲಿಡಬೇಕು ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಎಡವುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗಾಗಿ, ಈ ದೋಷವು ಯಾವ ಮೂಲದಿಂದ ಹುಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದೆ? ಎಂದು ನಾವು ಪ್ರಶ್ನಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಿದೆ.

ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ, 10ರ ಏರ್ಮಡಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ ಆ ಏರ್ಮಡಿಯ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟೋ ಅಷ್ಟು ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಆ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಹಾಕಬೇಕು04 ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕಲಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ. 5 ಅನ್ನು ನೂರರೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸುವುದನ್ನು ಹೀಗೆ ವಿಭಜಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ – ಮೊದಲು ಐದನ್ನು ಒಂದರೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸುವುದು. ಇದರ ಬೆಲೆ 5. ಈಗ, 100 ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಿಕ್ಕ ಉತ್ತರವಾದ 5ರ ಪಕ್ಕ ಸೇರಿಸುವುದು. ಹಾಗಾಗಿ, ಕೊನೆಯ ಉತ್ತರ 500 ಆಗುವುದು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ 0.5 ಅನ್ನು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಾದ 5 ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ ಗುಣಿಸುವಲ್ಲಿ ಈ ಮೇಲಿನ ವಿಭಜನೆಯ ರೀತಿಯನ್ನೇ ಅನುಸರಿಸಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುವುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಇನ್ನು, ದಶಮಾಂಶ ಚುಕ್ಕೆಯನ್ನಿಡುವ ಹಿಂದಿನ ತರ್ಕಕ್ಕೂ, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ತಿಳಿವಳಿಕೆಗೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ? ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆ ಕಾಡುತ್ತದೆ. 10ರ ಏರ್ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸುವಲ್ಲಿ 'ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸು' ಎಂಬ ವಿವರಣೆಯನ್ನೇನೋ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ನೀಡುತ್ತಾರೆ, ನಿಜ. ಆದರೆ, ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿರುವಂತೆಯೇ ಉತ್ತರದಲ್ಲೂ ಕೂಡ, ದಶಮಾಂಶ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಗು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಸೊನ್ನೆಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಯಥಾವತ್ ಇರಿಸಬೇಕು ಎಂದು ಯಾವ ಶಿಕ್ಷಕರೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿಕೊಡುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ, ದಶಮಾಂಶ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಗು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಸೊನ್ನೆಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸುವಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತಾದ ತಮ್ಮ ಜ್ಞಾನವನ್ನೇ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ

ಅನ್ವಯಿಸಿರುವುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು, 10ರ ಏರ್ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವ ಕ್ರಮದ ತಮ್ಮ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನವನ್ನೇ ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು 10ರ ಏರ್ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಲು ಬಳಸಿದ್ದಾರೆ. ಈ ತರ್ಕವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿಕೊಟ್ಟಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಬದಲಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ ತಮ್ಮ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನವನ್ನು ಹೊಸ ಜ್ಞಾನವೊಂದನ್ನು ಕಲಿಯಲು ವಿಸ್ತರಿಸಿಕೊಂಡಿರುತ್ತಾರೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಈ ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಅರಿಯುವುದು ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ನಮಗೆ ಬಹಳ ಅವಶ್ಯ. ಈ ಬಗೆಯ ವಿಸ್ತರಣೆಗಳು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಕಲಿಸುವ ವಿಧಾನದ ನೇರ ಪರಿಣಾಮವೇನೂ ಅಲ್ಲ. ಆದರೂ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ, ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಹಾಗು ಬೀಜಗಣಿತದ ಅಭಿನ್ನಕಗಳ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತಮ್ಮ ಅರಿವನ್ನೇ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬಳಸುವುದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.

