ಅಂಕಗಣಿತದಲ್ಲಿ ದೋಷಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ

ಆಂಗ್ಲ ಮೂಲ: ಹೃದಯಕಾಂತ್ ದಿವಾನ್
ಕನ್ನಡಾನುವಾದ: ವಿಶ್ವನಾಥ್ (ಚೈತನ್ಯ ಅಸೋಸಿಯೇಟ್ಸ್, ಮೈಸೂರು)

ದೋಷಗಳನ್ನು ಹಿನ್ನಡೆ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಕೂಡದು,
ಬದಲಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಚಿಂತನಕ್ರಿಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಇನ್ನಷ್ಟು
ತಿಳಿಯಲು ದೊರಕಿದ ಅವಕಾಶ ಎಂದು ಕಾಣಬೇಕು.

ಕಲಿಕೆಯ ಪಥವನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು,
ಸರಿ ಉತ್ತರ ದೊರೆಯುವಂತೆ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು
ಸರಿಪಡಿಸುವುದು ಯಾವುದೇ ಗಂಭೀರ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು
ಪೋಷಿಸದ ತ್ವರಿತ ಪರಿಹಾರವಷ್ಟೇ.

ಬಹಳಷ್ಟು ಸಲ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಉತ್ತರ
ಪಡೆಯಲು ಕ್ಷಿಪ್ರವಿಧಾನಗಳಂತೆ
ರವಾನಿಸಲಾದ ನಿಯಮಗಳ ಅತಿಯಾದ
ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣದಿಂದ ದೋಷಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

ಶಿಕ್ಷಕರು ನೀಡುವ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯ ಹಾಗೂ
ಅಭ್ಯಾಸದ ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ತ್ವರಿತ
ಪರಿಹಾರದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಹುಟ್ಟುಹಾಕುವ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು
ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ತ್ವರಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಾದರೋ,
ಮಕ್ಕಳು ತಾವು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಬೇಕಿರುವ
ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯಿಂದ ಅವರನ್ನು ವಿಮುಖರನ್ನಾಗಿಸುತ್ತವೆ.

ಮಕ್ಕಳು ತಾವು ಬೋಧಿಸುವ ಮೂಲ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು
ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು
ಶಿಕ್ಷಕರು ರೂಪಿಸಬೇಕಿದೆ. ಮಗು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ
ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಅವರು ಗಮನಿಸಬೇಕಿದ್ದು, ಮಗುವಿನೊಂದಿಗೆ ಕಲೆತು,
ಅದರ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಯೋಚನೆಯ
ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬೇಕಿದೆ.

ದೋಷಗಳನ್ನು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳ ಮನಸ್ಸನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಕಿಟಕಿಗಳು, ಕಲಿಕೆ ಎಂಬ ಏಣಿಯ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ. ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯ ಕೆಲಸವನ್ನು ಗಮನಿಸುವ ಮೂಲಕ ಮಕ್ಕಳು ನೀಡುವ ಉತ್ತರ ರೂಪದ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಹಾಗೂ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನಾತ್ಮಕ ತಳಪಾಯವನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಪ್ರಯಾಸಗಳು ಹಲವು ಒಳನೋಟಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ. ಇದು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಹಲವು ಕಲಿಕೆಯ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ತಥ್ಯಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದಾದ ಕಾರಣದಿಂದ ಮತ್ತು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂವಾದದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಲು ಎಷ್ಟು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ವರ್ತಿಸಬೇಕು ಎಂದು ತಿಳಿಸುವುದರಿಂದ ಈ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯು ಗಣಿತದ ವಿಷಯದಲ್ಲೂ ಉಪಯೋಗಕ್ಕೆ ಬರಬಹುದು. ಮಕ್ಕಳ ಕೆಲಸವನ್ನು ಕೇವಲ ಸರಿ/ತಪ್ಪು ಎಂದು ವರ್ಗೀಕರಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಜಾಗರೂಕತೆಯಿಂದ ಪರಿಶೀಲಿಸಬೇಕಿದೆ ಎಂಬ ಅಂಶವು ತಕ್ಕಮಟ್ಟಿಗೆ ಚೆನ್ನಾಗಿಯೇ ವಿವರಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯು ಉತ್ತರಕ್ಕಾಗಿ ಅನುಸರಿಸಿದ ವಿಧಾನವು ಅವನು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಸಾರುವ ರೀತಿ ಹಾಗೂ ಅದರ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಕುರಿತು ಒಳನೋಟಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಹಲವು ಬಾರಿ, ಉತ್ತರ ಸರಿ ಇದೆ ಎಂಬ ಕಾರಣಕ್ಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಬಗೆಹರಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದೇನೂ ಅಲ್ಲ. ಅನುದ್ದಿಷ್ಟ, ಕಾಕತಾಳೀಯ ತಪ್ಪುಗಳ ಕಾರಣದಿಂದ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವು ದೊರೆತಿರಲೂ ಸಾಧ್ಯ. ರಮಾಕಾಂತ ಅಗ್ನಿಹೋತ್ರಿಯವರು,[1] ಹಲವು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, "ದೋಷಗಳು ಅಥವಾ ಕಲಿಕೆಯ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು" ಎಂಬ ತಮ್ಮ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ದೋಷಗಳು ಕಲಿಕೆಯ ಏಣಿಯ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳಾಗಿರಬಹುದು ಎಂದು ಪ್ರಸ್ತಾವಿಸಿ, ಕಲಿಕೆಯ