**ಶಿಕ್ಷಕರು ಏನು ಮಾಡಬಹುದು?**

ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ನಾವು ಮೊದಲು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುವ ದೋಷಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ವರ್ಗೀಕರಿಸುವ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು. ಅದೃಷ್ಟವಶಾತ್, ಈ ಕೆಲಸದಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಒಂಟಿಗರೇನಲ್ಲ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಯೋಚನಾಕ್ರಮ ಹಾಗು ಅವರು ಮಾಡುವ ದೋಷಗಳ ಕುರಿತು ಮೂಡಿರುವ ಸಂಶೋಧನ ಸಾಹಿತ್ಯವು, ಆ ದೋಷಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಹಾಗು ಆ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರಗಳ ಹಿಂದಿನ ತಪ್ಪುಗ್ರಹಿಕೆಗಳನ್ನು ಅರಿಯಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೇ ಈ ದೋಷಗಳನ್ನು, ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಸಂವಾದಕ್ಕೊಂದು ಸುವರ್ಣಾವಕಾಶ ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಈ ತಪ್ಪುಗ್ರಹಿಕೆಗಳ ಮೂಲವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲು ಅನುವಾಗಬಲ್ಲ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನಾವು ರೂಪಿಸಬಹುದು. ರ್‍ಯಾನ್ ಹಾಗು ವಿಲಿಯಮ್ಸ್ (2007) ಹೇಳುವಂತೆ, 'ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಟ್ಟುವ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಸಂರಚನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಈ ದೋಷಗಳು ಕಿಟಕಿಯೊಂದನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದಲ್ಲದೆ, ತತ್ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ಆ ದೋಷಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಸೂಕ್ತ ರೀತಿಯ ಹಸ್ತಕ್ಷೇಪವನ್ನೂ ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ'.

ಈ ರೀತಿಯ ತಪ್ಪುಗ್ರಹಿಕೆಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮೆಟ್ಟಿನಿಲ್ಲಲು ಅನುವಾಗುವಂತೆ ಯಾವ ಬಗೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನಾವು ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಬಹುದು? ಆ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಉದ್ದೇಶವೇನು? ಅವುಗಳ ಉದ್ದೇಶ (ಅ) ಸರಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಸಗಿದ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಿ, ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೀಡುವುದೇ? ಅಥವಾ (ಆ) ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದೋಷವೊಂದು ಮೂಡಲು ಸರಿಯಾದ ಕಾರಣವೇನೆಂದು ತಿಳಿದು, ಸೂಕ್ತ ಗಣಿತದ ಸಮರ್ಥನೆಯಿಂದ ಆ ಕಾರಣಗಳಿಗೆ ಸವಾಲು ಎಸೆಯುವಂತೆ ಮಾಡುವುದೇ? ಉದ್ದೇಶಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ವಿನ್ಯಾಸವೂ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ. ನಾವು (ಅ) ಉದ್ದೇಶವನ್ನು ಹೊಂದಿದವರಾಗಿದ್ದರೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುವ ದೋಷಗಳ ಹಿಂದಿನ ಚಿಂತನಾಕ್ರಮವನ್ನೇ ಕಡೆಗಾಣಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆಗ, ಏನು ಮಾಡಬಾರದು ಎಂದು ನಾವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 'ಹೇಳುತ್ತೇವೆ' ಹಾಗು ಅವರದನ್ನು, ನಮ್ಮ 'ಅಧಿಕಾರ'ದ ದೆಸೆಯಿಂದ ಸುಮ್ಮನೆ ಒಪ್ಪಿ ಪಾಲಿಸುತ್ತಾರೆ. ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ತಿದ್ದಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಈ ವಿಧಾನವು ಮಾಡುವುದಾದರೂ ಆ ತಪ್ಪುಗಳ ಹಿಂದಿನ ಚಿಂತನೆ ಅಥವಾ ಗ್ರಹಿಕೆಯನ್ನಿದು ಸೋಕುವುದಿಲ್ಲ. ಒಂದುವೇಳೆ ನಾವು ಉದ್ದೇಶ (ಆ) ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದವರಾಗಿ ತಪ್ಪುಗ್ರಹಿಕೆಗಳತ್ತ ಗಮನ ಹರಿಸಿದರೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಅತಿ–ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವ ಹಲವು ನಿದರ್ಶನಗಳ ಕುರಿತು ಯೋಚಿಸಲು ತೊಡಗಬಹುದು[05]. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಪ್ಪುತಪ್ಪಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವುದನ್ನೋ ಅಥವಾ ಇದಕ್ಕೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ ಅವರ ಮುಂದಿಡಬಹುದಾದ 'ಪ್ರತಿ–ನಿದರ್ಶನ'ಗಳ ವಿವರಣೆಗಳನ್ನೋ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ನಾವು ಅರಿಯುವುದು ಸಹಾಯಕಾರಿ[06]. ಇನ್ನೊಂದು

ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಒಂದು ವಿವರಣೆ ಅಥವಾ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವ ಹಾಗು ಮಾಡದೇ ಇರುವ ನಿದರ್ಶನಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿ ಗುರುತಿಸುವುದು ಒಂದು ಸರಳ ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಸೂತ್ರವಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಚಿತ್ರ 02ರಲ್ಲಿರುವ ದೋಷ (ಈ)ಅನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹೊಂದುವ ನಿಯಮಗಳು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೊಂದುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ಈಗ, ಆ 'ಪ್ರತಿ-ನಿದರ್ಶನಗಳು' ಯಾವುವು? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಮುಂದುಟ್ಟಿಕೊಂಡು, ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಲಿಯುವಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಚಿಂತನೆಗಳು ವಿಸ್ತರಣೆಗೊಳ್ಳುವ (ಪರ-ನಿದರ್ಶನಗಳು) ಹಾಗು ವಿಸ್ತರಣೆಗೊಳ್ಳದ (ಪ್ರತಿ-ನಿದರ್ಶನಗಳು) ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಪಟ್ಟಿಯೊಂದನ್ನು ನಾವು ತಯಾರು ಮಾಡಬಹುದು. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಮೂಲಕ, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ, ಪೂರ್ಣಾಂಗಳ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಅಥವಾ ಬೀಜಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲೂ ವಿಸ್ತರಿಸುವುದರಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ದೋಷಗಳನ್ನು ನಾವು ಅರಿಯಬಹುದು. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಆರಂಭಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಈಗ ನೋಡೋಣ.

ಅ) ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬಿಡಿ ಅಂಕಗಳಿವೆ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಮಾಡಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆ ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸುವ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಈ ವಿವರಣೆಯು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಲು ಸರಿಯಾದದ್ದು. ಈ ತರ್ಕವನ್ನು 14.3 ಹಾಗು 2.9 ನಂತಹ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಲು ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಆದರೆ, 1.436 ಹಾಗು 1.9 ನಂತಹ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ಈ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಬಳಸಲಾಗದು. ಹಾಗಾಗಿ ಕೊನೆಯ ಉದಾಹರಣೆಯು ಈ ವಿವರಣೆಗೆ ಪ್ರತಿ ನಿದರ್ಶನವಾಗುತ್ತದೆ.

ಆ) ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕಳೆಯಲಾಗದು ಎಂಬ ವಿವರಣೆ. ಈ ವಿವರಣೆಯು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆಯೇ ಹೊರತು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗಲ್ಲ. ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗಲಷ್ಟೇ ಋಣಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಅಂತೆಯೇ, ಗುಣಾಕಾರವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿವರಣೆಗೆ ಪ್ರತಿ-ನಿದರ್ಶನಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಇ) ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಾಗ ಅವುಗಳ ಮೇಲಂಕಗಳನ್ನೂ, ಕೆಳ-ಅಂಕಗಳನ್ನೂ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಕೂಡಿಸಬಹುದು ಎಂಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $7/8 + 5/4 = 12/12$ (ಪ್ರೊ. ದೇವನ್ ಅವರು ಇದೇ ಮಾದರಿಯ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ತಮ್ಮ ಪ್ರಬಂಧದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ್ದಾರೆ). ಈ ನಿದರ್ಶನಕ್ಕೆ ಪ್ರತಿಯಾಗಿ $1/2 + 1/2$ ಲೆಕ್ಕವು (1/2 ಅಥವಾ 50% ಅಥವಾ 0.5) 2/4 ಆಗುವುದಿಲ್ಲವೆಂದೂ, ಬದಲಿಗೆ ಇಡಿಯಾಗಿ 1 ಎಂಬ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀಡುವುದೆಂದೂ ತೋರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಈ) ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ, $5s + 7s = 12s$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, $7s + 5r \neq 12sr$. (ಈ ರೀತಿಯ ದೋಷದ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿವರಗಳಿಗೆ ಸುಬ್ರಹ್ಮಣಿಯಂ, 2018 ನೋಡಿ).