ಪಯಣವು ಯಾವ ಪಥದಲ್ಲಿ ನಡೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದ್ದರು. ಇದನ್ನೇ ಅನೇಕ ತಜ್ಞರು ಈ ಲೇಖನಕ್ಕೂ ಮೊದಲು ಹಾಗೂ ಬಳಿಕ ಬಂದ ಲೇಖನಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತಾವಿಸಿ, ತಮ್ಮ ವಾದಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಿರುವುದೂ ಅಷ್ಟೇ ನಿಜ. ಭಾಷಾಕಲಿಕೆಯ ವಿಷಯದಲ್ಲೂ ಇದಕ್ಕೆ ಅನೇಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿದ್ದು, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು, ಹೋಲಿಕೆಯ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಇನ್ನೂ ಚೆನ್ನಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಭಾಷೆಯನ್ನು ಕಲಿಯುವವರು ಭಾಷೆಯ ನಿಯಮಗಳ ಅಪವಾದಗಳಿಗೆ ಪ್ರತಿಸ್ಪಂದಿಸುವಾಗ ಅತಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣದ ವಿದ್ಯಮಾನವೊಂದಿದೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಅತಿ ಸರಳ ಉದಾಹರಣೆಯೆಂದರೆ, “ಕಿತ್ತು” ಎಂಬಲ್ಲಿ “ಕೀಳ್ತು” ಎನ್ನುವುದು; “ನೆನೆ” ಎಂಬ ಕ್ರಿಯಾಪದವು “ನೆನಪಿಸು” ಎಂಬ ಪ್ರೇರಣಾರ್ಥಕ ಕ್ರಿಯಾಪದವಾಗುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ: ಮಗುವಿಗೆ ಕೇಳಿದ, “ಏನು ಹೇಳಿದ್ದೆ ನೆನೆಸಿಕೊ” ಎಂಬುದು “ಏನು ಹೇಳಿದ್ದೆ ನೆನಪಿಸಿಕೊ” ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಭಾಷಾಶಾಸ್ತ್ರದ ಕ್ಷೇತ್ರದಿಂದ ಹಾಗೂ ಇತರ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಿಂದ ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಇವಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸಬಹುದು.

ಮಗುವೊಂದು ಸಂದರ್ಭಗಳಿಗೆ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವಾಗ ಮತ್ತು ತನ್ನ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಅರುಹಬಲ್ಲ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಯತ್ನಿಸುವಾಗ ತಾನು ಅತಿಯಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿದ ನಿಯಮಗಳು ಹಾಗೂ ಮಾದರಿಗಳು ಅದರ ಸಂಭಾಷಣೆಯಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳತೊಡಗುವುದು ಹಾಗೂ ಅದು ಇತರರಿಂದ ಪಡೆಯುವ ಉತ್ತರಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ತನ್ನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ನಿಧಾನವಾಗಿ ತಾನೇ ಸರಿಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮಗುವಿನ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಸಹಜವಾಗಿ ನಡೆಯುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು. ಇಷ್ಟಾದರೂ, ಶಿಕ್ಷಕರಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಬಳಸಬೇಕಿರುವ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಲವಂತವಾಗಿ ಸರಿಪಡಿಸುವ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯೊಂದು ಇದ್ದು, ಈ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ತಾವೇ ಗುರುತಿಸಿ ಸರಿಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಆಸ್ಪದವನ್ನೇ ನೀಡುವುದಿಲ್ಲ. ತಪ್ಪನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಲು ಔಪಚಾರಿಕ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯೊಂದನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ತಪ್ಪಿನ ಹಿಂದಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನಾಗಲೀ, ತಪ್ಪಿಗೆ ಕಾರಣವನ್ನಾಗಲೀ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನೆರವಾಗುವ ಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನೇ ಕಳೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.

ಗಣಿತದ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನಿಯಮಗಳ ಅತಿಯಾದ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣದಂತಹ ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತಹ ಕ್ರಿಯೆಯು ಹೇಗೆ ನಡೆಯುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನಮಗೆ ನಾವೇ ಹಾಕಿಕೊಂಡು ಮಕ್ಕಳ ಕೆಲಸವನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಅವರು ಈಗಾಗಲೇ ಅವರಿಗೆ ಪರಿಚಯವಿರುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಹಾಗೂ ಅವರು ಎಂತಹ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕೈಗೊಳ್ಳಬಹುದು ಎಂಬುದರೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧ ಕಲ್ಪಿಸಲು ಉದ್ಯುಕ್ತರಾಗಬಹುದು. ಗಣಿತವಸ್ತುಗಳ ಸ್ವಭಾವ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ಸಂಬಂಧಗಳು ರಚನೆಯಾಗುವ ರೀತಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ, ವ್ಯಾಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ನಿಯಮಗಳಿಗೆ ಅಪವಾದಗಳೇ ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಅಥವಾ ಇದ್ದರೂ, ಕೆಲವೇ ಕೆಲವು ಅಪವಾದಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಅಪವಾದಗಳಿರುವ ಕಡೆ ಅವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲೇ ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಿರೂಪಣಯಲ್ಲಿ $p/q,\ q \neq 0$ ಹಾಗೂ p, q ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದಾಗಲೀ, ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಛೇದವು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸಮೀಪಿಸುವಾಗ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಲೀ ಇದಕ್ಕೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. ಅದರೆ, ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನದಂತಹ ಮೂಲಭೂತ ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಕೆಲವು ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳು ರಚಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳದೇ ಹೋಗಬಹುದು ಹಾಗೂ ತಪ್ಪಾಗಿ ಬಳಸಬಹುದು. ಈ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನಾಗಲೀ, ಕ್ಷಿಪ್ರವಿಧಾನಗಳನ್ನಾಗಲೀ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಬೇಗನೆ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಆಗುವಂತೆ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇವನ್ನು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಶಿಕ್ಷಕರು ನೀಡಿದರೆ, ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ವಿನಿಮಯಗಳ ಮೂಲಕ ಹಂಚಿಕೆಯಾಗುತ್ತವೆ. ನಮ್ಮಿಂದ ಏನನ್ನು ಅಪೇಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ ಅಥವಾ ನಮಗೆ ನೀಡಲಾದ ಸಮಸ್ಯೆ ಏನು ಎಂಬುದನ್ನು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳದೆ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವತ್ತ ನಮ್ಮ ಗಮನವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಲು ಯತ್ನಿಸುತ್ತೇವಾದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಬಳಸುವ ತಂತ್ರ ಅಥವಾ ಕ್ರಮಾವಳಿಯ ಅನುಚಿತವಾದ ಬಳಕೆಯಾಗುವ ಸಂಭವವಿರುತ್ತದೆ. ಈ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳನ್ನೇ ನಾವು ಪ್ರಸಕ್ತ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಹೊರಟಿರುವುದು. ಇದನ್ನು ನಾವು ಮೂರು ರೀತಿಗಳ ವಿಭಿನ್ನ ಗಣಿತೀಯ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಉತ್ತರಗಳ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿ ನೋಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಮಾಡಲು ಹೊರಟಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ

ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಒಂದಲ್ಲ ಒಂದು ಬಗೆಯ ಕ್ಷಿಪ್ರವಿಧಾನ ತಂತ್ರದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ. ತದನಂತರ, ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಶ್ರಮಹಾಕಿ ತಮಗೆ ನೀಡಲಾದ ಕೆಲಸಗಳನ್ನು ಪೂರೈಸುವ ಕರೆಗೆ ಓಗೊಡುವ ಮಕ್ಕಳು ಬಹು ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಕೆಲವು ಸಂಗತಿಗಳೊಂದಿಗೆ ತಳಕುಹಾಕಲು ನಾವು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇವೆ. ನಾವು ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ನೀಡುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳೆಲ್ಲವೂ ಶಾಲಾಹಂತದಲ್ಲಿ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ, ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ನೀಡಲಾಗುವ ಅಭ್ಯಾಸ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಕ್ರಿಯೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿವೆ. ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯ ಗಣಿತೀಯ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯ ವಿಕಾಸದ ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ ಅವನಲ್ಲಿ ಮುಂದೆ ವಿಕಾಸಗೊಳ್ಳುವ ಗಣಿತ ಸಂಬಂಧಿ ವಿಚಾರಗಳ ಮೇಲೆ ಈ ಕ್ರಿಯೆಯು ಪ್ರಭಾವ ಬೀರುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಬಳಸಲಾದ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ತಂತ್ರವು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀಡುವುದೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಬಯಸುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೊಡುವಲ್ಲಿ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದ್ದರೂ, ಅದು ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಕಟ್ಟಿಕೊಡುವುದರ ಕ್ರಮವು ಮಗುವಿನ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳ ವಿಷಯವಾಗಿ ವ್ಯಾಪಕ ಸೂಚ್ಯರ್ಥಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಉತ್ತರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಬಳಸಲ್ಪಡುವ ಕ್ಷಿಪ್ರವಿಧಾನಗಳು ಹಾಗೂ ವಿಶೇಷ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳು ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗೊಂದಲಗಳಿಗೆ ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಬಳಸಲಾದ ಈ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಮೆಚ್ಚುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಹಾಗೂ ಸೂಕ್ತ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಬಳಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ನೀಡದಂತಹ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಎಡೆಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ಬಹಳಷ್ಟು ಸಲ ಉಲ್ಲೇಖಿತವಾಗಿರುವ ಸಂಗತಿಯ ವಿಶದೀಕರಣವೇ ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ಉದ್ದೇಶ. ನಾವು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಬಿಡಿಸಲು ಹೇಳುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಸಮರ್ಪಕವಾಗಿ ಪರ್ಯಾಲೋಚಿಸಬೇಕಿದ್ದು, ಅವು ಮಗುವು ತನ್ನ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ, ವಿಧಾನಾತ್ಮಕ ಹಾಗೂ ಸಂಜ್ಞಾನಾತ್ಮಕ ಜ್ಞಾನದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಅಪೇಕ್ಷಿಸುವಂತಿದ್ದು, ಕೇವಲ ಮಾಹಿತಿಯ ನಕಲಾಗಿರಕೂಡದು. ನೀಡಲಾದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಬಿಡಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಮಗುವಿನೊಂದಿಗೆ ಅದು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ರೀತಿಯ ಬಗ್ಗೆ, ಅದರ ಹಿಂದಿನ ತರ್ಕದ ಬಗ್ಗೆ ಸಂವಾದವನ್ನೂ ನಡೆಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಇದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಉತ್ತರಗಳ ಕೆಲವು ಮಾದರಿಗಳೆಡೆ ನೋಟ