**ಮುಕ್ತಾಯದ ಮಾತುಗಳು:**

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎಲ್ಲಾ ದೋಷಗಳನ್ನು 'ನಿರ್ಲಕ್ಷ್ಯದ ದೋಷಗಳು' ಎಂದೋ, 'ಅತಿ–ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣದ ಪ್ರಭಾವ' ಎಂದೋ ಸ್ಥೂಲವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸದೆ ಇರುವುದು ಮುಖ್ಯವೆಂದು ಪ್ರಸ್ತುತ ಪ್ರಬಂಧದಲ್ಲಿ ನಾವು ವಾದಿಸಿದ್ದೇನೆ. ಅದರ ಬದಲು, ಈ ಅಂಶಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಅನುವಾಗುವಂತೆ ದೋಷಗಳನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸಬಹುದು – ಅ) ಆ ದೋಷಗಳ ಗಣಿತದ ಮೂಲಸೆಲೆ ಯಾವುದು? ಮತ್ತು ಆ) ಆ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರಗಳ ಹಿಂದೆ ಇರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಚಿಂತನಕ್ರಮವು ಯಾವ ಸ್ವರೂಪದ್ದು? ಇವುಗಳ ಅರಿವಿನಿಂದ ಆ ದೋಷಗಳನ್ನು ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಸೂಕ್ತ ಹಸ್ತಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ನಾವು ರೂಪಿಸಬಹುದು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಸಗುವ ದೋಷಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ದಾರಿಯೇನು ಸುಲಭದ್ದಲ್ಲ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ನಮ್ಮ ಬಳಿ ಇವೆರಡಂತೂ ಇವೆ – ಅ) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮೌಖಿಕ ಹಾಗು ಲಿಖಿತ ಪ್ರತ್ಯುತ್ತರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ರೂಪುಗೊಂಡ ಅನುಭವಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಜ್ಞಾನ, ಮತ್ತು ಆ) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತಪ್ಪುಗ್ರಹಿಕೆಗಳ ಕುರಿತು ಸಂಶೋಧನ ಸಾಹಿತ್ಯ. ಈ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ನಾವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಆಳವಾಗಿ ಅರಿಯಬಹುದಾಗಿದೆ. ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗಣಿತೀಯ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಸಗುವ ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ದೋಷಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಹಾಗು ವಿವರಿಸುವುದು; ವಿಷಯಾಧಾರಿತ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುವಾಗುವಂತೆ ಸೂಕ್ತ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಯೋಜಿಸುವುದು – ಇವುಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಒಂದು ಜ್ಞಾನದ ನೆಲೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದೇ ಸಂಭಾವ್ಯ ಮುಂದಿನ ದಾರಿಯಾಗಿದೆ.

**ಅಡಿಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು:**

01. ಹತ್ತಿರದಿಂದ ಅರಿಯುವುದು ಎನ್ನುವುದಕ್ಕೆ ಮ್ಯಾಗ್ಡಲೀನ್ ಲ್ಯಾಂಪರ್ಟ್ ಅವರು (2001) zooming in ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ತನ್ನ ಬೋಧನೆಯ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಂಶಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೊಬ್ಬ ಹೇಗೆ ಗ್ರಹಿಸುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸುತ್ತಾನೆ, ಇತ್ಯಾದಿ.

02. ಬೌದ್ಧಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಹೊರೆ ಎಂದರೆ ಕಲಿಕೆಯ ಕೆಲಸವು ಜ್ಞಾನಾರ್ಥಿಗಳ ಮುಂದಿಡುವ ಬುದ್ಧಿಯ ಬೇಡಿಕೆ.