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, (i) ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೊಂದನ್ನು ಸಾಂಖ್ಯಿಕವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದಾಗ ಅದನ್ನು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಅರಿಯಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ; (ii) ಅವರು ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ವ್ಯವಹರಿಸುವಾಗ, ಅವುಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ ಕಷ್ಟ ಅನುಭವಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮಕ್ಕಳು ನೀಡುವ ಉತ್ತರಗಳ ಸ್ವರೂಪದ ಬಗ್ಗೆ ಅನೇಕ ಅಧ್ಯಯನಗಳಲ್ಲಿ ವರದಿ ಮಾಡಲಾಗಿದ್ದು, ಶಿಕ್ಷಕರು ತಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಸರಿ/ತಪ್ಪು ಎಂದು ಗುರುತುಮಾಡುವುದಕ್ಕಿಂತ ಕೊಂಚ ಆಚೆಗೆ ಕಣ್ಣು ಹಾಯಿಸಿದರೆ ಅವರಿಗೆ ಈ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಮಾದರಿಗಳು ಗೋಚರವಾಗಬಹುದು. ಎಂಟನೇ ತರಗತಿ ಮತ್ತು ಅದರಾಚೆಗೂ ಮಕ್ಕಳು ನೀಡುವ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರಬಹುದಾದ ಅಂತಹ ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಮಾದರಿಯ ಪ್ರತೀಕವೇ ಕೆಳಗಿನ ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=43 \quad \text{and} \quad \frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2}{5}$$

ಹಾಗೂ, ಗುಣಾಕಾರ ಹಾಗೂ ವ್ಯವಕಲನಗಳ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಉತ್ತರಗಳು.

ಎರಡನೇ ಉದಾಹರಣೆಯು ದಶಕ ಕೊಂಡೊಯ್ಯುವುದನ್ನು ಅಪೇಕ್ಷಿಸುವ ಎರಡಂಕಿ ಅಥವಾ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ ಹಾಗೂ ಕೊಂಚ ಮಟ್ಟಿಗೆ, ಅಸಮ ಅಂಕಿಗಳುಳ್ಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ.

ಇವುಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳೆಂದರೆ

$$\begin{array}{r} 2\ 7 \\ +\ 3\ 8 \\ \hline 5\ 1\ 5 \end{array}$$

ಹಾಗೂ, ಇದಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ಇತರ ಉದಾಹರಣೆಗಳು.

ಅಸಮ ಅಂಕಿಗಳುಳ್ಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಾಗಲೀ ಅಥವಾ ಕ್ರಮಾವಳಿ ಪ್ರಕಾರ ಮಾಡಬೇಕಾದ ಸಂಕಲನದ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡುವಾಗ ಒಂದರ ಕೆಳಗೆ ಒಂದರಂತೆ ಕಟ್ಟುನಿಟ್ಟಾಗಿ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ ಅಂಕಿಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು-ಕಮ್ಮಿಯಾದರೂ ಕುತೂಹಲದಾಯಕ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಾಣಬಹುದಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 128 + 64 ಎಂಬುದು,

$$\begin{array}{lccc} & 1 & 2 & 8 \\ + & 6 & 4 & \\ \hline & 7 & 6 & 8 \end{array}$$

ಅಥವಾ

$$\begin{array}{lcccc} & & 1 & 7 & 9 \\ + & 2 & 6 & 1 & \\ \hline & 2 & 7 & 8 & 9 \end{array}$$

ಆಗಬಹುದು.

ಇದೇ ರೀತಿಯ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ವ್ಯವಕಲನದಲ್ಲಿಯೂ ಕಾಣಬಹುದಾಗಿದೆ; ಅಂದರೆ, ವ್ಯವಕಲ್ಯದ ಚಿಕ್ಕ ಅಂಕಿಯನ್ನು ವ್ಯವಕಲಕದ ದೊಡ್ಡ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಕಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 64 - 38 ಎಂಬುದರ ಉತ್ತರ 34 ಆಗುತ್ತದೆ

$$\begin{array}{r} 6\ 4 \\ -\ 3\ 8 \\ \hline 3\ 4 \end{array}$$

ಇದನ್ನು ಬಹು ಚೆನ್ನಾಗಿ ವಿಶದೀಕರಿಸುವ ಮತ್ತೊಂದು ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಯೆಂದರೆ, ಮಗು ದಶಕ ಕೊಂಡೊಯ್ಯುವ ನಿಯಮವನ್ನು ಅರಿತಿದೆ ಎಂಬ ನಂಬುಗೆಯ ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಗಾತ್ರದ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಲು ಕೊಡುವುದು. ಇದರಿಂದ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ನಾಲ್ಕು ಅಥವಾ ಐದನೇ ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳು (ಇದಕ್ಕೂ ಮೊದಲು ಆಗದಿದ್ದರೆ) ಎರಡು ಮತ್ತು ಮೂರಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ ಮಾಡಬಲ್ಲರೆಂದು ನಂಬಿ, ಅವರಿಗೆ ಈ ರೀತಿಯ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೀಡುವುದು:

$$\begin{array}{r} 74345212 \\ 52136128 \\ +\ 214321 \\ \hline \end{array} \quad \text{or} \quad \begin{array}{r} 28750 \\ 13250 \\ +\ 8950 \\ \hline \end{array}$$

.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಓದಲು ಅಸಮರ್ಥರಾಗಿದ್ದು, ಅವು ಏನು ಎಂದಾಗಲೀ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಏನಾಗಬೇಕು ಎಂದಾಗಲೀ ತಿಳಿಯಲು ಅಸಮರ್ಥರು ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಅವರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಓದಿಕೊಳ್ಳದೆಯೇ ಕಂಬಸಾಲು ಸಂಕಲವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ವ್ಯವಕಲನದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಯಾವಾಗ ದಶಕವನ್ನು ಕೊಂಡುತರಬೇಕೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ ಸೋಲುತ್ತಾರೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ಅವರು ಸರಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪಡೆದರೂ ಅವರು ಯಾವುದೇ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಕಲಿಯುತ್ತಿದ್ದಾರೆ ಎಂದಾಗಲೀ, ಅವರ ಗಣಿತೀಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಅರಳುತ್ತಿದೆ ಎಂದಾಗಲೀ ಅರ್ಥವಲ್ಲ. ಇದರಿಂದ ಸಂಕಲನದ ನಿಯಮಗಳನ್ನುಗ್ರ ಹಿಸದೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಅತಿಯಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿರುವಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ.

ಬಳಿಕ ಭಾಗಾಕಾರದ ಸರದಿ ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

$$\begin{array}{r} 11 \\ 3\overline{)44} \\ \underline{3} \\ 14 \\ \underline{3} \\ 11 \end{array} \quad \text{or} \quad \begin{array}{r} 11 \\ 3\overline{)44} \\ \underline{44} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 6\overline{)85} \\ \underline{66} \\ 21 \end{array} \quad \text{or} \quad \begin{array}{r} 11 \\ 5\overline{)\ 75} \\ \underline{-55} \\ 20 \end{array}$$

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಮಕ್ಕಳೂ ಈ ರೀತಿಯ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ:

$$\begin{array}{r} 21 \\ 4\overline{)\ 84} \\ \underline{-8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array} \quad \text{and} \quad \begin{array}{r} 7 \\ 8\overline{)58} \\ \underline{56} \\ 02 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20 \\ 2\overline{)\ 40} \\ \underline{-40} \\ 00 \end{array}$$

ಅವರು ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆ ನೋಡಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ವ್ಯವಹರಿಸುವಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯ ಸ್ಪಷ್ಟ ಗ್ರಹಿಕೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವಲ್ಲಿ ಅವರು ದೋಷಗಳತ್ತ ಅಥವಾ ಕ್ಷಿಪ್ರವಿಧಾನಗಳತ್ತ ವಾಲುತ್ತಾರೆ. ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳೂ ಶಾಲೆಯೊಂದರ ಮೂರನೆ ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳ ಉತ್ತರಗಳಿಂದ ಆಯ್ದುವು.

ಇಂತಹ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರೂ ಗಮನಿಸಿರುತ್ತಾರೆ. ಹಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತುಳಿಯುವ ಹಾಗೂ ನಿಧಾನವಾಗಿ ಜಯಿಸುವ ಹಾದಿ ಇದಾಗಿದ್ದರೂ, ಇತರ ಹಲವರು ಇದರಲ್ಲೇ ಸಿಲುಕಿ ನರಳುವುದೂ ಉಂಟು. ಅಂತಹವರು ಮುಂದೆ ಹೆಚ್ಚು-ಹೆಚ್ಚು ಗಣಿತವನ್ನು ಅರಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದಾಗ ಮುಖಾಮುಖಿಯಾದಾಗ ಇವುಗಳಲ್ಲೇ ಸಿಲುಕಿ ಬಿಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲಾಗದ ಸ್ಥಿತಿ ತಲುಪುವುದೂ ಉಂಟು.

ಕೆಳಗಿನ ಉತ್ತರಗಳು ಗಣಿತ ಕಲಿಯಲು-ಕಲಿಸಲು ಬಯಸಿ ಮುಕ್ತ ತರಗತಿಗೆ ನೋಂದಾಯಿಸಿಕೊಂಡ ವಯಸ್ಕರ ಉತ್ತರಗಳು:

$$\frac{8}{15} + \frac{3}{15} = \frac{11}{30}$$

ಎಂಬ ಪರಿಹಾರದಲ್ಲಿ ಏನು ತಪ್ಪಾಗಿದೆ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರವಾಗಿ ದೊರೆತ ಕಾರಣಗಳು ನಾವು ಅವುಗಳ ಹಿಂದಿನ ವಿನ್ಯಾಸವೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಕಾರಣಕ್ಕಾಗಿ ಕುತೂಹಲದಾಯಕವಾಗಿವೆ.

ಒಂದು ಉತ್ತರವು ಅಂಶಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಛೇದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿರುವುದರಿಂದ ತಪ್ಪಾಗಿದೆ ಎನ್ನುತ್ತದೆ. ಮುಂದುವರಿದು, ಸರಿಯಾದ ವಿಧಾನವೇನೆಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗೀಟಿನ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಮತ್ತು ಕೆಳಭಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು; ಅಂದರೆ,

23 + 18 = 41.

ಇದು ಕಂಬಸಾಲಿನ ಸಂಕಲನದ ರೂಢಿಯ ಪಳೆಯುಳಿಕೆಯಿಂದ ಹೊರಹೊಮ್ಮುವ ಸರಳ ಉತ್ತರವಾಗಿದ್ದು, ನಾವಿದಕ್ಕೆ ಮುಂದೆ ಮರಳುವವರಿದ್ದೇವೆ

3/4 + 3/5 ಎಂಬುದರ ಪರಿಹಾರಕ್ಕೆ ದೊರೆತ ಉತ್ತರವು ಇದಕ್ಕಿಂತ ಇನ್ನೂ ಜಟಿಲವಾಗಿದೆ:

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{9}{3}$$

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಲೆಗೆಳಗು ಮಾಡಿ, ಸಮಾನ ಛೇದ ಪಡೆದು, ಬಳಿಕ ಗೀಟಿನ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದೆ. ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಡನೆ (ಅಥವಾ ಅಂಕಿಗಳೊಡನೆ ಎಂದರೆ ಸೂಕ್ತವಾದೀತು) ಅವುಗಳ ಅಂಕಿಗಳ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಯಾವುದೇ ಸಂಬಂಧವಿರದಂತೆ ವ್ಯವಹರಿಸುವುದಕ್ಕೆ ನೀಡುವ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯ ಹಾಗೂ ಒತ್ತುಗಳು ಇಲ್ಲಿ ಸಂಜ್ಞಾನಾತ್ಮಕ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ಕೊರತೆ ಇದೆಯೆಂದೋ ಅಥವಾ, ಪ್ರಾಥಮಿಕ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿ ಮಾಡಿದ ಯಾವುದೋ ನೆನಪು ಈ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದೆ ಎಂದೋ ಸೂಚಿಸುವಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಅಥವಾ ಮಾಮೂಲಾಗಿ ತಮಗೆ ಕೊಡುವ ಲೆಕ್ಕಬಿಡಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಮಕ್ಕಳೂ ಇನ್ನೂ ವಿಸ್ತೃತ ಸಂಜ್ಞಾನಾತ್ಮಕ ಹಾಗು ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂಬ ವಾಸ್ತವಾಂಶದ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ ಮಕ್ಕಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತಮ್ಮನ್ನು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಅಪೇಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಹಾಗೂ ಅವರಿಗಾಗಿ ಸೃಷ್ಟಿಸಲಾಗುವ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದಷ್ಟೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಮಧ್ಯಭಾರತದ ಗ್ರಾಮೀಣ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ತಮ್ಮ ಶಿಕ್ಷಕರು ನೀಡುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬೇಗನೆ ಮಾಡಿಮುಗಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿದ್ದ ಮಕ್ಕಳನ್ನು ನಿಕಟವಾಗಿ ಗಮನಿಸುತ್ತಿದ್ದ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಗಮನಿಸಿದ ತಂತ್ರವೊಂದರ ಉದಾಹರಣೆಯು ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುವುದೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಒಳನೋಟವೊಂದನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಪ್ರಾಥಮಿಕ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ 1 ರಿಂದ 100ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಅಥವಾ ಕಂಬಸಾಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವಂತೆ ಕೇಳುವುದು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವ ಪದ್ಧತಿ.

1	2	3	4	5	.	.	.	.	10
11	12	13	14	15	.	.	.	.	20
21	.	.	.	.	.	.	.	.	30

ಅಥವಾ ಈ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ:

1	11	21	.	.	.	.	.	.	91
2	12	22	.	.	.	.	.	.	92
9	19	.	.	.	.	.	.	.	99

ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಕೊಟ್ಟು, ಅವರು ಇದನ್ನು ಹೇಳಿದಂತೆ ಕ್ರಮಾನುಸಾರವಾಗಿ, ಅಚ್ಚುಕಟ್ಟಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ ಎಂದೂ ಅಂದುಕೊಳ್ಳಲಾಗುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮ ಗಮನಕ್ಕೆ ಬಂದ ಸಂಗತಿಯಾದರೋ, ಮಕ್ಕಳು ಕೆಲಸವನ್ನು ಸುಲಭಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ತಂತ್ರವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದಾಗಿತ್ತು. ಅವರು ಒಂದು ಅಡ್ಡಸಾಲನ್ನೋ, ಕಂಬಸಾಲನ್ನೋ ಅಪೇಕ್ಷೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಬರೆದು ಅದನ್ನೇ 9 ರವರೆಗೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸುತ್ತಾರೆ. ನಿಮಗೆ

1	2	3	4	5	.	.	.	.	10
11	12	13	14	15	.	.	.	.	20
21	_2	_3	_4	.	.	.	.	.	30
31	_2	_3	_4	.	.	.	.	.	40

ಎಂಬ ಮಾತೃಕೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಬಳಿಕ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಹಂತಗಳನ್ನು ದಾಟಿದರೆ 1ರಿಂದ 100ರವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಸಿದ್ಧವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಹಂತಗಳೆಂದರೆ: ಮೊದಲಿಗೆ,1, 2,3,4,5,6,7,8,9 ಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕಂಬಸಾಲಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎದುರು ಸ್ಲೇಟಿನ ಮೇಲೆ ಬರೆಯುತ್ತಾ ಹೋದರೆ

1	2	3	4	5	.	.	.	.	10
11	12	13	14	15	.	.	.	.	20
21	22	23	24	.	.	.	.	.	30
31	32	33	34	.	.	.	.	.	40

ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಬಳಿಕ ಕೊನೆಯ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 10, 20, ..., ಮೊದಲಾದವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದಾಗಲೀ, ಅಥವಾ ಕೊನೆಯ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 1, 2 ....., 9 ಬರೆದು ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದಾಗಲೀ ಮಾಡಿದರೆ ಮುಗಿಯಿತು. ಮಕ್ಕಳು ಇದೇ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೂರಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವಾಗ ಪುನರಾವರ್ತಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಬಹಳಷ್ಟು ಸಾರಿ, ಸ್ಲೇಟ್ ಬಳಸುವ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕಂಬಸಾಲುಗಳು ಇದ್ದು, ಅವುಗಳನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಅಪೇಕ್ಷಿಸುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಶೀಘ್ರವಾಗಿ ತುಂಬಬಹುದು. ಇದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಇತರ ವಿಷಯಗಳತ್ತ ಗಮನಹರಿಸಲು ಸಮಯ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಎಣಿಕೆಗೆ ಬಳಸುವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹಿಂದುಮುಂದಾಗಿ ಸರಣಿಬದ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯುವಂತೆ ಹೇಳಿದಾಗ ಅವರು ಇದನ್ನು ಮಾಡುವ ರೀತಿ ನಿಜಕ್ಕೂ ಆಚ್ಚರಿಮೂಡಿಸುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಅವರು ಮಾಡುವ ರೀತಿ 9 ರಿಂದ 1ರವರೆಗಿನ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬರೆದುಕೊಂಡು, ಎರಡನೇ ಅಂಕಿಯ ಕಂಬಸಾಲನ್ನು ಅದೇ 9 ರಿಂದ 1ರವರೆಗಿನ ಸೂಕ್ತ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದಾಗಿದೆ. ಲೆಕ್ಕಮಾಡುವ ಇತರ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲೂ ಕೂಡ, ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಹಾಜರುಪಡಿಸಲು ಇದೇ ರೀತಿಯ ವಿನ್ಯಾಸಗಳ ಮೊರೆಹೋಗುತ್ತಾರೆ. ಈ ರೀತಿ ಮಾಡಿದರೆ ಏಕೆ ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಬೇರೆ-ಬೇರೆ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳು ಬೇರೆ-ಬೇರೆ ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಾಗ ಬೇರೆ-ಬೇರೆ ಆಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದ ಆವಶ್ಯಕತೆಯಿಲ್ಲ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಹೆಸರಿನ ಹಿಂದೆ ಇರುವ ತರ್ಕವೇನು ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದೂ ಬೇಕಿಲ್ಲ. 1 ರಿಂದ 9ರವರೆಗೆ ಅಂಕಿಗಳ ಪರಿಚಯವಿದ್ದು, ಉತ್ತರ ಹಾಜರುಪಡಿಸುವ ತಂತ್ರ ಗೊತ್ತಿದ್ದರೆ ಸಾಕು.