03. ತಪ್ಪುಗ್ರಹಿಕೆ ಎಂದರೆ ಗಣಿತದ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಷಯ, ಹೊಳಹು, ನಿಯಮ ಅಥವಾ ಕ್ರಮಾವಳಿಯ ಜ್ಞಾನಾರ್ಥಿಯ ಗ್ರಹಿಕೆಯು ಸ್ವೀಕೃತ ಅರ್ಥ ಹಾಗು ತಿಳಿವಳಿಕೆಗಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿರುವುದು. (ಬಾರ್ಕ್ಬ್ಯಯ್ ಮತ್ತು ಇತರರು 2009, ಗೋಸ್ವಾಮಿ 2018 ರಲ್ಲಿ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಲಾಗಿರುವುದು).

04. 'ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದು' (adding zeros) – ಹತ್ತರ ಏರ್ಮಡಿಯನ್ನೋ, ಅಪವರ್ತನವನ್ನೋ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸುವಾಗ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಪದಗುಚ್ಛವಿದು. Adding zeros ಎಂದರೆ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದು ಎಂದು ಸೂಚಿಸದೇ ಹೋದರೂ ಇದೇ ಪದಗುಚ್ಛವನ್ನು ಆ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

05. ಗಣಿತದ ಹಲವು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಸಗುವ ದೋಷಗಳ ಸಮಗ್ರ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಮಾಡುವುದು ಬಹಳ ಕಷ್ಟ. ಪ್ರಧಾನ್ ಹಾಗು ಮವಲಂಕರ್ (1994) ಅವರು ಈ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನವನ್ನು, ಮಧ್ಯಮಶಾಲಾ ಗಣಿತದ ದೋಷಗಳ ಸಂಗ್ರಹರೂಪದ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನಾಧರಿಸಿ ಮಾಡಿದ್ದರು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ತಪ್ಪುಗಳು, ಅವುಗಳ ಮೂಲ ಹಾಗು ಅವನ್ನು ಸಮರ್ಥವಾಗಿ ಬಗೆಹರಿಸುವ ದಾರಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಭಂಡಾರವೊಂದನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಕಾಲ ಕಳೆದಂತೆ ರಚಿಸಬಹುದು. ವಿಕಸಶೀಲ ಜ್ಞಾನದ ಈ ಶರೀರವು ಅನನುಭವಿ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಒಂದು ಸಂಪನ್ಮೂಲವಾಗಿ ಒದಗಿದರೆ, ಅನುಭವಿ ಶಿಕ್ಷಕರಿಂದ ಅದು ತಿದ್ದುಪಡಿಗೆ ಒಳಗಾಗುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತದೆ.

06. ಚೀನ ಹಾಗು ಯು.ಎಸ್ ಶಿಕ್ಷಕರ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಕುರಿತ ಅಧ್ಯಯನದ ಒಂದು ನಿದರ್ಶನದಲ್ಲಿ ಲಿಪಿಂಗ್ ಮಾ (2010) ಅವರು, 'ಮುಚ್ಚಿದ ಆಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ' ಎಂಬ ರೀತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸವಾಲು ಎಸೆಯುವಂತಹ ವಿವರಣೆಗಳನ್ನು ಆ ಶಿಕ್ಷಕರು ನೀಡುವುದರ ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತಾರೆ.


**ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು**:

ಮುಂಬೈನ ಹೋಮಿ ಬಾಬಾ ವಿಜ್ಞಾನ ಶಿಕ್ಷಣ ಕೇಂದ್ರದ ಶ್ರೀಮತಿ ಜಯಶ್ರೀ ಸುಬ್ರಹ್ಮಣಿಯಂ ಅವರಿಗೂ, ಹೈದರಾಬಾದ್‌ನ ಟಾಟಾ ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ ಕೇಂದ್ರದ ಡಾ. ರಿತೇಶ್ ಖುನ್ಯಕಾರಿ ಅವರಿಗೂ ಹೃದ್ಪೂರ್ವಕ ವಂದನೆಗಳು. ಅವರಿತ್ತ ಸಲಹೆ ಸೂಚನೆಗಳು ಪ್ರಸ್ತುತ ಪ್ರಬಂಧವನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸುವಲ್ಲಿ ನೆರವಾದವು.