ಹಾಗಾದರೆ, ಇದರಿಂದ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಆದ ಕಲಿಕೆಯಾದರೂ ಏನು?

a) ಯಾಂತ್ರಿಕವಾಗಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸಗಳನ್ನು ನೀಡಿ, ಅದರಲ್ಲೂ ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ಮಕ್ಕಳೊಡನೆ ಅವರು ಏನನ್ನು ಮಾಡಿದರು, ಏತಕ್ಕೆ ಮಾಡಿದರು ಎಂಬಂತಹ ಯಾವುದೇ ವಿಧವಾದ ಸಂವಾದ ನಡೆಸದೇ ಇದ್ದಾಗ, ಮಕ್ಕಳು ಕೊಟ್ಟ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮಾಡಿಮುಗಿಸುವ ಬದಲಿ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ಪೂರೈಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಯಾವುದೇ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯೊಂದಿಗೆ ತಮ್ಮನ್ನು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳದೆ ಕೇವಲ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಹಾಜರುಪಡಿಸುವ ಕೆಲಸವನ್ನಾಗಿ ಬದಲಿಸಬಹುದು. ಅವರು ಯಾಕೆ, ಹೇಗೆ ಎಂದಾಗಲೀ, ಇದು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ ವಿಧಾನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕೂಡ ಯೋಚಿಸುವಂತೆ ಇದು ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ. ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರೈಸುವುದು ಪರ್ಯಾಯ ಕ್ಷಿಪ್ರವಿಧಾನಗಳಿಗೆ

ಸಾಧ್ಯವಾಗಿ, ನಿಜಾಂಶಗಳನ್ನು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡುವುದಕ್ಕಾಗಲೀ, ವಿಧಾನಾತ್ಮಕ ಜ್ಞಾನಾರ್ಜನೆಗಾಗಲೀ ಒದಗಿಬರುವುದೂ ಇಲ್ಲ. ಮಕ್ಕಳು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಹಾಗೂ ಅದರ ಪ್ರಸ್ತುತತೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲರು, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಓದಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಬಲ್ಲರು ಎಂಬುದನ್ನು ಖಾತ್ರಿಪಡಿಸಿದಾಗ ಮಾತ್ರ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡುವ ಕೆಲಸವು ಸಂಕೀರ್ಣವೂ, ಸವಾಲೊಡ್ಡುವಂತಹವೂ ಆಗುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸಾಧ್ಯ.

b) ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪರ್ಯಾಯ ಸರಳ ತಂತ್ರರೂಪದ ಕ್ಷಿಪ್ರವಿಧಾನಗಳನ್ನು ನೀಡುವುದಾಗಲೀ, ದಾರಿಗಳನ್ನು ತೋರುವುದಾಗಲೀ ಮಾಡದಿರಿ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಓದಿಕೊಳ್ಳದೆ ಹಾಗೂ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳದೆ ಕೇವಲ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವ, ಕಂಬಸಾಲಿನ ಸಂಕಲನದ ತಂತ್ರವು ಈ ತೆರನಾದ ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ. ಕ್ಷಿಪ್ರವಿಧಾನಗಳ ಸಮಸ್ಯೆ ಇಲ್ಲಿಗೇ ಮುಗಿಯದೇ, ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಅವರನ್ನು ಕಾಡುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳು ವಾಕ್ಯರೂಪದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ. “ಎಲ್ಲವೂ ಒಟ್ಟಾಗಿ” ಎಂದರೆ ಸಂಕಲನ, “ವೆಚ್ಚ ಅಥವಾ ಉಳಿದ” ಅಂದರೆ ವ್ಯವಕಲನ, “ಹಂಚುವುದು” ಅಂದರೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಅಥವಾ ಕೊಂಚವೂ ಯೋಚಿಸದೆ “ಭಾಗುಕೂಕ” ನಿಯಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಲು ಹೇಳುವ ಕೆಲವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಹೆಸರಿಸಬಹುದು. ಇವೆಲ್ಲವೂ ಗೊಂದಲಕ್ಕೆ ಎಡೆಮಾಡಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಜಟಿಲವಾಗಿಸುತ್ತವೆ. ಇದೇ ರೀತಿ, “ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆ”ಗಳ ಅರ್ಥವನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸುವ ಪ್ರಯತ್ನ: 4a ಎಂಬ ಪದಕ್ಕೆ 4 ಸೇಬುಗಳು , 3b ಗೆ 3 ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳು ಎಂದು ತಿಳಿಸಿ, ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಸೇಬುಗಳಿಗೆ ಕೂಡಲಾಗದಿರುವುದರಿಂದ 4a ಅನ್ನು 3b ಗೆ ಕೂಡಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಹೇಳುವಂತಹ ಉದಾಹರಣೆಗಳು.

c) ಇದು 4a + 3b ನ್ನು ಕೂಡಿ 7f (fruits = ಹಣ್ಣುಗಳು) ಅನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದೆಂದು ಸೂಚಿಸಿದಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಜೊತೆಗೆ, ಪುಸ್ತಕದ ಇತರೆ ಅಕ್ಷರಗಳು ಇತರೆ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬ ಗೊಂದಲಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರ ಎಡೆಮಾಡದೆ, ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಇದರಿಂದ ಹುಟ್ಟುವ ಇನ್ನಷ್ಟು ಗೊಂದಲಗಳಿಗೆ, ಅಡೆ-ತಡೆಗಳಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುತ್ತದೆ. ಇವು ಕೆಲವು ರೀತಿಯ ಗೊಂದಲಗಳಷ್ಟೇ ಆಗಿದ್ದು, ಈ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗೊಂದಲವೂ ಹತ್ತು-ಹಲವಾರು ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾಗುತ್ತವೆ. ಅಭ್ಯಾಸದ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಯಾಂತ್ರಿಕವೂ, ಪುನರಾವರ್ತನೆಗೊಳ್ಳುವಂತದ್ದೂ ಆಗದೇ ಇದ್ದು, ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಬೇಡುವಂತದ್ದೂ, ಪರಿಹಾರಕ್ಕೆ ಎಳಸುವ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಕಟ್ಟಿಕೊಡುವಂತದ್ದೂ ಆದರೆ ಮಾತ್ರ ಸಹಾಯಕಾರಿಯಾಗಬಲ್ಲವು.

d) ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಜಾಸ್ತಿಯಿರುವ ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ದೊರೆಯುವ ಕಾಲಾವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಕೊರತೆ ಕಂಡುಬರುವ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಂತಹ ಕೆಲಸಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳನ್ನು ತೊಡಗಿಸುವ ತಂತ್ರಗಳು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಗ್ರಹಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಬೆಳೆದಿದೆಯೆಂಬ ತಪ್ಪು ಕಲ್ಪನೆಗೆ ಎಡೆಮಾಡುತ್ತದೆ. ಇದರ ಜೊತೆಗೆ, ಇವು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಅನುಚಿತವಾದ, ದೋಷಪೂರಿತವಾದ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಗಳನ್ನೂ, ನಿಯಮಗಳನ್ನೂ ನೀಡುತ್ತವೆ.

ಮಕ್ಕಳ ಕೆಲಸವನ್ನು ಗಮನಿಸುವಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಅವರಿಗಾಗಿ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವಲ್ಲಿ ಅವರು ತಮ್ಮ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಹಾಗೂ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಖಾತ್ರಿಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಆ ವಿಚಾರವಾಗಿ ಸಮಂಜಸವಾದ ಹಿಮ್ಮಾಹಿತಿ ಪಡೆಯುವುದು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಅವುಗಳೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಗಮನಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲವೆಂಬ ಅಂಶವು ಅವರು ಮಕ್ಕಳೊಡನೆ ವ್ಯವಹರಿಸುವಾಗ ತಾವು ಪರಿಣತರು, ಮಕ್ಕಳು ಅನನುಭವಿಗಳು ಎಂಬಂತೆ ಒಬ್ಬರನ್ನೊಬ್ಬರು ಕಾಣುವುದನ್ನು ತೊರೆದು, ಜೊತೆಗಾರರಂತೆ ಕೆಲಸದಲ್ಲಿ ತೊಡಗುವುದನ್ನು ರೂಢಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಬೇಡುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಸಣ್ಣ ತಂಡಗಳ ಒಡನಾಟಗಳಲ್ಲಿಯೂ ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಜ್ಞಾನಾಧಾರಿತ ಶ್ರೇಣಿಗಳಿರುತ್ತವೆಂಬುದು ನಿಜವಾದರೂ, ಅವು ತಾವೇ ಜೊತೆಗಾರರಂತೆ ರಚಿಸಿಕೊಂಡಿರುವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ತಂಡಗಳನ್ನಾಗಲೀ, ಚೂಟಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ದುರ್ಬಲ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ ಎಂಬಂತೆ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನಾಗಲೀ ಶಿಕ್ಷಕರು

ರೂಪಿಸಲು, ರಚಿಸಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ; ಕಲಿಕೆಯು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿಯೂ, ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಚರ್ಚೆಯಿಂದ ಎತ್ತಿಹಿಡಿಯಲ್ಪಡುವಂತೆಯೂ ಇರಬೇಕು.

[1] Agnihotri, Rama Kant. 1988. 'Errors as learning strategies'. In Indian Journal of Applied Linguistics 14.1.: 1-14. Bahri Publications Delhi

ಹೃದಯಕಾಂತ್ ಅವರು ಈಗ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಅನುವಾದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಮಧ್ಯಪ್ರದೇಶದ ಏಕಲವ್ಯ ಸಂಸ್ಥೆಯ ಸ್ಥಾಪಕ ಸದಸ್ಯರೂ, ಉದಯಪುರದ ವಿದ್ಯಾಭವನ ಸೊಸೈಟಿಯ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಲಹೆಗಾರರೂ ಆಗಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಕಳೆದ ನಲ್ವತ್ತು ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ, ವಿಭಿನ್ನ ಪಾರ್ಶ್ವಗಳಲ್ಲಿ ಸಕ್ರಿಯರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಅವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: hardy.dewan@gmail.com