**ಲೇಖಕಿಯ ಕುರಿತು:**


ಶಿಖಾ ಅವರು ಮುಂಬೈನ ಹೋಮಿ ಬಾಬಾ ವಿಜ್ಞಾನ ಶಿಕ್ಷಣ ಕೇಂದ್ರ, ಟಿ.ಐ.ಎಫ್.ಆರ್‌ನಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಕುರಿತು ಡಾಕ್ಟರೇಟ್ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಬೋಧನೆಯ ಅನುಷ್ಠಾನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಬೆಂಬಲ ನೀಡುತ್ತ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನಕ್ರಮದ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಅವರಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿಸುವುದು ಶಿಖಾ ಅವರ ಸಂಶೋಧನೆಯ ವಿಷಯವಾಗಿದೆ. ಡಾಕ್ಟರೇಟ್ ಸಂಶೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗುವ ಮುನ್ನ ಇವರು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲೆಯ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕಿಯಾಗಿದ್ದರು. ಇವರನ್ನು shikha@bbcse.tifr.res.in ಇಲ್ಲಿ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.


**ಗ್ರಂಥ ಸೂಚಿ:**


1. ದಿವಾನ್, ಎಚ್. (2018). ಇಂಟರ್ಪ್ರಿಟೇಶನ್ ಆಫ್ ಎರರ್ಸ್ ಇನ್ ಅರಿಥ್ಮೆಟಿಕ್. ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗೆಲ್ಸ್ 7(3), ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ, ಬೆಂಗಳೂರು.

2. ಫಾಲ್ಕನೇರ್, ಕೆ.ಪಿ., ಲೆವಿ, ಎಲ್., ಮತ್ತು ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್, ಟಿ. (1999). ಚಿಲ್ಡ್ರನ್ಸ್ ಅಂಡರ್ಸ್ಟಾಂಡಿಂಗ್ ಆಫ್ ಇಕ್ವಾಲಿಟಿ: ಎ ಫೌಂಡೇಶನ್ ಫಾರ್ ಆಲ್ಜೀಬ್ರ. ಟೀಚಿಂಗ್ ಚಿಲ್ಡ್ರನ್ ಮಾಥಮಾಟಿಕ್ಸ್, 6, ಪುಟ 56–60, ಇಲ್ಲಿಂದ ಆಯ್ದುಕೊಂಡದ್ದು.

3. ಗೋಸ್ವಾಮಿ, ಆರ್. (2018). ಮಿಸ್ಕನ್ಸೆಪ್ಶನ್ಸ್ ಇನ್ ಫ್ರಾಕ್ಶನ್ಸ್. ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗೆಲ್ಸ್ 7(1). ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ, ಬೆಂಗಳೂರು.

4. ಕಮ್ಮಿ, ಸಿ. ಮತ್ತು ಡಾಮಿನಿಕ್, ಎ. (1997). ಟು ಟೀಚ್ ಆರ್ ನಾಟ್ ಟು ಟೀಚ್ ಅಲ್ಗೋರಿಥಮ್ಸ್. ಜರ್ನಲ್ ಆಫ್ ಮಾಥಮಾಟಿಕಲ್ ಬಿಹೇವಿಯರ್, 16(1), ಪುಟ 51–61.

5. ಲಾಂಪರ್ಟ್, ಎಂ. (2001). ಟೀಚಿಂಗ್ ಪ್ರಾಬ್ಲೆಮ್ಸ್ ಆಂಡ್ ಪ್ರಾಬ್ಲೆಮ್ಸ್ ಆಫ್ ಟೀಚಿಂಗ್. ಯೇಲ್ ಯುನಿವರ್ಸಿಟಿ ಪ್ರೆಸ್, ನ್ಯೂ ಹೆವೆನ್ ಮತ್ತು ಲಂಡನ್.

6. ಮಾ, ಎಲ್. (2010), ನೋಯಿಂಗ್ ಆಂಡ್ ಟೀಚಿಂಗ್ ಎಲಿಮೆಂಟರಿ ಮಾಥಮಾಟಿಕ್ಸ್: ಟೀಚರ್ಸ್ ಅಂಡರ್ಸ್ಟಾಂಡಿಂಗ್ ಆಫ್ ಫಂಡಮೆಂಟಲ್ ಮಾಥಮಾಟಿಕ್ಸ್ ಇನ್ ಚೈನ ಆಂಡ್ ದ ಯುನೈಟೆಡ್ ಸ್ಟೇಟ್ಸ್. ರೂಟ್ಲೆಡ್ಜ್.

7. ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ (2010). ಗಣಿತ – ಶಿಕ್ಷಕರ ತರಬೇತಿ ಕೈಪಿಡಿ – 1 ಹಾಗು 2ನೇ ತರಗತಿಗೆ. ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ, ನವದೆಹಲಿ.

8. ಪ್ರಧಾನ್, ಎಚ್.ಸಿ. ಮತ್ತು ಮವಲಂಕರ್, ಎ. (1994). ಕೊಂಪೇಡಿಯಂ ಆಫ್ ಎರರ್ಸ್ ಇನ್ ಮಿಡಲ್ ಸ್ಕೂಲ್ ಮಾಥಮಾಟಿಕ್ಸ್. ಹೋಮಿ ಬಾಬಾ ವಿಜ್ಞಾನ ಶಿಕ್ಷಣ ಕೇಂದ್ರ, ಟಿ.ಐ.ಎಫ್.ಆರ್, ಮುಂಬೈ.

9. ಸರ್ವಾಡಿ, ಎಚ್.ಆರ್.ಎಚ್. ಮತ್ತು ಶಹ್ರಿಲ್, ಎಂ. (2014). ಅಂಡರ್ಸ್ಟಾಂಡಿಂಗ್ ಸ್ಟೂಡೆಂಟ್ಸ್ ಮಾಥಮಾಟಿಕಲ್ ಎರರ್ಸ್ ಆಂಡ್ ಮಿಸ್ಕನ್ಸೆಪ್ಶನ್ಸ್: ದ ಕೇಸ್ ಆಫ್ ಇಯರ್ 11 ರಿಪೀಟಿಂಗ್ ಸ್ಟೂಡೆಂಟ್ಸ್. ಮಾಥಮಾಟಿಕ್ಸ್ ಎಜುಕೇಶನ್ ಟ್ರೆಂಡ್ಸ್ ಆಂಡ್ ರಿಸರ್ಚ್, ಪುಟ 1–10.

10. ಸುಬ್ರಹ್ಮಣಿಯಂ, ಕೆ. (2018). ದ 'ಕಾನ್ವಾಯ್ನಿಂಗ್' ಎರರ್ ಇನ್ ಸ್ಕೂಲ್ ಆಲ್ಜೀಬ್ರ. ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್, 7(1), ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ, ಬೆಂಗಳೂರು.

11. ಟಕ್ಕೇರ್, ಎಸ್., ಕನ್ಹೇರೆ, ಎ., ನಾಯ್ಕ್ ಎಸ್. ಮತ್ತು ಸುಬ್ರಹ್ಮಣಿಯಂ, ಕೆ. (2013). ಫ್ರಂ ರಿಲೇಶನಲ್ ರೀಸನಿಂಗ್ ಟು ಜನರಲೈಸೇಶನ್ ಥ್ರೂ ಟಾಸ್ಕ್ಸ್ ಆನ್ ನಂಬರ್ ಸೆಂಟೆನ್ಸಸ್. ನಾಗಾರ್ಜುನ, ಜಿ. ಜಮಖಂಡಿ, ಎ. ಮತ್ತು ಸ್ಯಾಮ್. ಇ (ಇಡಿಎಸ್) ಪ್ರೊಸೀಡಿಂಗ್ಸ್ ಆಫ್ ಎಪಿಸ್ಟೆಮೆ 5: ಇಂಟರ್ನ್ಯಾಶನಲ್ ಕಾನ್ಫರೆನ್ಸ್ ಟು ರಿವ್ಯೂ ರಿಸರ್ಚ್ ಇನ್ ಸಾಯಿನ್ಸ್, ಟೆಕ್ನಾಲಜಿ ಆಂಡ್ ಮಾಥಮಾಟಿಕ್ಸ್ ಎಜ್ಯುಕೇಶನ್, (ಪುಟ 336–342). ಎಚ್.ಬಿ.ಸಿ.ಎಸ್.ಇ ಆಯೋಜನೆ, ಮಾರ್ಗೋವ, ಇಂಡಿಯ: ಸಿನ್ನಮಾಂಟಿಯಲ್.